

Grzegorz KOWALECZKO

**INŻYNIERSKIE OBLICZENIA
CHARAKTERYSTYK
AERODYNAMICZNYCH
SAMOLOTÓW**

**Część I
RUCH PODŁUŻNY**



WYDAWNICTWO INSTYTUTU TECHNICZNEGO WOJSK LOTNICZYCH

WARSZAWA 2025

RECENZENCI

dr hab. inż. Piotr LICHOTA, prof. PW

dr hab. inż. Andrzej MAJKA, prof. PRz

REDAKCJA TECHNICZNA

mgr inż. Krzysztof BUBRZYK

ADIUSTACJA I KOREKTA

mgr Magdalena MALCZEWSKA

ŁAMANIE TEKSTU

Piotr TARASIEWICZ

PROJEKT OKŁADKI

Piotr TARASIEWICZ

© Copyright by Wydawnictwo Instytutu Technicznego Wojsk Lotniczych, wyd. I, 2025 r.

ISBN 978-83-974516-0-5

WYDAWNICTWO INSTYTUTU TECHNICZNEGO WOJSK LOTNICZYCH

01-494 Warszawa, ul. Księcia Bolesława 6

Drukowano w Instytucie Technicznym Wojsk Lotniczych

SPIS TREŚCI

WSTĘP	7
--------------------	----------

Rozdział 1

GEOMETRIA PROFILU LOTNICZEGO I SAMOLOTU	11
--	-----------

1.1. Geometria profilu	11
1.2. Geometria skrzydła	13
1.3. Parametry geometryczne skrzydła trapezowego, prostokątnego i trójkątnego	16
1.4. Parametry geometryczne usterzenia poziomego	20
1.5. Parametry geometryczne usterzenia pionowego	22
1.6. Parametry geometryczne kadłuba	24

Rozdział 2

CHARAKTERYSTYKI AERODYNAMICZNE

PROFILI LOTNICZYCH	47
---------------------------------	-----------

2.1. Współczynniki aerodynamiczne profilu	48
2.2. Krytyczna liczba Macha profilu	51
2.3. Współczynnik siły oporu profilu	57
2.4. Współczynnik siły nośnej profilu	84
2.5. Moment pochylający profilu	91
2.5.1. Środek parcia profilu	91
2.5.2. Ognisko aerodynamiczne profilu	93
2.5.3. Współczynnik momentu pochylającego profilu	95
2.6. Wpływ mechanizacji płata na współczynnik siły nośnej	101
2.6.1. Kłapy zwykłe	103
2.6.2. Kłapy szczelinowe	106

Rozdział 3

OGÓLNE ZALEŻNOŚCI DOTYCZĄCE SIŁ I MOMENTÓW

AERODYNAMICZNYCH	111
-------------------------------	------------

3.1. Układy współrzędnych	111
---------------------------------	-----

3.2. Siły aerodynamiczne	113
3.3. Momenty aerodynamiczne	116
3.4. Krytyczna liczba Macha	119
Rozdział 4	
SIŁA NOŚNA	125
4.1. Współczynnik siły nośnej skrzydła	126
4.1.1. Kąt zerowej siły nośnej α_{0_skrz}	127
4.1.2. Pochodna $C_{za_skrz}^{\alpha}$	130
4.1.3. Maksymalna wartość współczynnika siły nośnej skrzydła	155
4.1.4. Krytyczny kąt natarcia skrzydła	168
4.2. Współczynnik siły nośnej kadłuba	176
4.3. Współczynnik siły nośnej usterzenia poziomego	203
4.3.1. Skos strumienia w obszarze usterzenia poziomego	204
4.3.2. Współczynnik hamowania prędkości w obszarze usterzenia poziomego	209
4.4. Współczynnik siły nośnej samolotu – część statyczna i od sterowania	217
4.4.1. Część statyczna współczynnika C_{za}	218
4.4.2. Współczynnik C_{za} w zakresie nieliniowym	237
4.4.3. Część współczynnika C_{za} zależna od sterowania	245
4.5. Współczynnik siły nośnej samolotu – część dynamiczna	253
4.5.1. Wpływ prędkości kątowej pochylania Q	255
4.5.1.1. Udział skrzydła – pochodna $C_{za_skrz}^{\bar{q}}$	255
4.5.1.2. Udział kadłuba – pochodna $C_{za_kad}^{\bar{q}}$	264
4.5.1.3. Udział usterzenia poziomego	266
4.5.2. Wpływ prędkości zmiany kąta natarcia $\dot{\alpha}$	271
4.5.2.1. Udział skrzydła – pochodna $C_{za_skrz}^{\ddot{\alpha}}$	271
4.5.2.2. Udział kadłuba – pochodna $C_{za_kad}^{\ddot{\alpha}}$	286
4.5.2.3. Udział usterzenia poziomego	288
Rozdział 5	
SIŁA OPORU AERODYNAMICZNEGO	295
5.1. Opór profilowy (pasożytniczy)	296

5.1.1. Współczynnik C_{xa0} skrzydła oraz usterzenia poziomego i pionowego	297
5.1.2. Współczynnik C_{xa0} kadłuba	314
5.1.3. Współczynnik oporu profilowego całego samolotu	340
5.1.4. Statystyczna metoda określenia współczynnika oporu profilowego C_{xa0}	343
5.2. Opór interferencyjny	345
5.3. Opór falowy	346
5.4. Współczynnik oporu przy niezerowym kącie natarcia	349
5.4.1. Współczynnik C_{xa_Ca} skrzydła oraz usterzenia poziomego i pionowego	349
5.4.2. Współczynnik C_{xa_a} kadłuba	364
5.4.3. Współczynnik oporu przy niezerowej sile nośnej (niezerowym kącie natarcia) całego samolotu	368

Rozdział 6

MOMENT POCHYLAJĄCY	375
6.1. Średnia cięciwa aerodynamiczna skrzydła	376
6.2. Współczynnik momentu pochylającego skrzydła	379
6.2.1. Współczynnik C_{m0_skrz}	380
6.2.2. Ognisko aerodynamiczne skrzydła $\bar{x}_{F_skrz}$	386
6.3. Współczynnik momentu pochylającego kadłuba	404
6.3.1. Zależność C_{m_kad} od współczynnika siły nośnej	405
6.3.1.1. Współczynnik C_{m0_kad}	405
6.3.1.2. Ognisko aerodynamiczne kadłuba $\bar{x}_{F_kad}$	409
6.3.2. Zależność współczynnika momentu pochylającego kadłuba od kąta natarcia	418
6.4. Współczynnik momentu pochylającego układu skrzydło-kadłub	423
6.4.1. Moment pochylający bez uwzględnienia interferencji aerodynamicznej	423
6.4.2. Moment pochylający z uwzględnieniem interferencji aerodynamicznej	427
6.4.2.1. Współczynnik momentu przy zerowej sile nośnej $C_{m0_skrz+kad}$	427

6.4.2.2. Położenie ogniska układu skrzydło–kadłub $\bar{X}_{F_skrz+kad}$	433
6.5. Współczynnik momentu pochylającego usterzenia poziomego	449
6.6. Współczynnik momentu pochylającego układu skrzydło–kadłub–usterzenie poziome	451
6.7. Część dynamiczna współczynnika momentu pochylającego – część dynamiczna	459
6.7.1. Wpływ prędkości kątowej pochylania Q	460
6.7.1.1. Udział skrzydła – pochodna $C_{m_skrz}^q$	461
6.7.1.2. Udział kadłuba – pochodna $C_{m_kad}^q$	473
6.7.1.3. Udział usterzenia poziomego	475
6.7.2. Wpływ prędkości zmiany kąta natarcia $\dot{\alpha}$	478
6.7.2.1. Udział skrzydła – pochodna $C_{m_skrz}^{\dot{\alpha}}$	478
6.7.2.2. Udział kadłuba – pochodna $C_{m_kad}^{\dot{\alpha}}$	493
6.7.2.3. Udział usterzenia poziomego	494
PODSUMOWANIE	497
LITERATURA	499

WSTĘP

W wyniku opływu samolotu przez powietrze powstają siły i momenty aerodynamiczne. Ich wartość zależy od kształtu samolotu oraz warunków lotu, m.in. prędkości. Zależności te mają często złożony charakter wynikający z praw fizyki dotyczących nieściśliwego lub ściśliwego przepływu powietrza wokół ciał o złożonej geometrii. Siły i momenty aerodynamiczne działające na samolot w czasie lotu wylicza się w oparciu o znajomość ich współczynników aerodynamicznych. Prawidłowe wyznaczenie tych współczynników jest kluczowym zadaniem na etapie projektowania samolotu. Są one niezbędne do oceny własności lotnych samolotów, takich jak: osiągi, manewrowość, sterowność, stateczność statyczna i dynamiczna. Ich znajomość pozwala zaprojektować statek powietrzny o pożądanych cechach. Minimalizuje to ryzyko popełnienia błędów projektowych. Obniża też koszty i powoduje, że samolot jest bezpieczniejszy w trakcie lotów doświadczalnych, ponieważ można przewidzieć jego zachowanie się w różnych fazach lotu.

Z tych powodów prowadzone są prace doświadczalne i teoretyczne, których celem jest określenie wiarygodnych charakterystyk aerodynamicznych. Ich uzyskanie jest trudne, zaś rezultat badań powinien być poddany szczegółowej weryfikacji. Charakterystyki aerodynamiczne mogą być wyznaczane na trzy różne sposoby, poprzez:

- badania modeli samolotów, a niekiedy rzeczywistych konstrukcji w tunelach aerodynamicznych;
- obliczenia dotyczące opływu samolotu przy zastosowaniu numerycznej mechaniki płynów, polegające na rozwiązywaniu równań Naviera–Stokesa;
- obliczenia inżynierskie wykorzystujące teoretyczno-doświadczalne zależności, tabele i wykresy.

Pierwszy sposób wymaga odpowiedniej bazy badawczej w postaci tuneli aerodynamicznych. Badania są kosztowne i często niemożliwe do wykonania ze względu na brak dostępu do odpowiednich tuneli. Wykonywane są najczęściej z wykorzystaniem modeli samolotów, co powoduje niezgodność liczb Reynoldsa i konieczność przeliczania uzyskanych charakterystyk.

Z kolei rozwiązanie równań mechaniki płynów wiąże się z koniecznością posiadania komputerów o dużej mocy obliczeniowej oraz tworzenia złożonego oprogramowania. Obecnie wykorzystuje się też komercyjne programy obliczeniowe, co wiąże się z kosztami ich pozyskania i użytkowania.

Obliczenia inżynierskie bazują zarówno na zależnościach teoretycznych, jak i uogólnionych wynikach badań eksperymentalnych przedstawionych w postaci tabel i wykresów. W takich obliczeniach ważna jest m.in. znajomość charakterystyk aerodynamicznych profili skrzydeł i innych powierzchni nośnych samolotu. Obliczenia tego typu nadal mogą być alternatywą dla badań w tunelach aerodynamicznych i obliczeń z zakresu mechaniki płynów. Uzyskane wyniki są często wystarczająco dokładne do prognozowania charakterystyk aerodynamicznych projektowanego samolotu lub do odtworzenia charakterystyk samolotu pozostającego w eksploatacji (jeżeli ich brak). Nie wymagają dużych nakładów. Ponieważ bardzo często uwzględniają wyniki badań doświadczalnych, dają wiarygodne oszacowanie charakterystyk.

Celem niniejszej pracy jest szczegółowe pokazanie procesu identyfikacji charakterystyk aerodynamicznych samolotu w oparciu o obliczenia inżynierskie. Wykorzystano metody zawarte w literaturze wymienionej na końcu monografii. Są to źródła różniące się formalnymi oznaczeniami parametrów, formułami dotyczącymi tych samych współczynników, wielkościami, do których są te współczynniki odniesione.

Opracowując monografię, zidentyfikowano te różnice i ujednolicono wyrażenia, tak aby otrzymane wyniki był jednoznaczne i porównywalne. Wszystkie zagadnienia zilustrowane są przykładami obliczeniowymi. Dotyczą one samolotu, którego geometrię określono w pierwszym przykładzie. W kolejnych przykładach przedstawiono szczegółowy proces obliczeniowy, pokazując dane liczbowe, które dawały końcowe wyniki. Autor ma nadzieję, że ułatwi to osobom zainteresowanym prowadzenie podobnych obliczeń dla innych samolotów.

Ze względu na obszerność materiału niniejsza monografia zawiera obliczenia dotyczące jedynie ruchu podłużnego samolotu. Opisano sposób uzyskania współczynników siły oporu, siły nośnej i momentu pochylającego. W każdym przypadku omawiano metody dotyczące trzech zakresów prędkości – poddźwiękowego, transsonicznego i naddźwiękowego. Wynika to z silnego wpływu liczby Macha na charakterystyki aerodynamiczne. W zależności od zakresu, w którym ta liczba się mieści, stosuje się różne wzory obliczeniowe. W odniesieniu do samolotów przyjęto następujący podział:

- I. zakres poddźwiękowy (*subsonic*) obejmujący przepływy nieściśliwe ($Ma < 0.4$) oraz ściśliwe podkrytyczne ($0.4 < Ma < Ma_{kr}$). Krytyczna liczba Macha jest rzędu 0.8;

- II. zakres transoniczny (*transonic*), gdy przepływ jest mieszany – w niektórych rejonach jest poddźwiękowy, a w innych naddźwiękowy. Mieści się on w przedziale od Ma_{kr} do $Ma = (1.05 \div 1.2)$;
- III. zakres naddźwiękowy (*supersonic*), gdy cały przepływ powietrza wokół samolotu jest naddźwiękowy ($Ma > 1$). Przyjmuje się, że zakres ten zaczyna się od liczby Macha swobodnego strumienia większej niż $1.05 \div 1.2$ aż do $Ma = 5$.
- IV. zakres hipersoniczny, w którym spełniony jest warunek $Ma > 5$. Zakres ten nie dotyczy samolotów.

Planowana jest publikacja części drugiej, która poświęcona będzie sile bocznej, momentowi przechylającemu i momentowi odchylającemu.

GEOMETRIA PROFILU LOTNICZEGO I SAMOŁOTU

Poniżej omówione zostaną podstawowe pojęcia dotyczące geometrii profilu lotniczego, skrzydła, usterzenia poziomego i usterzenia pionowego oraz kadłuba.

1.1. Geometria profilu

Profil skrzydła

Profilem skrzydła (płata) jest kształt jego przekroju w płaszczyźnie prostopadłej do osi skierowanej wzdłuż rozpiętości. Stosuje się profile o różnym kształcie: dwuwypukłe, płaskowypukłe i wklęsłowypukłe (rys. 1.1). Kształt profilu decyduje o jego właściwościach aerodynamicznych.

Cięciwa geometryczna skrzydła b

Dla profilu dwuwypukłego cięciwą jest odcinek łączący dwa najbardziej od siebie oddalone punkty profilu. Dla profili płaskowypukłych i wklęsłowypukłych cięciwą jest odcinek prostej stycznej do profilu od strony płaskiej lub wklęsłej, który jest ograniczony punktami przecięcia z normalnymi do niej stycznymi do profilu w rejonie noska i krawędzi spływu.

Linia szkieletowa

Linia szkieletową profilu jest linia łącząca środki okręgów wpisanych w profil. Dla profilu symetrycznego linia szkieletowa pokrywa się z cięciwą.

Strzałka profilu f

Strzałką profilu f jest maksymalna odległość linii szkieletowej od cięciwy profilu mierzona prostopadłe do cięciwy. Dla profilu symetrycznego strzałka profilu jest

równa zero. Strzałka profilu odniesiona do długości cięciwy jest nazywana względną strzałką profilu:

$$\bar{f} = \frac{f}{b} \quad (1.1)$$

Względna strzałka profilu często jest wyrażana w procentach. Zwykle mieści się w przedziale 0÷2%.

Współrzędna strzałki x_f

Współrzędną strzałki x_f jest jej odległość od noska profilu. Odległość ta odniesiona do długości cięciwy jest nazywana względną współrzędną strzałki:

$$\bar{x}_f = \frac{x_f}{b} \quad (1.2)$$

Grubość maksymalna profilu c

Grubością maksymalną profilu c jest największa odległość pomiędzy jego górnym i dolnym konturem. Jest to maksymalna średnica okręgu wpisanego w profil. Grubość maksymalna odniesiona do długości cięciwy jest nazywana względną grubością profilu:

$$\bar{c} = \frac{c}{b} \quad (1.3)$$

Względna grubość profilu często jest wyrażana w procentach. Zwykle mieści się w przedziale 3÷10% dla samolotów myśliwskich, 10÷15% dla samolotów komunikacyjnych, 12÷18% dla samolotów lekkich.

Współrzędna maksymalnej grubości profilu x_c

Współrzędną maksymalnej grubości profilu x_c jest jej odległość od noska profilu. Odległość ta odniesiona do długości cięciwy jest nazywana względną współrzędną maksymalnej grubości profilu:

$$\bar{x}_c = \frac{x_c}{b} \quad (1.4)$$

Współrzędna maksymalnej grubości profilu często jest wyrażana w procentach. Zwykle mieści się w przedziale 25÷30% dla profili klasycznych i nawet 50÷55% dla profili laminarnych.

Geometryczny kąt natarcia profilu α

Geometryczny kąt natarcia profilu jest to kąt pomiędzy cięciwą profilu i kierunkiem prędkości przepływu niezaburzonego.

Aerodynamiczny kąt natarcia profilu

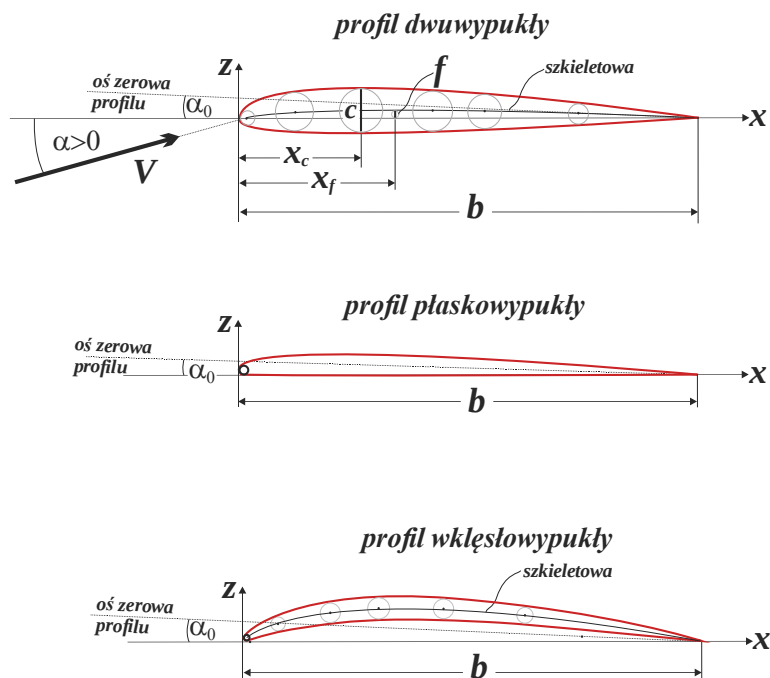
Aerodynamiczny kąt natarcia profilu jest to kąt pomiędzy linią zerowej siły nośnej i kierunkiem prędkości przepływu niezaburzonego.

Oś zerowa profilu

Oś zerowa profilu (oś zerowej siły nośnej) jest to oś przechodząca przez krawędź spływu, taka że jeżeli wektor prędkości ma zgodny z nią kierunek, to na profilu nie powstaje siła nośna.

Kąt zerowej siły nośnej α_0

Kąt zerowej siły nośnej jest to kąt pomiędzy cięciwą profilu i osią zerową profilu. Dla profili niesymetrycznych jest on zwykle ujemny.

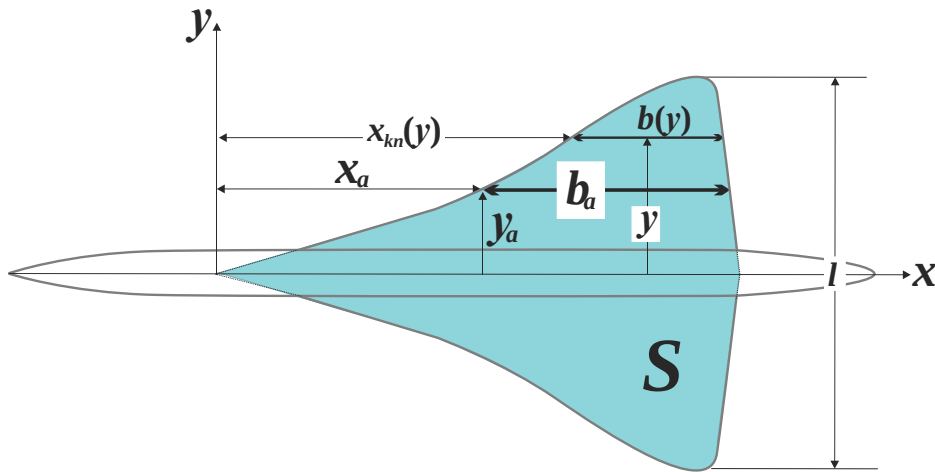


Rys. 1.1. Profil lotniczy

1.2. Geometria skrzydła

Głównym elementem wytwarzającym siłę nośną samolotu jest skrzydło. Skrzydło może mieć różny kształt. Dotyczy to przede wszystkim jego rzutu na płaszczyznę poziomą. Na rys. 1.2 pokazano skrzydło samolotu naddźwiękowego o zmiennym

kształcie oraz zaznaczono: dwie osie pomocniczego układu współrzędnych $Oxyz^1$, cięciwę skrzydła $b(y)$ i położenie krawędzi natarcia $x_{kn}(y)$ w odległości y od płaszczyzny symetrii samolotu, rozpiętość skrzydła l , średnią cięciwę aerodynamiczną b_a i jej położenie (y_a i x_a), powierzchnię skrzydła S .



Rys. 1.2. Skrzydło o zmiennym kształcie

Powierzchnia odniesieniowa skrzydła S

Powierzchnia odniesieniowa skrzydła jest to powierzchnia skrzydła w widoku z góry (obrys skrzydła). Obejmuje ona też część podkadłubową, tak jak pokazano na rys. 1.2. Jest to powierzchnia wykorzystywana we wzorach służących do obliczania całkowitych sił i momentów aerodynamicznych działających na samolot. W ogólnym przypadku można ją obliczyć, wykonując całkowanie:

$$S = \int_{-l/2}^{l/2} b(y) dy \quad (1.5)$$

Średnia cięciwa aerodynamiczna b_a

Przyjmuje się, że średnia cięciwa aerodynamiczna odpowiada cięciwie skrzydła prostokątnego o tej samej powierzchni co skrzydło rzeczywiste. Skrzydło równoważne wytwarza taką samą siłę nośną, opór i moment pochylający jak skrzydło

¹ Prostopadła oś Oz jest skierowana w kierunku górnej części kadłuba („do czytelnika”).

rzeczywiste. Jeżeli nie uwzględniać skreńczenia aerodynamicznego skrzydła oraz zakładając, że profil skrzydła wzdłuż rozpiętości nie ulega zmianie, to można obliczyć średnią cięciwę aerodynamiczną b_a oraz jej położenie:

$$b_a = \frac{1}{S} \int_{-l/2}^{l/2} b^2(y) dy \quad (1.6)$$

$$x_{b_a} = \frac{1}{S} \int_{-l/2}^{l/2} x_{kn}(y) \cdot b(y) dy \quad (1.7)$$

$$y_{b_a} = \frac{1}{S/2} \int_0^{l/2} y \cdot b(y) dy \quad (1.8)$$

$$z_{b_a} = \frac{1}{S} \int_{-l/2}^{l/2} z_{kn}(y) \cdot b(y) dy \quad (1.9)$$

Wzór (1.8) dotyczy połówki skrzydła. Dla całego skrzydła współrzędna y_{b_a} jest równa zero, ponieważ średnia cięciwa aerodynamiczna całego skrzydła leży w płaszczyźnie symetrii samolotu.

Wydłużenie skrzydła λ

Wydłużenie skrzydła definiuje się jako iloraz kwadratu rozpiętości do powierzchni skrzydła:

$$\lambda = \frac{l^2}{S} \quad (1.10)$$

Skreńczenie skrzydła φ

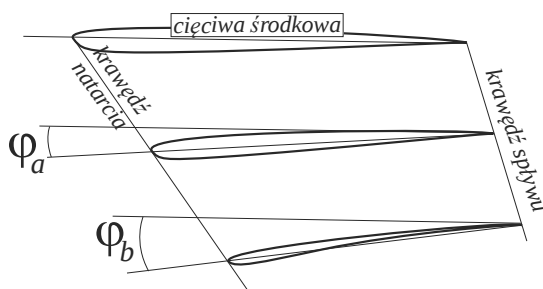
Jeżeli wzdłuż rozpiętości skrzydła kolejne przekroje są obrócone względem siebie, to skrzydło jest skreńcone (zwichrzone) geometrycznie. Jeżeli natomiast kształt profili zmienia się wzdłuż rozpiętości, to skrzydło jest skreńcone aerodynamicznie. Rysunek 1.3 ilustruje skreńczenie aerodynamiczne i geometryczne. Skreńczenie geometryczne jest ujemne ($\varphi < 0$), jeżeli kąt natarcia profilu końcowego jest mniejszy niż profilu środkowego.

Wznios skrzydła Γ

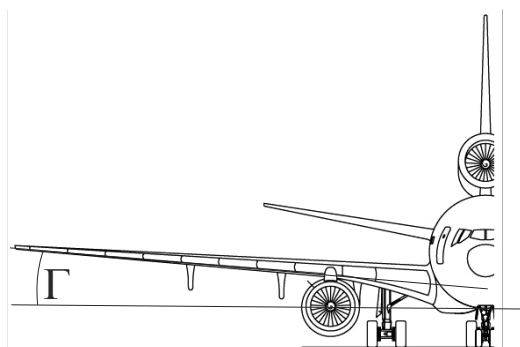
Kąt wzniosu skrzydła jest to kąt pomiędzy płaszczyzną cięciw i płaszczyzną prostopadłą do płaszczyzny symetrii samolotu. Pokazano go na rys. 1.4.

Skos skrzydła Λ

Kąt skosu skrzydła jest to kąt pomiędzy osią boczną samolotu Oy i rzutem linii stałego punktu cięciwy na płaszczyznę prostopadłą do cięciwy przykadłubowej. Pokazano go na rys. 1.5. Kąt skosu określa się z reguły dla krawędzi natarcia (Λ_0), linii $\frac{1}{4}$ cięciw ($\Lambda_{0.25}$), linii $\frac{1}{2}$ cięciw ($\Lambda_{0.5}$) i krawędzi spływu ($\Lambda_{1.0}$).



Rys. 1.3. Skręcenie geometryczne skrzydła

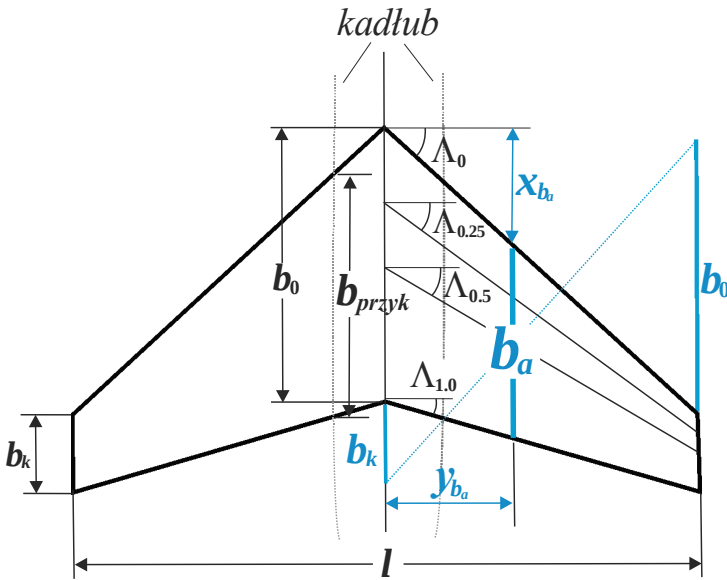


Rys. 1.4. Kąt wzniosu skrzydła

1.3. Parametry geometryczne skrzydła trapezowego, prostokątnego i trójkątnego

Najczęściej stosowanym kształtem skrzydeł jest skrzydło trapezowe (rys. 1.5). Dla takiego skrzydła określa się charakterystyczne wielkości:

- L – rozpiętość skrzydła
- b_k – cięciwa końcowa
- b_0 – cięciwa środkowa (w płaszczyźnie symetrii kadłuba)
- b_{przyk} – cięciwa przykadłubowa
- b_a – średnia cięciwa aerodynamiczna
- Λ_0 – kąt skosu krawędzi natarcia skrzydła
- $\Lambda_{0.25}$ – kąt skosu linii $\frac{1}{4}$ cięciw skrzydła
- $\Lambda_{0.5}$ – kąt skosu linii $\frac{1}{2}$ cięciw skrzydła
- $\Lambda_{1.0}$ – kąt skosu krawędzi spływu skrzydła



Rys. 1.5. Skrzydło trapezowe

W oparciu o powyższe parametry oblicza się i definiuje:
Powierzchnię skrzydła S :

$$S = \frac{b_0 + b_k}{2} l \quad (1.11)$$

Średnią cięciwę geometryczną skrzydła b_{sr}

$$b_{sr} = \frac{S}{l} = \frac{b_0 + b_k}{2} \quad (1.12)$$

Wydłużenie skrzydła λ :

$$\lambda = \frac{l}{b_{sr}} = \frac{2l}{b_0 + b_k} \quad (1.13)$$

Zbieżność skrzydła η^2 :

$$\eta = \frac{b_0}{b_k} \quad (1.14)$$

² W wielu publikacjach anglojęzycznych zbieżność jest definiowana jak stosunek cięciwy końcowej do cięciwy środkowej (odwrotność ułamka (1.14)).

Dla skrzydła trapezowego bieżącą cięciwą aerodynamiczną można przedstawić w postaci liniowej zależności:

$$b(y) = b_0 + \frac{b_k - b_0}{l/2} |y| = b_0 \left(1 + \frac{1-\eta}{\eta} \frac{|y|}{l/2} \right) \quad (1.15)$$

Podstawienie tego wzoru do (1.6)÷(1.9) daje wzory pozwalające obliczyć **parametry skrzydła trapezowego** w oparciu o zbieżność i rozpiętość:

$$S = \frac{b_0 l}{2} \frac{\eta+1}{\eta} \quad (1.16)$$

$$b_a = \frac{2}{3} b_0 \frac{\eta^2 + \eta + 1}{\eta(\eta+1)} \quad (1.17)$$

$$x_{b_a} = \frac{l}{6} \frac{\eta+2}{\eta+1} \tan \Lambda_0 \quad (1.18)$$

$$z_{b_a} = \frac{l}{6} \frac{\eta+2}{\eta+1} \tan \Gamma \quad (1.19)$$

Średnia cięciwa aerodynamiczna skrzydła leży w płaszczyźnie symetrii samolotu. Jeżeli zachodzi konieczność osobnego rozpatrywania prawej i lewej połówki skrzydła, to współrzędna boczna średniej cięciwy aerodynamicznej połówki skrzydła jest równa:

$$y_{b_a} = \frac{l}{6} \frac{\eta+2}{\eta+1} \quad (1.20)$$

Na rys. 1.5 pokazano, w jaki sposób znaleźć średnią cięciwę aerodynamiczną skrzydła trapezowego. Należy cięciwę środkową powiększyć do tyłu o wartość b_k , a cięciwę końcową do przodu o b_0 . Następnie łączy się uzyskane odcinki linią prostą. Przecięcie tej linii z linią $1/2$ cięciw wskazuje, w którym miejscu na połowce skrzydła położona jest średnia cięciwa aerodynamiczna.

Jeżeli **skrzydło** jest **prostokątne** ($\eta=1$), to mamy:

$$S = b_0 l, \quad b_a = b_0, \quad x_{b_a} = 0, \quad y_{b_a} = \frac{l}{4}, \quad z_{b_a} = \frac{l}{4} \tan \Gamma \quad (1.21)$$

Dla **skrzydła trójkątnego** ($\eta=\infty$) otrzymuje się:

$$S = \frac{b_0 l}{2}, \quad b_a = \frac{2}{3} b_0, \quad x_{b_a} = \frac{1}{3} b_0, \quad y_{b_a} = \frac{l}{6}, \quad z_{b_a} = \frac{l}{6} \tan \Gamma \quad (1.22)$$

Skrzydło „zewewnętrzne” (obliczeniowe)

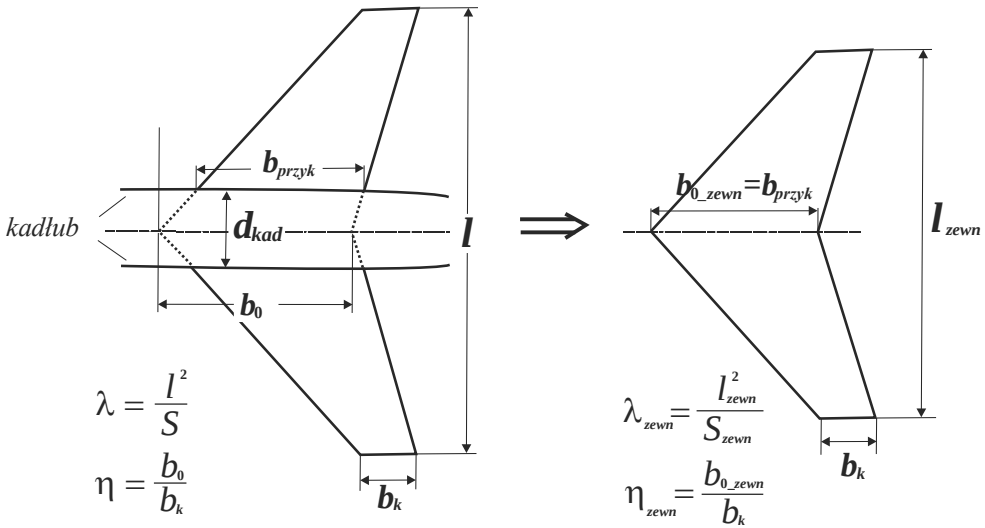
Siły aerodynamiczne wytwarzane są przez zewnętrzną część skrzydła znajdującą się poza kadłubem. Dlatego w analizach uwzględnia się skrzydło „zewewnętrzne” utworzone przez połączenie tych fragmentów skrzydła. Sposób jego utworzenia pokazano na rys. 1.6. Geometria takiego skrzydła „zewewnętrznego” jest inna niż geometria całego skrzydła. W szczególności inna jest rozpiętość:

$$l_{zewn} = l - d_{kad} \quad (1.23)$$

Cięciwą środkową skrzydła jest średnica przykadłubowa skrzydła rzeczywistego:

$$b_{0_zewn} = b_{przyk} \quad (1.24)$$

W związku z tym zmieniają się też wyliczane według wzorów (1.16)÷(1.20) parametry skrzydła.



Rys. 1.6. Skrzydło „zewewnętrzne” (obliczeniowe)

W obliczeniach określa się położenie ogniska aerodynamicznego skrzydła względem różnych punktów. Ustala się:

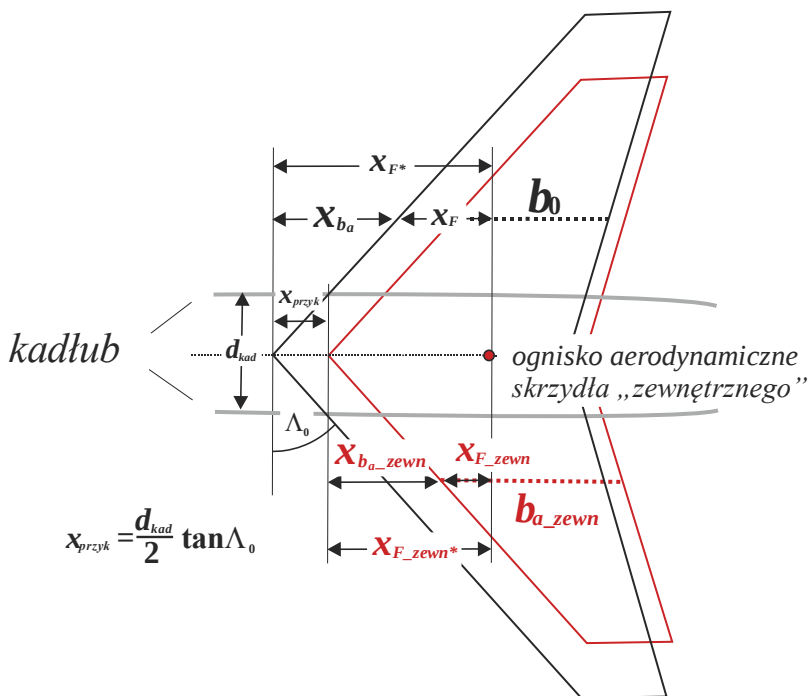
x_{F_skrz} – odległość od krawędzi natarcia średniej cięciwy aerodynamicznej b_a ,

x_{F_skrz*} – odległość od krawędzi natarcia cięciwy środkowej b_0 .

Niekiedy zachodzi też konieczność przeliczania położenia określonego punktu (np. ogniska aerodynamicznego skrzydła „zewnętrznego”) względem różnych punktów. Pokazano to na rys. 1.7. Wynikające z tożsamości geometrycznych związki mają następującą postać:

$$x_{F*} = x_{przyk} + x_{F_{zewn}*} = \frac{d_{kad}}{2} \tan \Lambda_0 + x_{F_{zewn}*} = \frac{d_{kad}}{2} \tan \Lambda_0 + x_{b_{a_zewn}} + x_{F_{zewn}} \quad (1.25)$$

$$x_F = x_{F*} - x_{b_a} = \frac{d_{kad}}{2} \tan \Lambda_0 + x_{b_{a_zewn}} + x_{F_{zewn}} - x_{b_a} \quad (1.26)$$



Rys. 1.7. Położenie ogniska aerodynamicznego na skrzydle samolotu i na skrzydle „zewnętrznym”

1.4. Parametry geometryczne usterzenia poziomego

Powierzchnia odniesieniowa usterzenia poziomego S_H

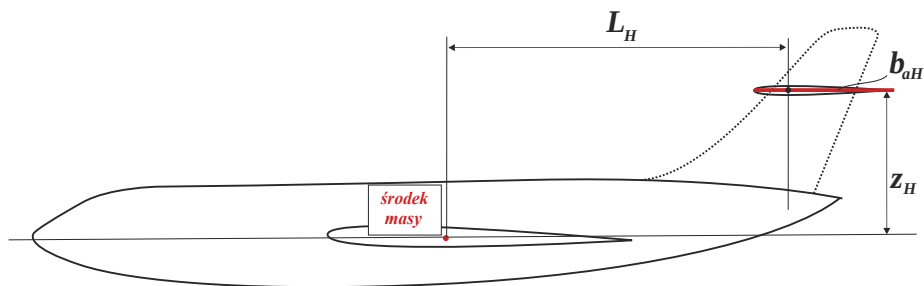
Powierzchnia odniesieniowa usterzenia poziomego jest definiowana analogicznie jak dla skrzydła, ale dotyczy usterzenia. Również pozostałe parametry usterzenia poziomego oblicza się jak dla skrzydła.

Ramię działania siły aerodynamicznej usterzenia L_H

Ramię działania siły aerodynamicznej usterzenia wzdłuż osi podłużnej jest to długość rzutu na oś podłużną samolotu odcinka łączącego wybrany punkt leżący na średniej cięciwie aerodynamicznej samolotu (najczęściej jest to środek masy) z punktem leżącym na $\frac{1}{4}$ średniej cięciwy aerodynamicznej usterzenia poziomego. Pokazano to na rys. 1.8.

Ramię działania siły aerodynamicznej usterzenia z_H

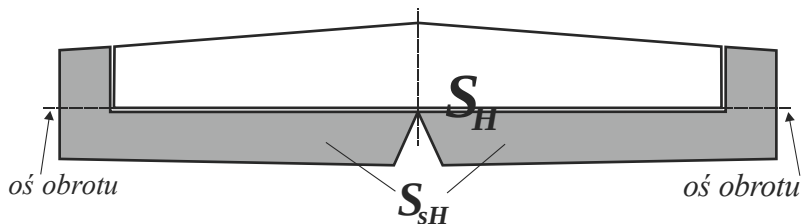
Ramię działania siły aerodynamicznej usterzenia wzdłuż osi pionowej jest to długość rzutu na oś pionową samolotu odcinka łączącego wybrany punkt leżący na średniej cięciwie aerodynamicznej samolotu (najczęściej jest to środek masy) z punktem leżącym na $\frac{1}{4}$ średniej cięciwy aerodynamicznej usterzenia poziomego. Pokazano to na rys. 1.8.



Rys. 1.8. Ramię działania siły aerodynamicznej usterzenia poziomego

Powierzchnia steru wysokości S_{sH}

Powierzchnia steru wysokości jest to powierzchnia ruchomej części usterzenia poziomego służąca do sterowania pochyleniem samolotu (rys. 1.9).

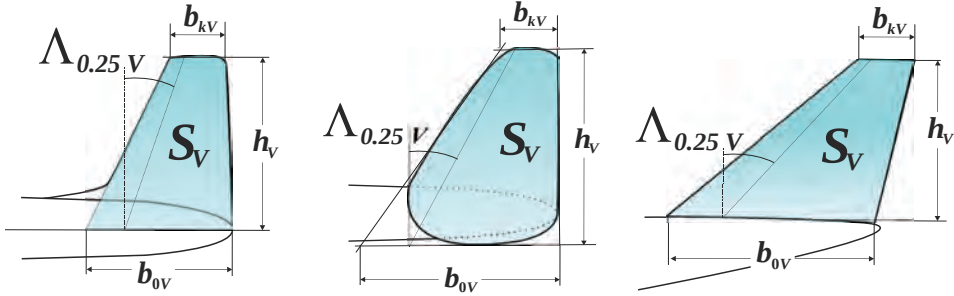


Rys. 1.9. Powierzchnia steru wysokości i usterzenia poziomego

1.5. Parametry geometryczne usterzenia pionowego

Powierzchnia odniesieniowa usterzenia pionowego S_V

Powierzchnię odniesieniową usterzenia pionowego określa się w zależności od sposobu mocowania usterzenia do kadłuba. Na rys. 1.10 pokazano przykłady tej powierzchni oraz wymiarów geometrycznych wykorzystywanych w obliczeniach.



Rys. 1.10. Geometria usterzenia pionowego

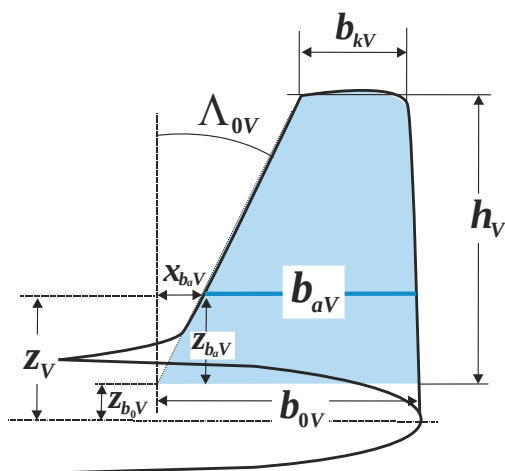
Dla usterzenia pionowego określa się:

- powierzchnię:
$$S = \frac{b_{0V} + b_{kV}}{2} h_V \quad (1.27)$$
- wydłużenie:
$$\lambda_V = \frac{h_V^2}{S_V} \quad (1.28)$$
- zbieżność:
$$\eta_V = \frac{b_{0V}}{b_{kV}} \quad (1.29)$$
- średnią cięciwę aerodynamiczną:
$$b_{aV} = \frac{2}{3} b_{0V} \frac{\eta_V^2 + \eta_V + 1}{\eta_V(\eta_V + 1)} \quad (1.30)$$

Położenie średniej cięciwy aerodynamicznej usterzenia pionowego (rys. 1.11) oblicza się ze wzorów:

$$x_{b_{aV}} = \frac{h_V}{3} \frac{\eta_V + 2}{\eta_V + 1} \tan \Lambda_{0V} \quad (1.31)$$

$$z_{b_{aV}} = \frac{h_V}{3} \frac{\eta_V + 2}{\eta_V + 1} \quad (1.32)$$



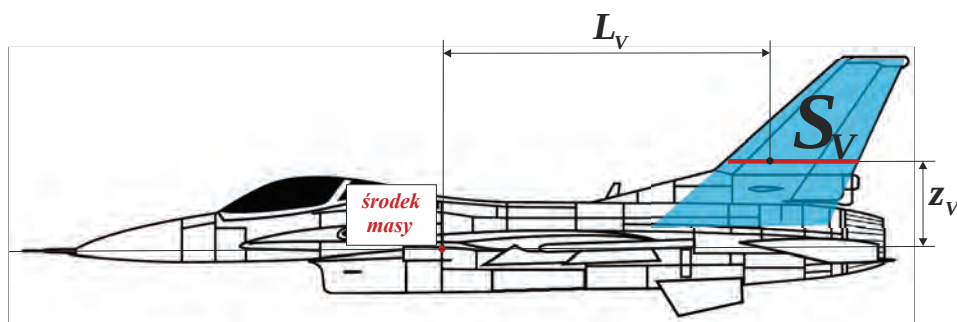
Rys. 1.11. Średnia cięciwa aerodynamiczna usterzenia pionowego

Ramię działania siły aerodynamicznej usterzenia L_v

Ramię działania siły aerodynamicznej usterzenia wzdłuż osi podłużnej jest to długość rzutu na oś podłużną samolotu odcinka łączącego wybrany punkt leżący na średniej cięciwie aerodynamicznej samolotu (najczęściej jest to środek masy) z punktem leżącym na $1/4$ średniej cięciwy aerodynamicznej usterzenia pionowego. Pokazano to na rys. 1.12.

Ramię działania siły aerodynamicznej usterzenia z_v

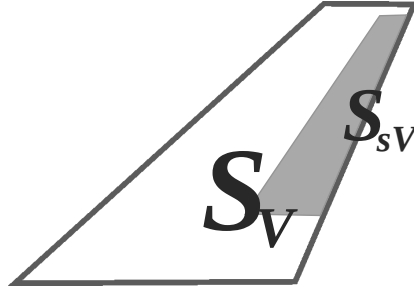
Ramię działania siły aerodynamicznej usterzenia wzdłuż osi pionowej jest to długość rzutu na oś pionową samolotu odcinka łączącego wybrany punkt leżący na średniej cięciwie aerodynamicznej samolotu (najczęściej jest to środek masy) z punktem leżącym na $1/4$ średniej cięciwy aerodynamicznej usterzenia pionowego. Pokazano to na rys. 1.12. Ramię to jest równe sumie obliczonej ze wzoru (1.32) współrzędnej $z_{b_{av}}$ średniej cięciwy aerodynamicznej oraz współrzędnej cięciwy b_{0v} .



Rys. 1.12. Ramię działania siły aerodynamicznej usterzenia pionowego

Powierzchnia steru kierunku S_{SV}

Powierzchnia steru kierunku jest to powierzchnia ruchomej części usterzenia pionowego służąca do sterowania odchyłaniem samolotu.



Rys. 1.13. Powierzchnia steru kierunku i usterzenia pionowego

1.6. Parametry geometryczne kadłuba

Długość kadłuba l_{kad}

Długość kadłuba jest to odległość pomiędzy dwiema płaszczyznami, które są prostopadłe do osi podłużnej kadłuba i mają z nim jeden punkt styczny.

Szerokość kadłuba w_{kad}

Szerokość kadłuba jest to odległość pomiędzy dwiema płaszczyznami równoległymi do jego płaszczyzny symetrii, które są styczne do kadłuba w największym przekroju.

Wysokość kadłuba h_{kad}

Wysokość kadłuba jest to odległość pomiędzy dwiema płaszczyznami poziomymi, które są styczne do kadłuba w największym przekroju.

Powierzchnia odniesieniowego przekroju poprzecznego S_{kad_poprz}

Powierzchnia odniesieniowego przekroju poprzecznego jest to powierzchnia wybranego przekroju prostopadłego do osi kadłuba, który przyjmowany jest do obliczeń sił i momentów aerodynamicznych kadłuba. Zwykle jest to powierzchnia największego przekroju poprzecznego.

Średnica zastępcza kadłuba d_{kad_zast}

Średnica zastępcza kadłuba jest to średnica koła, którego powierzchnia odpowiada powierzchni odniesieniowego przekroju poprzecznego S_{kad_poprz} . Jest ona równa:

$$d_{kad_zast} = 2\sqrt{\frac{S_{kad_poprz}}{\pi}} \quad (1.33)$$

Jeżeli kadłub ma przekrój eliptyczny o osiach a i b , to średnica zastępcza jest równa:

$$d_{kad_zast} = \sqrt{ab} \quad (1.34)$$

Jeżeli część centralna kadłuba jest walcem, to mówi się o średnicy kadłuba $d_{kad} = d_{kad_zast}$.³

Średnica denna kadłuba d_{dno}

Średnica denna kadłuba jest to średnica końcowego przekroju kadłuba. Jeżeli przekrój nie jest kołowy, należy ją obliczyć ze wzoru analogicznego do (1.33).

Powierzchnia odniesieniowa kadłuba S_{kad}

Powierzchnia odniesieniowa kadłuba jest to powierzchnia prostokąta opisanego na konturze kadłuba w rzucie poziomym. Na rys. 1.14 zaznaczono ją szarym kolorem. W przybliżeniu można przyjąć, że:

$$S_{kad} = l_{kad} d_{kad} \quad (1.35)$$

Powierzchnia pozioma kadłuba S_{kad_poz}

Powierzchnia pozioma kadłuba jest to powierzchnia przekroju kadłuba w rzucie poziomym. Można ją wyznaczyć z rys. 1.14, dzieląc tę powierzchnię na figury elementarne, lub wstępnie oszacować ze wzoru:

$$S_{kad_poz} = 0.9 l_{kad} d_{kad} \quad (1.36)$$

Powierzchnia boczna kadłuba S_{kad_bocz}

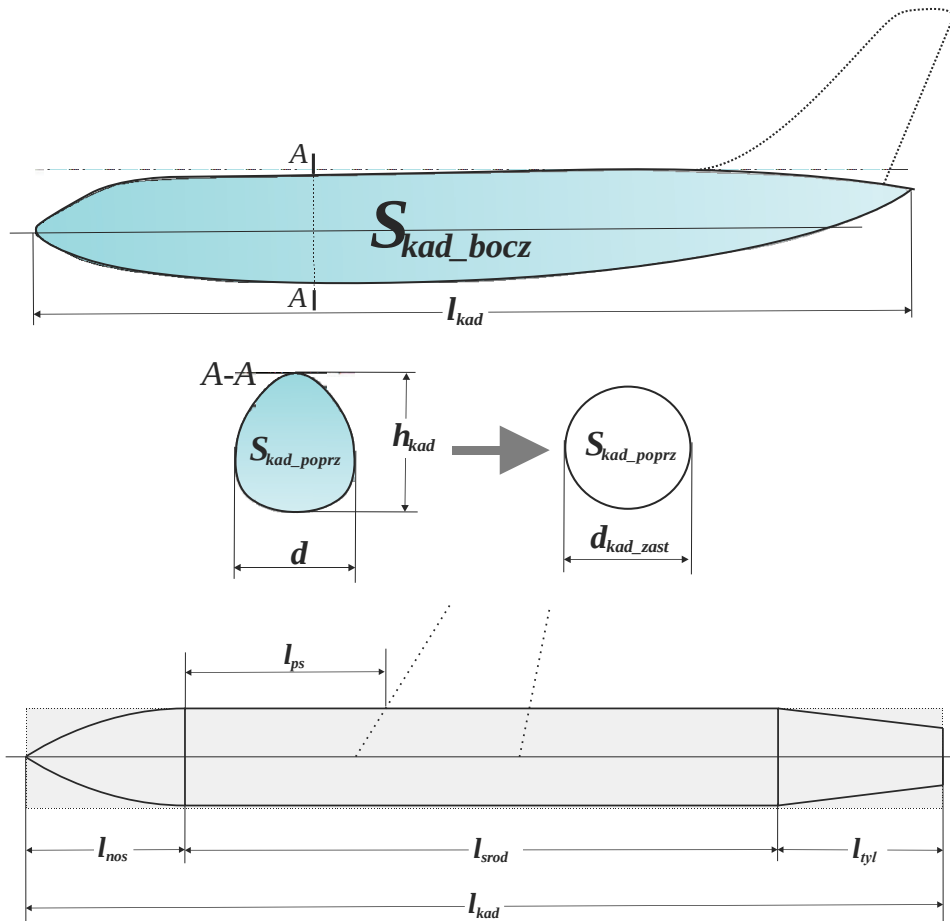
Powierzchnia boczna kadłuba jest to powierzchnia przekroju kadłuba w płaszczyźnie symetrii. Można ją wyznaczyć z rys. 1.14, dzieląc tę powierzchnię na figury elementarne, lub wstępnie oszacować ze wzoru:

$$S_{kad_bocz} = 0.8 l_{kad} h_{kad} \quad (1.37)$$

Powierzchnia denna kadłuba S_{dno}

Powierzchnia denna kadłuba jest to powierzchnia przekroju końcowego o średnicy d_{dno} .

³ W dalszej części książki będzie stosowane oznaczenie d_{kad} bez względu na to, czy kadłub ma przekrój kołowy czy też inny.



Rys. 1.14. Parametry geometryczne kadłuba

Smukłość kadłuba f_{kad}

Smukłość kadłuba jest to stosunek długości kadłuba do jego średnicy zastępczej:

$$f_{kad} = \frac{l_{kad}}{d_{kad}} \quad (1.38)$$

Smukłość części nosowej kadłuba f_{nos}

Smukłość części nosowej kadłuba jest to stosunek długości części przedniej kadłuba o zmieniającej się średnicy do średnicy zastępczej kadłuba:

$$f_{nos} = \frac{l_{nos}}{d_{kad}} \quad (1.39)$$

Smukłość części środkowej (centralnej) kadłuba f_{srod}

Smukłość części środkowej kadłuba jest to stosunek długości tej części do jego średnicy zastępczej:

$$f_{srod} = \frac{l_{srod}}{d_{kad}}, \quad f_{cylinder} = \frac{l_{cylinder}}{d_{kad}} \quad (1.40)$$

Jeżeli część centralna kadłuba jest cylindrem, to zastosowano oznaczenie *cylinder*.

Smukłość części kadłuba leżącej pomiędzy wierzchołkiem noska i skrzydłem „zewnątrznym” f_{ps}

Smukłość części kadłuba leżącej pomiędzy noskiem i skrzydłem „zewnątrznym” (cięciwą przykadłubową) jest to stosunek długości tej części do średnicy zastępczej kadłuba:

$$f_{ps} = \frac{l_{ps}}{d_{kad}} \quad (1.41)$$

Smukłość części tylnej kadłuba f_{tyl}

Smukłość części tylnej kadłuba jest to stosunek długości części cylindrycznej do jego średnicy zastępczej:

$$f_{tyl} = \frac{l_{tyl}}{d_{kad}} \quad (1.42)$$

Wydłużenie kadłuba λ_{kad}

Wydłużenie kadłuba jest to stosunek kwadratu szerokości kadłuba do powierzchni poziomej kadłuba:

$$\lambda_{kad} = \frac{w_{kad}^2}{S_{kad_poz}} \quad (1.43)$$

Objętość kadłuba V_{kad}

Objętość kadłuba można obliczyć, znając pole powierzchni kolejnych jego przekrojów $S(X)$:

$$V_{kad} = \int_0^{l_{kad}} S(X) dX \quad (1.44)$$

Jeżeli kadłub jest ciałem osiowosymetrycznym, to mamy:

$$V_{kad} = \frac{\pi}{4} \int_0^{l_{kad}} d_{kad}^2(X) dX \quad (1.45)$$

Objętość można obliczyć analitycznie, jeżeli znana jest zależność średnicy kadłuba od współrzędnej X (mierzonej od noska).

Objętość części kadłuba

Nosek kadłuba

Istnieje wiele różnych typów nosków projektowanych w oparciu o różne formuły. Jedną z nich określa promień noska:

$$r_{nos}(X) = \frac{d_{kad}}{2} \left(\frac{X}{l_{nos}} \right)^n \quad (1.46)$$

W tym przypadku objętość noska jest równa:

$$V_{nos} = \frac{1}{2n+1} \frac{\pi d_{kad}^2}{4} l_{nos} = \frac{1}{2n+1} S_{kad_poprz} l_{nos} \quad (1.47)$$

W tab. 1.1 zebrano wzory dotyczące najczęstszych wartości wykładnika potęgi n :

Tabela 1.1

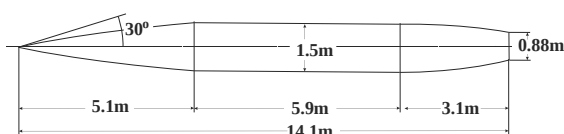
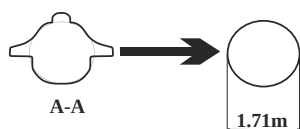
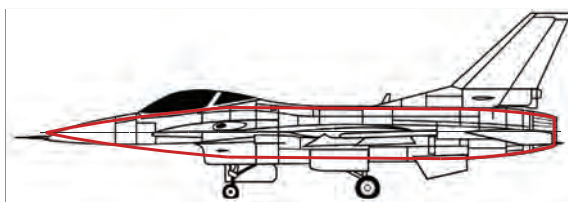
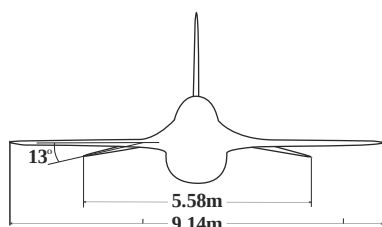
Wzory dotyczące najczęstszych wartości wykładnika potęgi n

n	Typ kształtu	V_{nos}
0	cylinder	$S_{kad_poprz} l_{nos}$
1/2	parabola	$\frac{1}{2} S_{kad_poprz} l_{nos}$
3/4	trzy czwarte	$\frac{2}{5} S_{kad_poprz} l_{nos}$
1	stożek	$\frac{1}{3} S_{kad_poprz} l_{nos}$

Część środkowa i tylna kadłuba

Wzór (1.42) ma też zastosowanie dla innych fragmentów kadłuba. Na przykład – dla części cylindrycznej środkowej, biorąc do obliczeń długość l_{srod} . Dla stożkowej części tylnej:

$$V_{tyl} = \frac{l_{tyl}}{3} \left[S_{kad_poprz} + (S_{kad_poprz} - S_{dno}) \frac{d_{dno}}{d_{kad} - d_{dno}} \right] \quad (1.48)$$



Rys. P1.1.5. Rzut czołowy samolotu

Rys. P1.1.6. Kadłub samolotu

1. Obliczenia dotyczące skrzydła:

- powierzchnia skrzydła z (1.11):

$$S = \frac{b_0 + b_k}{2} l = \frac{4.93 + 1.185}{2} \cdot 9.14 = 28 \text{ m}^2 \quad (\text{P1.1.1})$$

- średnia cięciwa geometryczna skrzydła z (1.12):

$$b_{sr} = \frac{b_0 + b_k}{2} = \frac{4.93 + 1.185}{2} = 3.06 \text{ m} \quad (\text{P1.1.2})$$

- wydłużenie skrzydła z (1.13):

$$\lambda = \frac{2l}{b_0 + b_k} = \frac{2 \cdot 9.14}{4.93 + 1.185} = 3.0 \quad (\text{P1.1.3})$$

- zbieżność skrzydła z (1.14):

$$\eta = \frac{b_0}{b_k} = \frac{4.93}{1.185} = 4.16 \quad (\text{P1.1.4})$$

- średnia cięciwa aerodynamiczna skrzydła z (1.17):

$$b_a = \frac{2}{3} b_0 \frac{\eta^2 + \eta + 1}{\eta(\eta + 1)} = \frac{2}{3} \cdot 4.93 \cdot \frac{4.16^2 + 4.16 + 1}{4.16(4.16 + 1)} = 3.44 \text{ m} \quad (\text{P1.1.5})$$

- współrzędne średniej cięciwy aerodynamicznej skrzydła z (1.18)÷(1.20):

$$x_{b_a} = \frac{l}{6} \frac{\eta+2}{\eta+1} \tan \Lambda_0 = \frac{9.14}{6} \cdot \frac{4.16+2}{4.16+1} \cdot \tan 40^\circ = 1.53 \text{ m} \quad (\text{P1.1.6})$$

$$z_{b_a} = \frac{l}{6} \frac{\eta+2}{\eta+1} \tan \Gamma = \frac{9.14}{6} \cdot \frac{4.16+2}{4.16+1} \cdot \tan 0^\circ = 0 \text{ m} \quad (\text{P1.1.7})$$

$$y_{b_a} = \frac{l}{6} \frac{\eta+2}{\eta+1} = \frac{9.14}{6} \cdot \frac{4.16+2}{4.16+1} = 1.82 \text{ m} \quad (\text{P1.1.8})$$

- cięciwa przykadłubowa skrzydła:

$$b_{przyk} = b_0 - \frac{d_{kad}}{2} \tan \Lambda_0 = 4.93 - \frac{1.5}{2} \tan 40^\circ = 4.3 \text{ m} \quad (\text{P1.1.9})$$

2. Obliczenia dotyczące skrzydła „zewnątrznego”

- rozpiętość skrzydła „zewnątrznego” (obliczeniowego):

$$l_{zewn} = l - d_{kad} = 9.14 - 1.5 = 7.64 \text{ m} \quad (\text{P1.1.10})$$

- powierzchnia skrzydła „zewnątrznego”:

$$S_{zewn} = \frac{b_{przyk} + b_k}{2} l_{zewn} = \frac{4.3 + 1.185}{2} \cdot 7.64 = 21 \text{ m}^2 \quad (\text{P1.1.11})$$

- wydłużenie skrzydła „zewnątrznego” z (1.13):

$$\lambda_{zewn} = \frac{2l_{zewn}}{b_{przyk} + b_k} = \frac{2 \cdot 7.64}{4.3 + 1.185} = 2.78 \quad (\text{P1.1.12})$$

- zbieżność skrzydła „zewnątrznego” z (1.14):

$$\eta_{zewn} = \frac{b_{przyk}}{b_k} = \frac{4.3}{1.185} = 3.63 \quad (\text{P1.1.13})$$

- średnia cięciwa aerodynamiczna skrzydła „zewnątrznego” z (1.17):

$$b_{a_zewn} = \frac{2}{3} b_{przyk} \frac{\eta_{zewn}^2 + \eta_{zewn} + 1}{\eta_{zewn}(\eta_{zewn} + 1)} = \frac{2}{3} \cdot 4.3 \cdot \frac{3.63^2 + 3.63 + 1}{3.63(3.63 + 1)} = 3.04 \text{ m} \quad (\text{P1.1.14})$$

- współrzędne średniej cięciwy aerodynamicznej skrzydła „zewnątrznego” z (1.18)÷(1.20):

$$x_{b_{a_zewn}} = \frac{l_{zewn}}{6} \frac{\eta_{zewn} + 2}{\eta_{zewn} + 1} \tan \Lambda_0 = \frac{7.64}{6} \cdot \frac{3.63 + 2}{3.63 + 1} \cdot \tan 40^\circ = 1.3 \text{ m} \quad (\text{P1.1.15})$$

$$z_{b_{a_zewn}} = \frac{l_{zewn}}{6} \frac{\eta_{zewn} + 2}{\eta_{zewn} + 1} \tan \Gamma = \frac{7.64}{6} \cdot \frac{3.63 + 2}{3.63 + 1} \cdot \tan 0^\circ = 0 \text{ m} \quad (\text{P1.1.16})$$

$$y_{b_{a_zewn}} = \frac{l_{zewn} \eta_{zewn} + 2}{6 \eta_{zewn} + 1} = \frac{7.64}{6} \cdot \frac{3.63+2}{3.63+1} = 1.55 \text{ m} \quad (\text{P1.1.17})$$

- powierzchnia napływów jako powierzchnia dwóch trójkątów (rys. P1.1.3):

$$S_{napl} = 2 \frac{3.31 \cdot 0.76}{2} = 2.52 \text{ m}^2 \quad (\text{P1.1.18})$$

- powierzchnia lotki (klapy) jako powierzchnia trapezu:

$$S_l = \frac{b_{ol} + b_{kl}}{2} h_l = \frac{0.88 + 0.37}{2} \cdot 2.45 = 1.53 \text{ m}^2 \quad (\text{P1.1.19})$$

- powierzchnia skrzydła w obrębie lotki (klapy) jako powierzchnia trapezu:

$$S_{zaj_l} = \frac{b_o + b_k}{2} h_l = \frac{4 + 1.98}{2} \cdot 2.45 = 7.32 \text{ m}^2 \quad (\text{P1.1.20})$$

Położenie ogniska aerodynamicznego skrzydła „zewnątrznego”

Przyjęto, że znane jest położenie ogniska aerodynamicznego skrzydła „zewnątrznego” na jego cięciwie środkowej x_{F_zewn*} . Oblicza się:

- z (1.25) jego odległość od wierzchołka skrzydła:

$$x_{F*} = \frac{d_{kad}}{2} \tan \Lambda_0 + x_{F_zewn*} = \frac{1.5}{2} \tan 40^\circ + x_{F_zewn*} = 0.63 + x_{F_zewn*} \quad (\text{P1.1.21})$$

Pierwszy składnik to odległość pomiędzy wierzchołkami skrzydła i skrzydła „zewnątrznego”.

- z (1.26) jego odległość od krawędzi natarcia średniej cięciwy aerodynamicznej skrzydła:

$$x_F = x_{F*} - x_{b_a} = (0.63 + x_{F_zewn*}) - 1.53 = x_{F_zewn*} - 0.9 \quad (\text{P1.1.22})$$

$$\text{dla } \bar{x}_{F_zewn*} = \frac{\bar{x}_{F_zewn*}}{b_{0_zewn}} = 0.48 \text{ mamy } x_{F_zewn*} = 0.48 \cdot 4.3 = 2.06 \text{ m.}$$

Stąd położenie ogniska na średniej cięciwie aerodynamicznej:

$$x_F = x_{F_zewn*} - 0.9 = 2.06 - 0.9 = 1.16 \text{ m}, \quad \bar{x}_F = \frac{x_F}{b_a} = \frac{1.16}{3.44} = 0.337$$

- odległość ogniska od noska kadłuba:
 - wzdłuż osi podłużnej:

$$X_{F_skrz} = X_{b_0} + x_{F*} = 5.14 + 0.63 + x_{F_zewn*} = 5.77 + x_{F_zewn*} \quad (\text{P1.1.23})$$

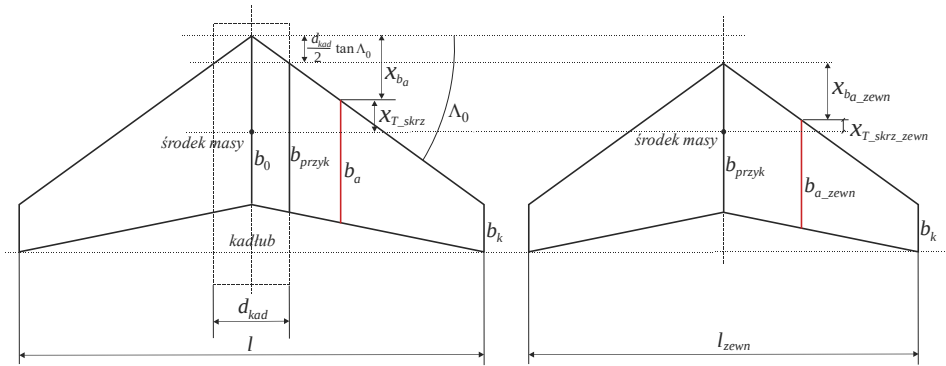
$$\text{dla } \bar{x}_{F_zewn*} = 0.48 \text{ mamy:}$$

$$X_{F_skrz} = 5.77 + x_{F_zewn*} = 5.77 + 2.06 = 7.83 \text{ m}$$

- prostopadle do osi podłużnej:

$$Z_{F_skrz} = Z_{b_0} + z_{b_a} = 0.0 + 0.0 = 0.0 \text{ m} \quad (\text{P1.1.24})$$

Położenie środka masy samolotu



Rys. P1.1.7. Położenie środka masy samolotu względem skrzydła i skrzydła „zewnątrznego”

Przyjęto, że środek masy samolotu leży na $\frac{1}{4}$ średniej cięciwy aerodynamicznej skrzydła. Jego odległość jest równa:

- od krawędzi natarcia średniej cięciwy aerodynamicznej:

$$x_{T_skrz} = 0.25b_a = 0.25 \cdot 3.44 = 0.86 \text{ m} \quad (\text{P1.1.25})$$

- od krawędzi natarcia cięciwy środkowej:

$$x_{b_a} + x_{T_skrz} = 1.53 + 0.86 = 2.39 \text{ m} \quad (\text{P1.1.26})$$

- od krawędzi natarcia średniej cięciwy aerodynamicznej skrzydła „zewnątrznego”:

$$\begin{aligned} x_{T_skrz_zewn} &= x_{b_a} + x_{T_skrz} - \frac{d_{kad}}{2} \tan \Lambda_0 - x_{b_{a_zewn}} = \\ &= 1.53 + 0.86 - \frac{1.5}{2} \tan 40^\circ - 1.3 = 0.46 \text{ m} \end{aligned} \quad (\text{P1.1.27})$$

- od krawędzi natarcia cięciwy środkowej skrzydła „zewnątrznego” (cięciwy przykadłubowej):

$$x_{b_{a_zewn}} + x_{T_skrz_zewn} = 1.3 + 0.46 = 1.76 \text{ m} \quad (\text{P1.1.28})$$

3. Obliczenia dotyczące usterzenia poziomego

- powierzchnia usterzenia poziomego z (1.11):

$$S_H = \frac{b_{0H} + b_{kH}}{2} l_H = \frac{3.45 + 0.94}{2} \cdot 5.58 = 12.25 \text{ m}^2 \quad (\text{P1.1.29})$$

- ciężiwa przykadłubowa usterzenia poziomego:

$$b_{przyk_H} = b_{0H} - \frac{d_{kadzast}}{2} \tan \Lambda_{0H} = 3.45 - \frac{1.5}{2} \tan 42^\circ = 2.77 \text{ m} \quad (\text{P1.1.30})$$

- średnia ciężiwa geometryczna usterzenia poziomego z (1.12):

$$b_{sr_H} = \frac{b_{0H} + b_{kH}}{2} = \frac{3.45 + 0.94}{2} = 2.2 \text{ m} \quad (\text{P1.1.31})$$

- wydłużenie usterzenia poziomego z (1.13):

$$\lambda_H = \frac{2l_H}{b_{0H} + b_{kH}} = \frac{2 \cdot 5.58}{3.45 + 0.94} = 2.54 \quad (\text{P1.1.32})$$

- zbieżność usterzenia poziomego z (1.14):

$$\eta_H = \frac{b_{0H}}{b_{kH}} = \frac{3.45}{0.94} = 3.67 \quad (\text{P1.1.33})$$

- średnia ciężiwa aerodynamiczna usterzenia poziomego z (1.17)

$$b_{aH} = \frac{2}{3} b_{0H} \frac{\eta_H^2 + \eta_H + 1}{\eta_H(\eta_H + 1)} = \frac{2}{3} \cdot 3.45 \cdot \frac{3.67^2 + 3.67 + 1}{3.67(3.67 + 1)} = 2.43 \text{ m} \quad (\text{P1.1.34})$$

- współrzędne średniej ciężiwy aerodynamicznej usterzenia poziomego względem krawędzi natarcia ciężiwy środkowej z (1.18)÷(1.20)

$$x_{b_{aH}} = \frac{l_H}{6} \frac{\eta_H + 2}{\eta_H + 1} \tan \Lambda_0 = \frac{5.58}{6} \cdot \frac{3.67 + 2}{3.67 + 1} \cdot \tan 42^\circ = 1.02 \text{ m} \quad (\text{P1.1.35})$$

$$z_{b_{aH}} = \frac{l_H}{6} \frac{\eta_H + 2}{\eta_H + 1} \tan \Gamma = \frac{5.58}{6} \cdot \frac{3.67 + 2}{3.67 + 1} \cdot \tan(-13^\circ) = -0.26 \text{ m} \quad (\text{P1.1.36})$$

$$y_{b_{aH}} = \frac{l_H}{6} \frac{\eta_H + 2}{\eta_H + 1} = \frac{5.58}{6} \cdot \frac{3.67 + 2}{3.67 + 1} = 1.13 \text{ m} \quad (\text{P1.1.37})$$

4. Obliczenia dotyczące „zewnątrznego” usterzenia poziomego

- rozpiętość usterzenia „zewnątrznego” (obliczeniowego):

$$l_{H_zewn} = l_H - d_{kad} = 5.58 - 1.5 = 4.08 \text{ m} \quad (\text{P1.1.38})$$

- powierzchnia zewnętrzna usterzenia poziomego:

$$S_{H_zewn} = \frac{b_{przyk_H} + b_{kH}}{2} l_{H_zewn} = \frac{2.77 + 0.94}{2} \cdot 4.08 = 7.57 \text{ m}^2 \quad (\text{P1.1.39})$$

- wydłużenie usterzenia „zewnętrznego” z (1.13):

$$\lambda_{H_zewn} = \frac{2l_{H_zewn}}{b_{przyk_H} + b_{kH}} = \frac{2 \cdot 4.08}{2.77 + 0.94} = 2.2 \quad (\text{P1.1.40})$$

- zbieżność usterzenia „zewnętrznego” z (1.14):

$$\eta_{H_zewn} = \frac{b_{przyk_H}}{b_{kH}} = \frac{2.77}{0.94} = 2.95 \quad (\text{P1.1.41})$$

- średnia cięciwa aerodynamiczna „zewnętrznego” usterzenia poziomego z (1.17)

$$b_{aH_zewn} = \frac{2}{3} b_{przyh_H} \frac{\eta_{H_zewn}^2 + \eta_{H_zewn} + 1}{\eta_{H_zewn}(\eta_{H_zewn} + 1)} = \frac{2}{3} \cdot 2.77 \cdot \frac{2.95^2 + 2.95 + 1}{2.95(2.95 + 1)} = 2.0 \text{ m} \quad (\text{P1.1.42})$$

- współrzędne średniej cięciwy aerodynamicznej „zewnętrznego” usterzenia poziomego względem krawędzi natarcia cięciwy przykadłubowej z (1.18) □ (1.20)

$$x_{b_{aH_zewn}} = \frac{l_{H_zewn}}{6} \frac{\eta_{H_zewn} + 2}{\eta_{H_zewn} + 1} \tan \Lambda_0 = \frac{4.08}{6} \cdot \frac{2.95 + 2}{2.95 + 1} \cdot \tan 42^\circ = 0.77 \text{ m} \quad (\text{P1.1.43})$$

$$\begin{aligned} z_{b_{aH}} &= x_{b_{aH_zewn}} = \frac{l_{H_zewn}}{6} \frac{\eta_{H_zewn} + 2}{\eta_{H_zewn} + 1} \tan \Gamma_H = \\ &= \frac{4.08}{6} \cdot \frac{2.95 + 2}{2.95 + 1} \tan(-13^\circ) = -0.2 \text{ m} \end{aligned} \quad (\text{P1.1.44})$$

$$y_{b_{aH}} = x_{b_{aH_zewn}} = \frac{l_{H_zewn}}{6} \frac{\eta_{H_zewn} + 2}{\eta_{H_zewn} + 1} = \frac{4.08}{6} \cdot \frac{2.95 + 2}{2.95 + 1} = 0.85 \text{ m} \quad (\text{P1.1.45})$$

Położenie ogniska aerodynamicznego usterzenia poziomego

Przyjęto, że cięciwa środkowa usterzenia pokrywa się z osią podłużną kadłuba. Zakładając, że ognisko aerodynamiczne usterzenia leży na $\frac{1}{4}$ średniej cięciwy aerodynamicznej jego odległość od noska kadłuba jest równa:

- wzdłuż osi podłużnej:

$$X_{FH} = X_{b_{oH}} + x_{b_{aH}} + \frac{b_{aH}}{4} = 9.93 + 1.02 + \frac{2.43}{4} = 11.55 \text{ m} \quad (\text{P1.1.46})$$

- prostopadle do osi podłużnej:

$$Z_{FH} = Z_{b_{0H}} + z_{b_{aH}} = 0.0 - 0.26 = -0.26 \text{ m} \quad (\text{P1.1.47})$$

Położenie ogniska aerodynamicznego usterzenia poziomego „zewnątrznego”

- wzdłuż osi podłużnej:

$$\begin{aligned} X_{FH_zewn} &= X_{b_{0H}} + \frac{d_{kad}/H}{2} \tan \Lambda_H + x_{b_{aH_zewn}} + \frac{b_{aH_zewn}}{4} = \\ &= 9.93 \frac{1.5}{2} \tan 42^\circ + 0.77 + \frac{2.0}{4} = 11.875 \text{ m} \end{aligned} \quad (\text{P1.1.48})$$

- prostopadle do osi podłużnej:

$$Z_{FH_zewn} = Z_{FH_zewn} = -0.26 \text{ m} \quad (\text{P1.1.49})$$

Inne odległości

Odległość ogniska aerodynamicznego usterzenia poziomego od ogniska skrzydła:

$$L_H^* = X_{FH} - X_{F_skrz} = 11.55 - (5.77 + x_{F_zewn*}) = 5.78 - x_{F_zewn*} \quad (\text{P1.1.50})$$

dla $\tilde{x}_{F_zewn*} = 0.48$ mamy:

$$L_H^* = 5.78 - x_{F_zewn*} = 5.78 - 2.06 = 3.72 \text{ m}$$

$$z_H^* = Z_{FH} - Z_{F_skrz} = -0.26 - 0.0 = -0.26 \text{ m} \quad (\text{P1.1.51})$$

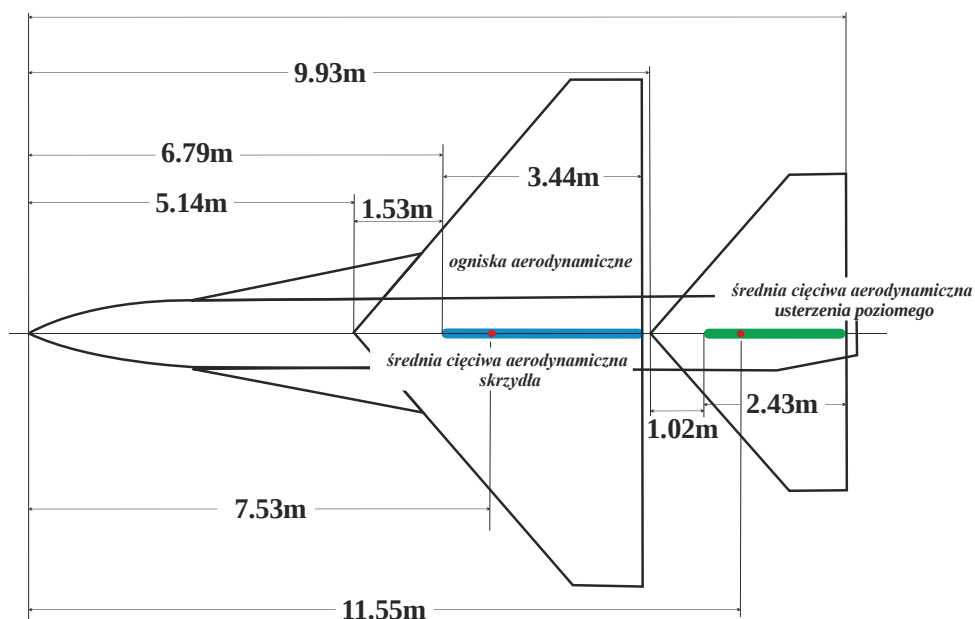
Ponieważ środek masy samolotu leży na $\frac{1}{4}$ średniej cięciwy aerodynamicznej skrzydła, to jego odległość od noska kadłuba jest równa:

$$X_{T_kad} = X_{b_0} + x_{b_a} + 0.25b_a = 5.14 + 1.53 + 0.25 \cdot 3.44 = 7.53 \text{ m} \quad (\text{P1.1.52})$$

Odległość ogniska aerodynamicznego usterzenia poziomego od środka masy samolotu jest równa:

$$L_H = X_{FH} - X_{T_kad} = 11.55 - 7.53 = 4.02 \text{ m} \quad (\text{P1.1.53})$$

Na rys. P1.1.8 pokazano schemat samolotu z zaznaczonym położeniem średnich cięciw aerodynamicznych skrzydła i usterzenia poziomego oraz ich ognisk aerodynamicznych.



Rys. P1.1.8. Położenie średnich cięciw aerodynamicznych skrzydła i usterzenia poziomego

5. Obliczenia dotyczące usterzenia pionowego

- powierzchnia usterzenia pionowego z (1.27):

$$S_V = \frac{b_{0V} + b_{kV}}{2} h_V = \frac{3.19 + 1.19}{2} 3.31 = 7.25 \text{ m}^2 \quad (\text{P1.1.54})$$

- wydłużenie usterzenia pionowego z (1.28):

$$\lambda_V = \frac{h_V^2}{S_V} = \frac{3.31^2}{7.25} = 1.51 \quad (\text{P1.1.55})$$

- zbieżność usterzenia pionowego z (1.29):

$$\eta_V = \frac{b_{0V}}{b_{kV}} = \frac{3.19}{1.19} = 2.68 \quad (\text{P1.1.56})$$

- średnia cięciwa aerodynamiczna usterzenia pionowego z (1.30)

$$b_{aV} = \frac{2}{3} b_{0V} \frac{\eta_V^2 + \eta_V + 1}{\eta_V(\eta_V + 1)} = \frac{2}{3} \cdot 3.19 \cdot \frac{2.68^2 + 2.68 + 1}{2.68 \cdot (2.68 + 1)} = 2.34 \text{ m} \quad (\text{P1.1.57})$$

- współrzędne średniej cięciwy aerodynamicznej usterzenia pionowego z (1.31) i (1.32):

$$x_{b_{aV}} = \frac{h_V \eta_V + 2}{3 \eta_V + 1} \tan \Lambda_{0V} = \frac{3.31}{3} \cdot \frac{2.68+2}{2.68+1} \tan 47.5^\circ = 1.53 \text{ m} \quad (\text{P1.1.58})$$

$$z_{b_{aV}} = \frac{h_V \eta_V + 2}{3 \eta_V + 1} = \frac{3.31}{3} \cdot \frac{2.68+2}{2.68+1} = 1.4 \text{ m} \quad (\text{P1.1.59})$$

6. Obliczenia dotyczące „zewnątrznego” usterzenia pionowego

- powierzchnia „zewnątrznego” usterzenia pionowego z (1.27):

$$S_{V_zewn} = \frac{b_{prz_V} + b_{kV}}{2} h_{V_zewn} = \frac{2.76+1.19}{2} 2.56 = 5.06 \text{ m}^2 \quad (\text{P1.1.60})$$

- wydłużenie „zewnątrznego” usterzenia pionowego z (1.28):

$$\lambda_{V_zewn} = \frac{h_{V_zewn}^2}{S_{V_zewn}} = \frac{2.56^2}{5.06} = 1.3 \quad (\text{P1.1.61})$$

- zbieżność „zewnątrznego” usterzenia pionowego z (1.29):

$$\eta_{V_zewn} = \frac{b_{prz_V}}{b_{kV}} = \frac{2.76}{1.19} = 2.32 \quad (\text{P1.1.62})$$

- średnia cięciwa aerodynamiczna „zewnątrznego” usterzenia pionowego z (1.30)

$$b_{aV_zewn} = \frac{2}{3} b_{prz_V} \frac{\eta_{V_zewn}^2 + \eta_{V_zewn} + 1}{\eta_{V_zewn}(\eta_{V_zewn} + 1)} = \frac{2}{3} \cdot 2.76 \cdot \frac{2.32^2 + 2.32 + 1}{2.32 \cdot (2.32 + 1)} = 2.08 \text{ m} \quad (\text{P1.1.63})$$

- współrzędne średniej cięciwy aerodynamicznej „zewnątrznego” usterzenia pionowego z (1.31) i (1.32):

$$x_{b_{aV_zewn}} = \frac{h_{V_zewn} \eta_{V_zewn} + 2}{3 \eta_{V_zewn} + 1} \tan \Lambda_{0V} = \frac{2.56}{3} \cdot \frac{2.32+2}{2.32+1} \tan 47.5^\circ = 1.21 \text{ m} \quad (\text{P1.1.64})$$

$$z_{b_{aV_zewn}} = \frac{h_{V_zewn} \eta_{V_zewn} + 2}{3 \eta_{V_zewn} + 1} = \frac{2.56}{3} \cdot \frac{2.32+2}{2.32+1} = 1.11 \text{ m} \quad (\text{P1.1.65})$$

- pole powierzchni steru kierunku jako pole trapezu na podstawie rys. P1.1.2:

$$S_{SV} = \frac{a+b}{2} h = \frac{0.39+0.74}{2} 1.92 = 1.08 \text{ m}^2 \quad (\text{P1.1.66})$$

Położenie ogniska aerodynamicznego „zewnątrznego” usterzenia pionowego

Zakładając, że ognisko aerodynamiczne usterzenia leży na $\frac{1}{4}$ średniej cięciwy aerodynamicznej usterzenia „zewnątrznego”, jego odległość od noska kadłuba jest równa:

- wzdłuż osi podłużnej

$$X_{F_V} = X_{b_{przyk_V}} + x_{b_{aV_{zewn}}} + \frac{b_{aV_{zewn}}}{4} = 10.53 + 1.21 + \frac{2.08}{4} = 12.26 \text{ m} \quad (\text{P1.1.67})$$

– prostopadle do osi podłużnej:

$$Z_{F_V} = Z_{b_{przyk_V}} + z_{b_{aV_{zewn}}} = 0.75 + 1.11 = 1.86 \text{ m} \quad (\text{P1.1.68})$$

Odległość ogniska aerodynamicznego usterzenia pionowego od ogniska skrzydła:

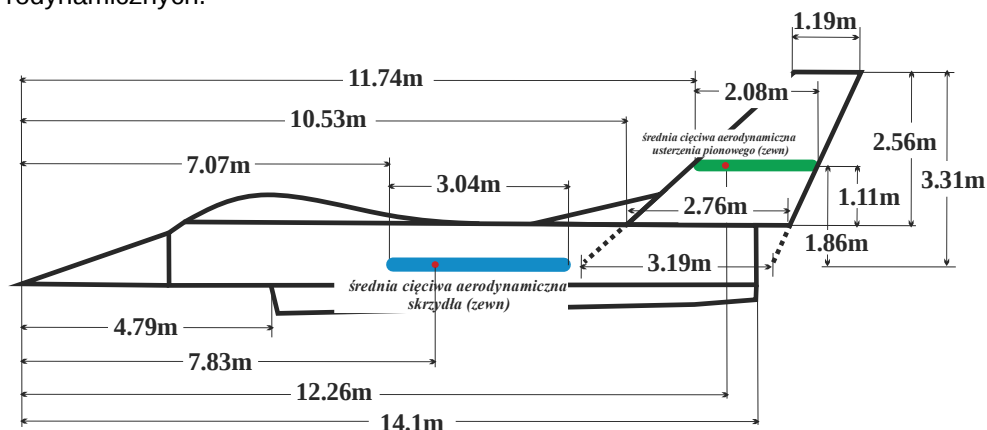
$$L_V^* = X_{F_V} - X_{F_{skrz}} = 12.26 - 7.83 = 4.43 \text{ m} \quad (\text{P1.1.69})$$

$$z_V^* = Z_{F_V} - Z_{F_{skrz}} = 1.86 - 0.0 = 1.86 \text{ m} \quad (\text{P1.1.70})$$

Odległość ogniska aerodynamicznego usterzenia poziomego od środka masy samolotu jest równa:

$$L_V = X_{F_V} - X_{T_{skrz}} = 12.26 - 7.53 = 4.73 \text{ m} \quad (\text{P1.1.71})$$

Na rys. P1.1.9 pokazano schemat samolotu z zaznaczonym położeniem średnich cięciw aerodynamicznych skrzydła i usterzenia pionowego oraz ich ognisk aerodynamicznych.



Rys. P1.1.9. Położenie średnich cięciw aerodynamicznych skrzydła i usterzenia pionowego

7. Obliczenia dotyczące kadłuba

Przyjmując, że odniesieniowym przekrojem poprzecznym kadłuba jest jego część środkowa, na podstawie rys. P1.1.6 odczytano średnicę $d_{kad} = 1.5 \text{ m}$.

Poszczególne powierzchnie obliczono, dzieląc powierzchnię boczną na figury proste:

- powierzchnia przekroju poprzecznego:

$$S_{kad_poprz} = \pi \frac{d_{kad}^2}{4} = \pi \frac{1.5^2}{4} = 1.77 \text{ m}^2 \quad (\text{P1.1.72})$$

- powierzchnia największego przekroju poprzecznego kadłuba odpowiada przekrojowi A-A z rys. P1.2 i P1.5. Jest ona równa:

$$S \frac{d_{kad_max}^2}{4} \quad kad_poprz_max \quad (\text{P1.1.73})$$

- powierzchnia odniesieniowa kadłuba ze wzoru (1.35):

$$S_{kad} = l_{kad} d_{kad} = 14.1 \cdot 1.5 = 21.15 \text{ m}^2 \quad (\text{P1.1.74})$$

- powierzchnia pozioma kadłuba ze wzoru (1.36):

$$S_{kad_poz} = 0.9 l_{kad} d_{kad_zast} = 0.9 \cdot 14.1 \cdot 1.5 = 19.03 \text{ m}^2 \quad (\text{P1.1.75})$$

- powierzchnia boczna kadłuba obliczona ze wzoru (1.37):

$$S_{kad_bocz} = 0.8 l_{kad} h_{kad} = 0.8 \cdot 14.1 \cdot 1.5 = 16.92 \text{ m}^2 \quad (\text{P1.1.76})$$

Ze względu na kształt rzutu bocznego kadłuba, powierzchnię boczną można też obliczyć jako sumę powierzchni figur geometrycznych. Traktując część kadłuba przed największym przekrojem i część tylną jako trójkąty, otrzymuje się:

$$S_{kad_bocz} = \frac{2.5 \cdot 0.87}{2} + \frac{5.08 \cdot 0.52}{2} + 10.23 \cdot 1.07 + \frac{0.52 + 0.29}{2} 8.44 + \frac{1.66 \cdot 0.55}{2} + \frac{1.35 + 0.88}{2} 1.37 = 18.35 \text{ m}^2 \quad (\text{P1.1.77})$$

Widać różnicę pomiędzy wynikami. Bliższa rzeczywistości jest wartość 18.35 m². Będzie ona brana do dalszych obliczeń.

Obliczono:

- smukłość kadłuba ze wzoru (1.38):

$$f_{kad} = \frac{l_{kad}}{d_{kad}} = \frac{14.1}{1.5} = 9.4 \quad (\text{P1.1.78})$$

- smukłość części nosowej kadłuba ze wzoru (1.39):

$$f_{nos} = \frac{l_{nos}}{d_{kad}} = \frac{5.1}{1.5} = 3.4 \quad (\text{P1.1.79})$$

- smukłość części środkowej kadłuba ze wzoru (1.40):

$$f_{srod} = \frac{l_{srod}}{d_{kad}} = \frac{5.9}{1.5} = 3.9 \quad (\text{P1.1.80})$$

- smukłość części kadłuba pomiędzy noskiem a skrzydłem zewnętrznym;
- wcześniej należy określić długość l_{ps} :

$$l_{ps} = X_{b_0} + b_0 - b_{przych} - l_{nos} = 5.14 + 4.93 - 4.3 - 5.1 = 0.67 \text{ m} \quad (\text{P1.1.81})$$

ze wzoru (1.41):

$$f_{ps} = \frac{l_{ps}}{d_{kad}} = \frac{0.67}{1.5} = 0.45 \quad (\text{P1.1.82})$$

- smukłość części tylnej kadłuba ze wzoru (1.42):

$$f_{tyl} = \frac{l_{tyl}}{d_{kad_zast}} = \frac{3.1}{1.5} = 2.1 \quad (\text{P1.1.83})$$

- wydłużenie kadłuba ze wzoru (1.43):

$$\lambda_{kad} = \frac{w_{kad}^2}{S_{kad_poz}} = \frac{1.5^2}{18.9} = 0.12 \quad (\text{P1.1.84})$$

- powierzchnia denna kadłuba z uwzględnieniem średnicy dna z rys. P1.1.6:

$$S_{dno} = \frac{\pi d_{dno}^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0.88^2}{4} = 0.608 \text{ m}^2 \quad (\text{P1.1.85})$$

- objętość noska kadłuba (biorąc $n = 1/2$) ze wzoru (1.47):

$$V_{nos} = \frac{1}{2} S_{kad_poprz} l_{nos} = \frac{1}{2} 1.77 \cdot 5.1 = 4.51 \text{ m}^3 \quad (\text{P1.1.86})$$

- objętość części środkowej kadłuba (biorąc $n = 0$) ze wzoru (1.47):

$$V_{srod} = S_{kad_poprz} l_{srod} = 1.77 \cdot 5.9 = 10.44 \text{ m}^3 \quad (\text{P1.1.87})$$

- objętość części tylnej kadłuba (biorąc $n = 1$) ze wzoru (1.48):

$$V_{tyl} = \frac{l_{tyl}}{3} \left[S_{kad_poprz} + (S_{kad_poprz} - S_{dno}) \frac{d_{dno}}{d_{kad} - d_{dno}} \right] =$$

$$= \frac{3.1}{3} \left[1.77 + (1.77 - 0.608) \frac{0.88}{1.5 - 0.88} \right] = 3.53 \text{ m}^3 \quad (\text{P1.1.88})$$

- objętość kadłuba:

$$V_{kad} = V_{nos} + V_{srod} + V_{tyl} = 4.51 + 10.44 + 4.51 = 18.49 \text{ m}^3 \quad (\text{P1.1.89})$$

Odległość środka masy samolotu od jego noska jest równa:

$$X_{T_kad} = X_{b_0} + x_{b_a} + x_{T_skrz} = 5.14 + 1.53 + 0.86 = 7.53 \text{ m} \quad (\text{P1.1.90})$$

Poniżej w tabelach zebrano uzyskane wyniki obliczeń dotyczących skrzydła, usterzenia poziomego, usterzenia pionowego i kadłuba.

Skrzydło

Parametr	Symbol	Wartość
Profil	NACA 64-204	
Kąty skosu	Λ_0	40°
	$\Lambda_{0.25}$	31°
	$\Lambda_{0.5}$	22°
Wznios	Γ	0°
Rozpiętość	l	9.14 m
Cięciwa środkowa	b_0	4.93 m
Średnia cięciwa geometryczna	b_{sr}	3.06 m
Cięciwa końcowa	b_k	1.185 m
Odległość cięciwy środkowej od noska kadłuba	X_{b_0}	5.14 m
Powierzchnia	S	28 m ²
Powierzchnia napływów	S_{napl}	2.52 m ²
Wydłużenie	λ	3.0
Zbieżność	η	4.16
Średnia cięciwa aerodynamiczna	b_a	3.44 m
Współrzędne średniej cięciwy aerodynamicznej względem cięciwy środkowej b_0	x_{b_a}	1.53 m
	z_{b_a}	0 m
	y_{b_a}	1.82 m

Parametr	Symbol	Wartość
Odległość ogniska aerodynamicznego (1/4 b_a) od noska kadłuba	X_{F_skrz} Z_{F_skrz}	$X_{F_skrz} = 5.77 + x_{F_zewn*}$ (7.83 m) 0 m
Powierzchnia jednej lotki	S_l	1.53 m ²
Powierzchnia skrzydła w obrębie jednej lotki	S_{zaj_l}	7.32 m ²
Położenie środka masy względem krawędzi natarcia średniej cięciwy aerodynamicznej	x_{T_skrz}	0.86 m
Położenie środka masy względem krawędzi natarcia cięciwy środkowej	$x_{b_a} + x_{T_skrz}$	2.39 m
Rozpiętość zewnętrznej części skrzydła	l_{zewn}	7.64 m
Cięciwa przykadłubowa	$b_{przyk}=b_{0_zewn}$	4.3 m
Średnia cięciwa aerodynamiczna skrzydła „zewnątrznego”	b_{a_zewn}	3.04 m
Powierzchnia zewnętrzna skrzydła	S_{zewn}	21 m ²
Współrzędne średniej cięciwy aerodynamicznej skrzydła „zewnątrznego” względem cięciwy przykadłubowej	$x_{b_{a_zewn}}$ $z_{b_{a_zewn}}$ $y_{b_{a_zewn}}$	1.3 m 0 m 1.55 m
Wydłużenie skrzydła „zewnątrznego”	λ_{zewn}	2.78
Zbieżność skrzydła „zewnątrznego”	η_{zewn}	3.63
Położenie środka masy względem krawędzi natarcia średniej cięciwy aerodynamicznej skrzydła „zewnątrznego”	$x_{T_skrz_zewn}$	0.46 m
Położenie środka masy względem krawędzi natarcia cięciwy środkowej skrzydła „zewnątrznego” (cięciwy przykadłubowej)	$x_{b_{a_zewn}} + x_{T_skrz_zewn}$	1.76 m

Usterzenie poziome

Parametr	Symbol	Wartość
Kąty skosu	Λ_{0_H} $\Lambda_{0.25_H}$ $\Lambda_{0.5_H}$	42° 34° 24°
Wznios	Γ_H	-13°
Rozpiętość	l_H	5.58 m
Cięciwa środkowa	b_{0H}	3.45 m
Średnia cięciwa geometryczna	b_{sr_H}	2.2 m

Parametr	Symbol	Wartość
Cięciwa końcowa	b_{kH}	0.94 m
Odległość cięciwy środkowej od noska kadłuba	$x_{b_{0H}}$	9.93 m
Powierzchnia	S_H	12.25 m ²
Wydłużenie	λ_H	2.54
Zbieżność	η_H	3.67
Średnia cięciwa aerodynamiczna	b_{aH}	2.43 m
Współrzędne średniej cięciwy względem cięciwy środkowej	$x_{b_{aH}}$	1.02 m
względem cięciwy środkowej	$z_{b_{aH}}$	-0.26 m
względem cięciwy środkowej b_{0H}	$y_{b_{aH}}$	1.13 m
Odległość ogniska aerodynamicznego (1/4 b_a) od noska kadłuba	X_{F_H} Z_{F_H}	11.55 m -0.26 m
Odległość ogniska aerodynamicznego „zewnątrznego” usterzenia poziomego od środka masy samolotu	$X_{F_H, zewn}$ $Z_{F_H, zewn}$	11.875 m -0.26 m
Odległość ogniska aerodynamicznego usterzenia od ogniska skrzydła	L_H^* z_H^*	$L_H^* = 5.78 - x_{F, zewn}^*$ (3.72 m) -0.26 m
Odległość ogniska aerodynamicznego usterzenia poziomego od środka masy samolotu	L_H	4.02 m
Rozpiętość usterzenia „zewnątrznego”	$l_{H, zewn}$	4.08 m
Cięciwa przykadłubowa	b_{przyk_H}	2.77 m
Średnia cięciwa aerodynamiczna usterzenia „zewnątrznego”	$b_{aH, zewn}$	2.0 m
Powierzchnia usterzenia „zewnątrznego”	$S_{H, zewn}$	7.57 m ²
Współrzędne średniej cięciwy aerodynamicznej usterzenia „zewnątrznego” względem cięciwy przykadłubowej	$x_{b_{aH, zewn}}$ $z_{b_{aH, zewn}}$ $y_{b_{aH, zewn}}$	0.77 m -0.2 m 0.85 m
Wydłużenie zewnętrznej części usterzenia	$\lambda_{H, zewn}$	2.2
Zbieżność skrzydła zewnętrznej części usterzenia	$\eta_{H, zewn}$	2.95

Usterzenie pionowe

Parametr	Symbol	Wartość
Kąty skosu	Λ_{0_V}	47.5°
	$\Lambda_{0.25_V}$	43°
	$\Lambda_{0.5_V}$	37°

Wysokość usterzenia	h_V	3.31 m
Cięciwa środkowa	b_{0V}	3.19 m
Cięciwa końcowa	b_{kV}	1.19 m
Odległość cięciwy przykadłubowej od noska kadłuba	$X_{b_{prz\acute{y}k,V}}$	10.53 m
Powierzchnia	S_V	7.25 m ²
Wydłużenie	λ_V	1.51
Zbieżność	η_V	2.68
Średnia cięciwa aerodynamiczna	b_{aV}	2.34 m
Współrzędne średniej cięciwy względem cięciwy b_{0V}	$x_{b_{aV}}$ $z_{b_{aV}}$	1.53 m 1.4 m
Wysokość usterzenia „zewnątrznego”	h_{V_zewn}	2.56 m
Cięciwa przykadłubowa	$b_{prz\acute{y}k_V}$	2.76 m
Powierzchnia usterzenia „zewnątrznego”	S_{V_zewn}	5.06 m ²
Wydłużenie usterzenia „zewnątrznego”	λ_{V_zewn}	1.3
Zbieżność usterzenia „zewnątrznego”	η_{V_zewn}	2.32
Średnia cięciwa aerodynamiczna usterzenia „zewnątrznego”	b_{aV_zewn}	2.08 m
Współrzędne średniej cięciwy względem cięciwy $b_{prz\acute{y}k_V}$	$x_{b_{aV_zewn}}$ $z_{b_{aV_zewn}}$	1.21 m 1.11 m
Odległość ogniska aerodynamicznego (1/4 b_{aV_zewn}) od noska kadłuba	X_{F_V} Z_{F_V}	12.26 m 1.86
Odległość ogniska aerodynamicznego od ogniska skrzydła	L_V^* z_V^*	4.43 m 1.86 m
Powierzchnia steru kierunku	S_{sV}	1.08 m ²
Kąt skosu krawędzi natarcia steru kierunku	Λ_{sV}	35°
Odległość ogniska aerodynamicznego usterzenia pionowego od środka masy samolotu	L_V	4.73 m

Kadłub

Parametr	Symbol	Wartość
Długość	l_{kad}	14.1 m
Długość części nosowej	l_{nos}	5.1 m
Długość części środkowej	l_{srod}	5.9 m
Długość części tylnej	l_{tyl}	3.1 m

Parametr	Symbol	Wartość
Długość części pomiędzy noskiem i skrzydłem „zewnątrznym”	l_{ps}	0.67 m
Największa wysokość	h_{kad}	1.71 m
Średnica zastępcza	d_{kad_zast}	1.5 m
Średnica dena	d_{dno}	0.88 m
Powierzchnia przekroju poprzecznego	S_{kad_poprz}	1.77 m ²
Powierzchnia największego przekroju poprzecznego	$S_{kad_poprz_max}$	2.3 m ²
Powierzchnia odniesieniowa	S_{kad}	21.15 m ²
Powierzchnia pozioma	S_{kad_poz}	19.03 m ²
Powierzchnia boczna	S_{kad_bocz}	18.35 m ²
Smukłość kadłuba	f_{kad}	9.4
Smukłość części nosowej	f_{nos}	3.4
Smukłość części środkowej	f_{srod}	3.9
Smukłość części tylnej	f_{tyl}	2.1
Smukłość części pomiędzy noskiem i skrzydłem „zewnątrznym”	f_{ps}	0.45
Wydłużenie kadłuba	λ_{kad}	0.12
Powierzchnia dena	S_{dno}	0.608 m ²
Objętość noska	V_{nos}	4.51 m ³
Objętość części środkowej	V_{srod}	10.44 m ³
Objętość części tylnej	V_{tyl}	3.53 m ³
Objętość kadłuba	V_{kad}	18.49 m ³
Położenie środka masy względem noska kadłuba	X_{T_kad}	7.53 m

CHARAKTERYSTYKI AERODYNAMICZNE PROFILI LOTNICZYCH

Kształt profili lotniczych powinien pozwalać na uzyskanie pożądaných charakterystyk aerodynamicznych powierzchni nośnych, do których budowy zostały wykorzystane. Chodzi tu przede wszystkim o wytworzenie dużej siły nośnej przy małym oporze aerodynamicznym.

Charakterystyki aerodynamiczne profilu uzyskuje się w oparciu o badania w tunelu aerodynamicznym lub poprzez obliczenia dotyczące opływu powietrza wokół niego. Poniżej przedstawione zostaną zależności pozwalające na oszacowanie podstawowych charakterystyk profilu. Z reguły uzyskane one zostały w oparciu o teoretyczno-eksperymentalne analizy z zakresu aerodynamiki.

Ponieważ liczba Macha silnie wpływa na charakterystyki aerodynamiczne, będą one omówione dla kilku zakresów liczb Macha. Należy podkreślić, że podział ten jest umowny i granice poszczególnych zakresów mogą się zmieniać. Tak jak opisano we wstępie, również dla profili lotniczych wyróżniono następujące zakresy:

- I. zakres poddźwiękowy (*subsonic*) – strumień powietrza opływający profil w żadnym punkcie nie osiąga prędkości dźwięku. Zakres ten dotyczy liczb Macha do Ma_{kr} . Niekiedy w zakresie poddźwiękowym wyróżnia się zakres nieściśliwy dla liczb Macha $Ma < 0.4$ oraz zakres poddźwiękowy, podkrytyczny dla liczb Macha $0.4 < Ma < Ma_{kr}$. Krytyczna liczba Macha mieści się zwykle w przedziale $0.6 \div 0.8$. Jej wartość zależy od geometrii profilu, a przede wszystkim od jego grubości względnej.
- II. zakres transoniczny (*transonic*) – przepływ powietrza nad pewnymi obszarami profilu może być poddźwiękowy, a nad innymi naddźwiękowy. W praktyce obejmuje on przedział liczb Macha od Ma_{kr} do $1.05 \div 1.2$;

- III. zakres naddźwiękowy (*supersonic*) – cały przepływ powietrza wokół profilu jest naddźwiękowy. Ponieważ strumień napotykający krawędź natarcia jest początkowo zwalniany, to aby zapewnić, że cały przepływ wokół profilu jest naddźwiękowy, liczba Macha swobodnego strumienia musi być nieco większa niż 1. Powszechnie przyjmuje się, że zakres prędkości naddźwiękowych zaczyna się od liczby Macha swobodnego strumienia większej niż 1.05÷1.2.

2.1. Współczynniki aerodynamiczne profilu

Na rys. 2.1 pokazano mechanizm powstawania sił aerodynamicznych podczas opływu profilu lotniczego¹ z prędkością V . Kąt natarcia profilu mierzony pomiędzy wektorem prędkości i cięciwą profilu jest równy α . Dla profili niesymetrycznych należy też uwzględnić kąt α_0 pomiędzy cięciwą i osią zerowej siły nośnej.

Podczas opływu na górnej i dolnej powierzchni profilu generowane jest pole ciśnień. Przy dodatnich kątach natarcia na górnej powierzchni ciśnienie jest mniejsze niż ciśnienie otoczenia ($-\Delta p$), a na dolnej większe ($+\Delta p$). Rozkład ciśnienia na obu powierzchniach zależy od kształtu profilu, wartości kąta natarcia, liczby Macha i liczby Reynoldsa. Różnica ciśnień powoduje powstanie siły aerodynamicznej dR . Można ją rozłożyć na składowe dP_x i dP_z w układzie związanym z osią zerowej siły nośnej lub na składowe dP_{xa} i dP_{za} w układzie związanym z wektorem prędkości. Siła dP_x jest **siłą osiową** o kierunku zgodnym z osią zerowej siły nośnej. Jest ona dodatnia, jeżeli skierowana jest od krawędzi natarcia w kierunku krawędzi spływu. Siła dP_z jest **siłą normalną** do osi zerowej siły nośnej. Z kolei siła dP_{xa} jest **siłą oporu**. Jest ona równoległa do wektora prędkości i dodatnia, jeżeli skierowana jest zgodnie z tym wektorem. Siła dP_{za} jest **siłą nośną** prostopadłą do wektora prędkości.

Podczas opływu profilu powstaje też moment pochylający dM dążący do obrócenia profilu wokół osi poprzecznej do profilu. Często jest to oś przechodząca przez krawędź natarcia profilu lub przez punkt odpowiadający $1/4$ cięciwy. Moment ten jest dodatni, jeżeli dąży do opuszczenia krawędzi spływu.

Siły te oraz moment można wyrazić wzorami:

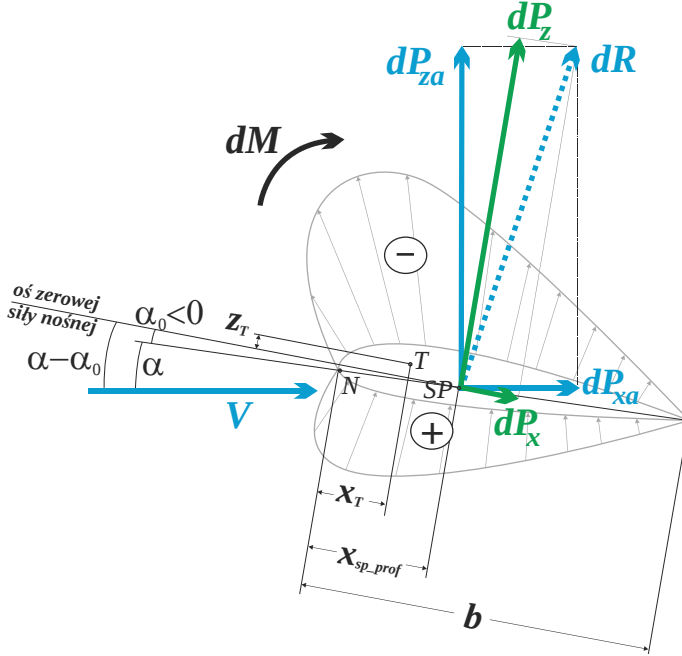
$$dP_x = C_{x_prof} \frac{\rho V^2}{2} dS \quad , \quad dP_z = C_{z_prof} \frac{\rho V^2}{2} dS \quad (2.1)$$

$$dP_{xa} = C_{xa_prof} \frac{\rho V^2}{2} dS \quad , \quad dP_{za} = C_{za_prof} \frac{\rho V^2}{2} dS \quad (2.2)$$

¹ Jest to równoważne opływowi skrzydła prostokątnego o nieskończenie dużym wydłużeniu.

$$dR = C_{R_prof} \frac{\rho V^2}{2} dS, \quad dM = C_{m_prof} \frac{\rho V^2}{2} b dS = dR \cdot a \quad (2.3)$$

C_{x_prof} , C_{z_prof} , C_{xa_prof} , C_{za_prof} i C_{m_prof} są współczynnikami sił i momentu pochylającego², a jest ramieniem działania siły dR . Powierzchnię odniesieniową oznaczono jako dS .



Rys. 2.1. Siły aerodynamiczne powstające na profilu lotniczym

Z rysunku wynika, że pomiędzy współczynnikami zachodzą związki:

$$C_{xa_prof} = C_{x_prof} \cos(\alpha - \alpha_0) + C_{z_prof} \sin(\alpha - \alpha_0) \quad (2.4)$$

$$C_{za_prof} = C_{z_prof} \cos(\alpha - \alpha_0) - C_{x_prof} \sin(\alpha - \alpha_0) \quad (2.5)$$

² W niniejszym rozdziale, tam gdzie to konieczne, używane też będzie oznaczenie dolne „prof” dla podkreślenia, że omawiane charakterystyki odnoszą się do profilu lotniczego. W innych przypadkach oznaczenie to będzie pomijane.

$$C_{R_prof} = \sqrt{C_{x_prof}^2 + C_{z_prof}^2} = \sqrt{C_{xa_prof}^2 + C_{za_prof}^2} \quad (2.6)$$

$$C_{m_prof} = C_{R_prof} \frac{a}{b} \quad (2.7)$$

Dla niedużych kątów natarcia można przyjąć, że $\cos(\alpha - \alpha_0) \approx 1$, $\sin(\alpha - \alpha_0) \approx \alpha - \alpha_0$. W związku z tym mamy:

$$C_{xa_prof} = C_{x_prof} + C_{z_prof}(\alpha - \alpha_0) \quad (2.8)$$

$$C_{za_prof} = C_{z_prof} - C_{x_prof}(\alpha - \alpha_0) \approx C_{z_prof} \quad (2.9)$$

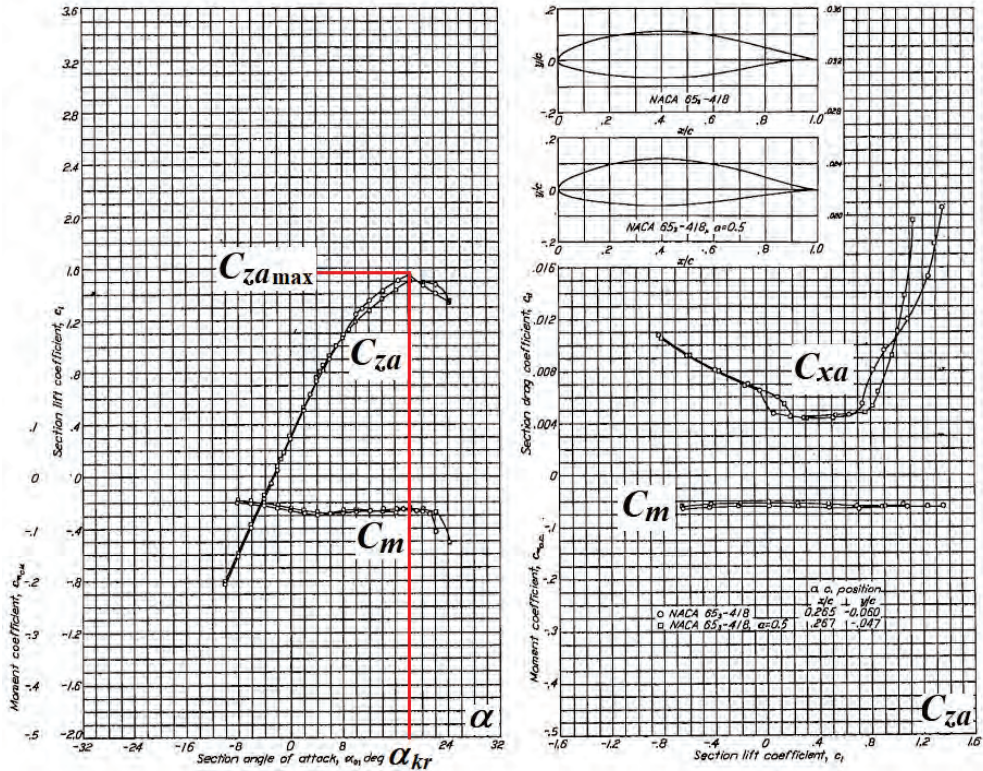
Uwzględniono tu dodatkowo, że $C_{za_prof} \gg C_{xa_prof} \cdot (\alpha - \alpha_0)$.

W zagadnieniach z zakresu aerodynamiki najczęściej stosowane są zależności dotyczące współczynników siły oporu i siły nośnej – C_{xa} i C_{za} . Wynika to ze sposobu pomiarów wykonywanych w tunelu aerodynamicznym – siły mierzone są w układzie związanym z osią tunelu, która pokrywa się z wektorem prędkości powietrza opływającego profil. Na rys. 2.2 pokazano przebiegi charakterystyk aerodynamicznych dwóch profili lotniczych. Współczynnik C_m dotyczy momentu określonego względem $1/4$ cięciwy. Natomiast w tab. 2.1 podano przykładowe wartości odnoszące się do charakterystyk aerodynamicznych kilku profili. Wielkości te będą omawiane dalej.

Tabela 2.1

Wielkości charakterystyczne dla profili lotniczych

Profil NACA	α_0 [deg]		C_{m0}	C_{za}^α	$\bar{x}_F$	α_{kr} [deg]	C_{za_max}
0.006	0.0		0.0	6.253	0.25	9.0	0.92
0.009	0.0		0.0	6.311	0.25	13.4	1.32
2412	-2.0		-0.047	6.079	0.247	16.8	1.68
4415	-4.3		-0.093	6.079	0.245	15.0	1.64
64-209	-1.5		-0.04	6.195	0.261	13	1.4



Rys. 2.2. Charakterystyki aerodynamiczne profilu lotniczego

2.2. Krytyczna liczba Macha profilu

Jak wynika z rys. 2.1, opływ profilu charakteryzuje się zmiennym rozkładem ciśnienia na jego konturze. Dla takiego rozkładu określa się tzw. współczynnik ciśnienia:

$$\bar{p} = \frac{p_{lok} - p_0}{\frac{\rho V^2}{2}} \quad (2.10)$$

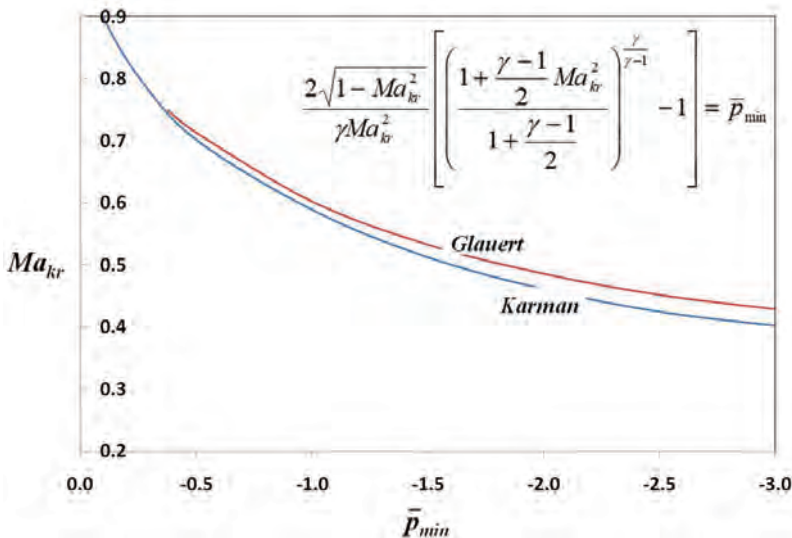
W liczniku występuje tu różnica pomiędzy ciśnieniem w danym punkcie profilu p_{lok} i ciśnieniem otoczenia p_0 . W mianowniku mamy ciśnienie dynamiczne obliczone w oparciu o znajomość prędkości strumienia niezaburzonego opływającego profil. Ponieważ na powierzchni profilu zmienia się ciśnienie p_{lok} , to zmienia się też wartość współczynnika ciśnienia.

Wraz ze wzrostem prędkości opływu mogą występować obszary o prędkościach zarówno poddźwiękowych, jak i naddźwiękowych. W takim przypadku przepływ jest mieszany. Liczba Macha w jednych obszarach pola prędkości może być większa od jedności, a w innych mniejsza. Graniczną prędkość, przy której pojawia się przepływ mieszany nazywamy prędkością krytyczną. Odpowiada jej krytyczna liczba Macha Ma_{kr} .

Zatem **krytyczną liczbą Macha** nazywamy taką liczbę Macha przepływu niezaburzonego (jednorodnego), przy której chociaż w jednym punkcie na profilu pojawi się lokalna prędkość przepływu równa prędkości dźwięku.

Gdy prędkość przepływu rośnie, to ciśnienie spada. Dlatego lokalna prędkość staje się równa prędkości dźwięku zawsze w punkcie, w którym współczynnik ciśnienia $\bar{p}$ osiąga wartość minimalną $\bar{p}_{min}$. Wartość ta zależy od kształtu profilu i od kąta natarcia (współczynnika siły nośnej). Znając – dla danego profilu – wartość $\bar{p}_{min}$ można z wykresu pokazanego na rys. 2.3 odczytać krytyczną liczbę Macha Ma_{kr} . Można ją też obliczyć, rozwiązując zamieszczone na tym rysunku równanie, przyjmując dla powietrza $\gamma = 1.4$.

Przekroczenie wartości Ma_{kr} istotnie wpływa na charakterystyki aerodynamiczne profilu. Należy mieć na uwadze, że im większa jest wartość $\bar{p}_{min}$, tym szybciej (tzn. przy mniejszych liczbach Macha) prędkość lokalna staje się równa prędkości dźwięku. Co istotne, wartość $\bar{p}_{min}$ może być dla danego profilu określona dla dowolnie wybranej, małej liczby Macha, gdy nie występują jeszcze efekty związane ze ściśliwością powietrza.



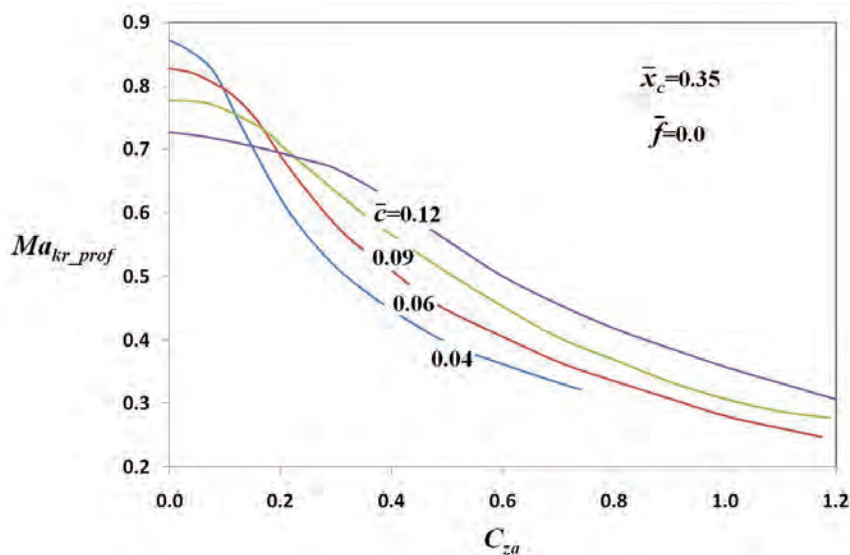
Rys. 2.3. Zależność pomiędzy krytyczną liczbą Macha i współczynnikiem ciśnienia

W zakresie poddźwiękowym rozkład ciśnień na profilu zależy od jego kształtu i od kąta natarcia. Dlatego zarówno kształt profilu, jak i współczynnik siły nośnej (który powiązany jest z kątem natarcia) mają wpływ na Ma_{kr} . Okazuje się, że:

- wartość $\bar{p}_{min}$ dla profili cienkich jest mniejsza niż dla grubych. Zatem wzrost grubości profilu zmniejsza wartość Ma_{kr} ;
- przemieszczanie położenia maksymalnej grubości profilu $\bar{x}_c$ do tyłu obniża wartość $\bar{p}_{min}$, co zwiększa wartość Ma_{kr} ;
- zwiększenie krzywizny profilu, tzn. strzałki szkieletowej profilu $\bar{f}$, zmniejsza wartość Ma_{kr} .

Aby otrzymać możliwie dużą wartość Ma_{kr} , należy stosować cienkie profile o małej krzywiznie z dużymi wartościami współrzędnej $\bar{x}_c$ (rzędu 0.5÷0.6).

Wzrost wartości siły nośnej (kąta natarcia) prowadzi z reguły do zmniejszenia Ma_{kr} . Ilustruje to rys. 2.4 pokazujący uzyskane doświadczalnie zależności pomiędzy C_{za} i Ma_{kr} dla rodziny profili symetrycznych. Podobne wykresy tworzone są dla różnych rodzin profili. Jeżeli się nimi dysponuje, nie jest potrzebna znajomość wartości $\bar{p}_{min}$ i korzystanie z wykresu pokazanego na rys. 2.3.



Rys. 2.4. Wpływ współczynnika siły nośnej na Ma_{kr_prof}

W literaturze znaleźć też można wzory podsumowujące badania doświadczalne. Niektóre z nich ograniczają się do uwzględnienia jedynie wpływu grubości względnej profilu, np. dla profili NACA serii 64:

$$Ma_{kr_prof} = 1 - 0.065(100 \cdot \bar{c})^{0.6} \quad (2.11)$$

Inne formuły pozwalają obliczyć Ma_{kr_prof} w zależności zarówno od grubości względnej $\bar{c}$, jak i współczynnika siły nośnej C_{za} . Na przykład dla profili o grubości względnej z przedziału $0.06 \div 0.16$ i dla C_{za} z przedziału $0.0 \div 0.6$:

$$Ma_{kr_prof} = 0.92748 - 0.24642C_{za} + (0.532C_{za} - 1.198)\bar{c} \quad (2.12)$$

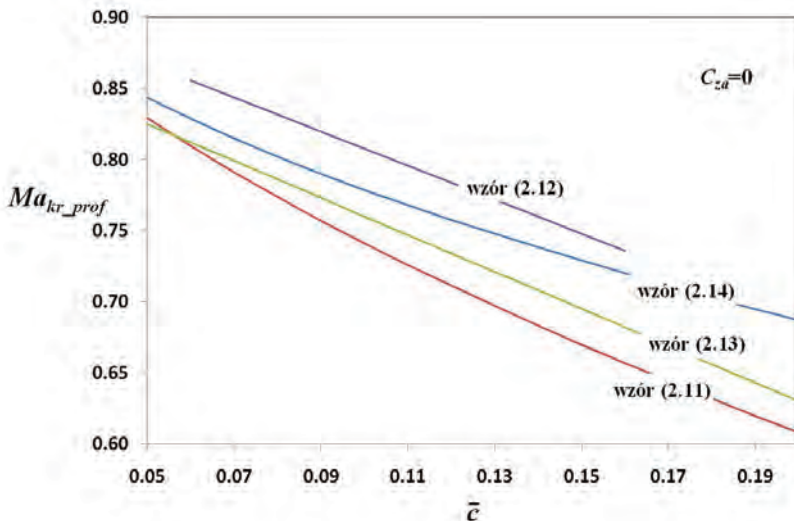
lub dla profili lotniczych NACA serii 6:

$$Ma_{kr_prof} = 0.89 - 1.3\bar{c} - k_{za}C_{za} \quad (2.13)$$

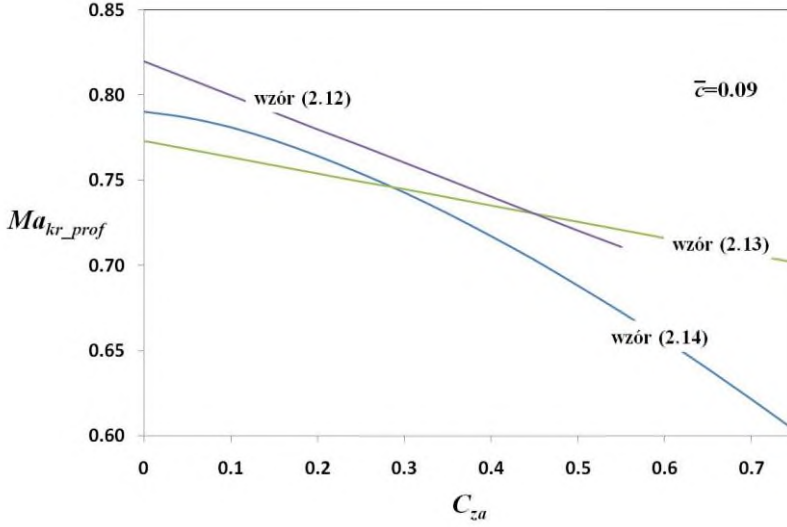
Wartości k_{za} mieszczą się w zakresie od 0.066 do 0.095 w zależności od profilu. Dla profili CAGI przyjmuje się, że:

$$Ma_{kr_prof} = 1 - 0.7\sqrt{\bar{c}} - 3.2\bar{c}C_{za}^{3/2} \quad (2.14)$$

Na rys. 2.5 i 2.6 porównano wynik zastosowania powyższych wzorów dla zerowej wartości współczynnika siły nośnej oraz stałej grubości profilu. Widać, że wzrost grubości profilu oraz współczynnika siły nośnej zmniejsza wartość Ma_{kr_prof} .



Rys. 2.5. Wpływ grubości profilu na Ma_{kr_prof}



Rys. 2.6. Wpływ współczynnika siły nośnej na Ma_{kr_prof}

Oprócz krytycznej liczby Macha definiuje się też liczbę Macha Ma_{dd} (*drag divergence*), przy której następuje gwałtowny wzrost współczynnika oporu. Najczęściej przyjmuje się, że jest to taka liczba Macha, dla której spełniony jest warunek $\frac{dC_{xa}}{dMa} = 0.1$. Liczba ta jest nieco większa od krytycznej liczby Macha i dla profilu jest w przybliżeniu równa $Ma_{dd_prof} \approx 1.02 Ma_{kr_prof}$. Ma_{dd_prof} mieści się w przedziale $(1.02 \div 1.04) Ma_{kr_prof}$. Pozostaje ona mniejsza od 1.

Przykład 2.1

Oblicz krytyczną liczbę Macha profilu, dla którego $\bar{p}_{min} = -0.26078$. Należy przyjąć $\gamma = 1.4$.

Rozwiązanie:

Krytyczną liczbę Macha można obliczyć, stosując metodę Newtona. Należy rozwiązać równanie:

$$\frac{2\sqrt{1-Ma_{kr}^2}}{\gamma Ma_{kr}^2} \left[\left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} Ma_{kr}^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1 \right] = \bar{p}_{min} \quad (P2.1.1)$$

Dla podanych danych daje ono następującą funkcję, której miejsce zerowe należy znaleźć:

$$f(Ma_{kr}) = \frac{1.4286\sqrt{1-Ma_{kr}^2}}{Ma_{kr}^2} \left[\left(\frac{5}{6} + \frac{1}{6}Ma_{kr}^2 \right)^{3.5} - 1 \right] + 0.26078 = 0 \quad (P2.1.2)$$

Zastosowanie metody Newtona wymaga obliczenia pochodnej funkcji $f(Ma_{kr})$:

$$f'(Ma_{kr}) = \frac{-1}{Ma_{kr}^3 \sqrt{1-Ma_{kr}^2}} \left\{ \frac{5}{3}Ma_{kr}^2(Ma_{kr}^2-1) \left(\frac{1}{6}Ma_{kr}^2 + \frac{5}{6} \right)^{2.5} + \frac{10}{7}(Ma_{kr}^2-2) \left[1 - \left(\frac{1}{6}Ma_{kr}^2 + \frac{5}{6} \right)^{3.5} \right] \right\} \quad (P2.1.3)$$

Rozwiązanie uzyskuje się metodą iteracyjną, przyjmując wartość początkową krytycznej liczby Macha, np. $Ma_{kr_0} = 0.5$. Kolejne przybliżenia otrzymuje się, stosując wzór Newtona:

$$Ma_{kr_{i+1}} = Ma_{kr_i} - \frac{f'(Ma_{kr_i})}{f(Ma_{kr_i})} \quad (P2.1.4)$$

W tabeli poniżej zestawiono wyniki kolejnych obliczeń

i	Ma_{kr_i}	$f(Ma_{kr_i})$	$f'(Ma_{kr_i})$
0	0.5	-1.5868	10.689
1	0.648	-0.5131	4.7705
2	0.756	-0.1130	2.8473
3	0.7957	-0.0080	2.3519
4	0.7991	-2.1325×10^{-3}	1.6056

Dalsze obliczenia dają wartość $Ma_{kr} = 0.8$.

Przykład 2.2

Oblicz krytyczną liczbę Macha profilu, którego grubość względna jest równa $\bar{c} = 0.04$ dla $C_{za} = 0$.

Rozwiązanie:

Wykorzystując wzory (2.11)÷(2.14), otrzymujemy:

$$Ma_{kr_prof} = 1 - 0.065(100 \cdot \bar{c})^{0.6} = 1 - 0.065(100 \cdot 0.04)^{0.6} = 0.851 \quad (P2.2.1)$$

$$\begin{aligned} Ma_{kr_prof} &= 0.92748 - 0.24642C_{za} + (0.532C_{za} - 1.198)\bar{c} = \\ &= 0.92748 - 1.198 \cdot 0.04 = 0.879 \end{aligned} \quad (P2.2.2)$$

$$Ma_{kr_prof} = 0.89 - 1.3\bar{c} - k_{za}C_{za} = 0.89 - 1.3 \cdot 0.04 = 0.838 \quad (P2.2.3)$$

$$Ma_{kr_prof} = 1 - 0.7\sqrt{\bar{c}} - 3.2\bar{c}C_{za}^{3/2} = 1 - 0.7\sqrt{0.04} - 3.2 \cdot 0.04 \cdot 0 = 0.86 \quad (P2.2.4)$$

Średnia wartość z tych wyników jest równa: $Ma_{kr_prof} = 0.857$.

2.3. Współczynnik siły oporu profilu

Opór aerodynamiczny wynika z sił tarcia występujących w warstwie przyściennej powstającej wokół profilu oraz rozkładu ciśnień na jego powierzchni. Na rozkład ciśnień istotny wpływ mają też pojawiające się w przepływach nadkrytycznych i naddźwiękowych fale uderzeniowe. W związku z tym w zakresie przepływów nadkrytycznych i naddźwiękowych opór ciśnieniowy utożsamiany jest z oporem falowym. Jego wartość jest znacząca.

Opór tarcia

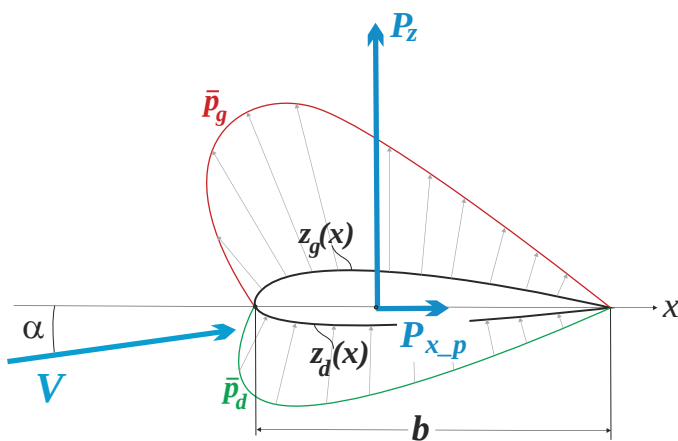
Opór tarcia powstaje w wyniku naprężeń ścinających powstających w warstwie przyściennej, która tworzy się podczas opływu ciała płynem lepkiem. Dla poddźwiękowych prędkości opływu opór tarcia odpowiada za większość oporu. Może też on stanowić istotną część oporu w zakresie naddźwiękowym. Jego wielkość zależy od tego czy przepływ wokół ciała jest laminarny czy też turbulentny, tzn. czy cząsteczki płynu przemieszczają się wewnątrz warstwy przyściennej w równoległych subwarstwach, czy też ich ruch jest chaotyczny i zmieniają one swoje położenie, przemieszczając się pomiędzy subwarstwami.

Zazwyczaj opór tarcia przybliżany jest oporem płaskiej płytki, którą zastępuje się profil. Otrzymane w ten sposób wyniki są odpowiednio modyfikowane, uwzględniając geometrię profilu i warunki opływu. Opór tarcia płaskiej płytki nie zależy od kąta natarcia – przyjmuje się, że dla wszystkich kątów natarcia jest taki sam i zależy

jedynie od liczby Reynoldsa i położenia punktu przejścia laminarnej warstwy przyściennej w turbulentną. Jest on skierowany wzdłuż osi zerowej siły nośnej. Współczynnik tego oporu oznacza się jako C_{x_t} .

Opór ciśnieniowy

Opór ciśnieniowy zależy od rozkładu ciśnień na powierzchni profilu. Jego współczynnik oznacza się jako C_{x_p} . Teoretyczne wyznaczenie oporu ciśnieniowego w zakresie poddźwiękowym obarczone jest trudnościami. Aby go znaleźć, konieczna jest znajomość rozkładu ciśnień na profilu. Zastosowanie modelu płynu idealnego do określenia tego rozkładu prowadzi do paradoksu d’Alamberta – opór ciśnieniowy w bezwrotnym opływie profilu takim płynem jest równy zero³. Również zastosowanie modelu opływu płynem lepkiem z warstwą przyścienną nie daje podstaw do wyznaczenia oporu ciśnieniowego. Co prawda, w literaturze można znaleźć silnie uproszczone metody obliczania całkowitego oporu profilowego, ale bazujące one na dość dowolnie wybranych wartościach parametrów opisujących kształt ciała i warunki opływu. Ich zastosowanie jest ograniczone np. do opływu bez oderwania i nie będzie tu omawiane.



Rys. 2.7. Rozkład ciśnień na profilu

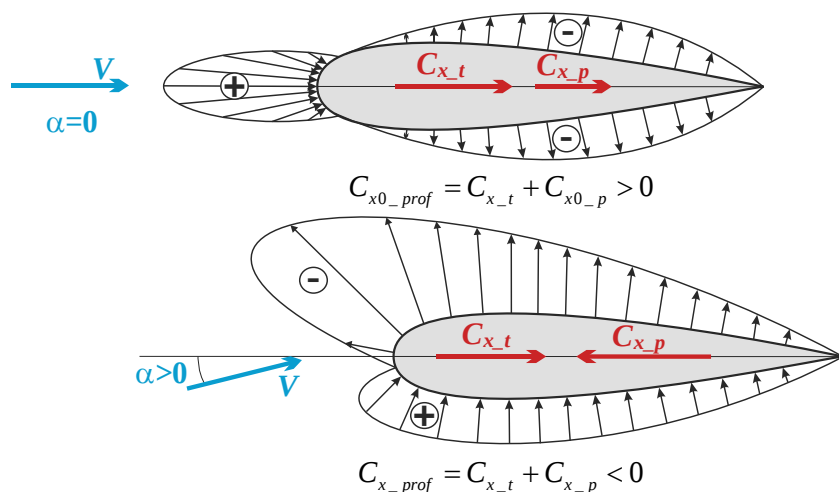
Na rys. 2.7 pokazano rozkład ciśnień na profilu. Zaznaczono też siłę normalną do cięciwy P_z i siłę styczną P_{x_p} . Jeżeli znane są krzywe $z_g(x)$ i $z_d(x)$ opisujące odpowiednio kontur górny i dolny, oraz rozkłady ciśnień $\bar{p}_g(x)$ i $\bar{p}_d(x)$ na obu

³ Należy zauważyć, że jednocześnie model ten pozwala na obliczenie wartości siły nośnej, która jest bliska wartości rzeczywistej.

konturach, to współczynnik siły oporu ciśnieniowego P_{x_p} skierowanej wzdłuż cięciwy profilu można obliczyć ze wzoru:

$$C_{x_p} = \frac{1}{b} \int_0^b \left(\bar{p}_g \frac{dz_g}{dx} - \bar{p}_d \frac{dz_d}{dx} \right) dx \quad (2.15)$$

W miarę wzrostu kąta natarcia siła P_{x_p} może zmienić kierunek, stając się „siłą ssącą”. Wyjaśnia to rys. 2.8. Górny schemat pokazuje rozkład ciśnień na profilu symetrycznym przy zerowym kącie natarcia. Ponieważ na przedniej części profilu powstają nadciśnienia, a na tylnej podciśnienia, to dają one siłę skierowaną tak jak tarcie – w kierunku przepływu. Zatem wypadkowa siła skierowana jest w kierunku krawędzi spływu. Z kolei dolny schemat przedstawia rozkład ciśnień dla niezerowego kąta natarcia. W tym przypadku na górnej powierzchni profilu powstaje obszar podciśnienia, które jest największe w pobliżu noska. Powoduje to, że ciśnienia w przedniej części profilu są mniejsze niż w tylnej. Z tego powodu powstaje siła „ssąca” skierowana w kierunku noska, tzn. przeciwnie niż opór tarcia. Należy zwrócić uwagę na fakt, że dla płaskiej płytki siła ssąca nie występuje, ponieważ siły wynikające z różnic ciśnień na jej górnej i dolnej powierzchni są prostopadłe do cięciwy. Również dla cienkich profili o zaostrej krawędzi natarcia, które znajdują się w przepływie naddźwiękowym, jeżeli nie następuje przepływ powietrza wokół krawędzi natarcia z dolnej do górnej powierzchni profilu, siła ta jest równa zero. Przepływ taki jest niemożliwy, jeżeli na krawędzi natarcia powstają fale uderzeniowe skierowane do góry i do dołu.



Rys. 2.8. Rozkład ciśnień na profilu

Sumaryczny współczynnik siły osiowej profilu jest równy:

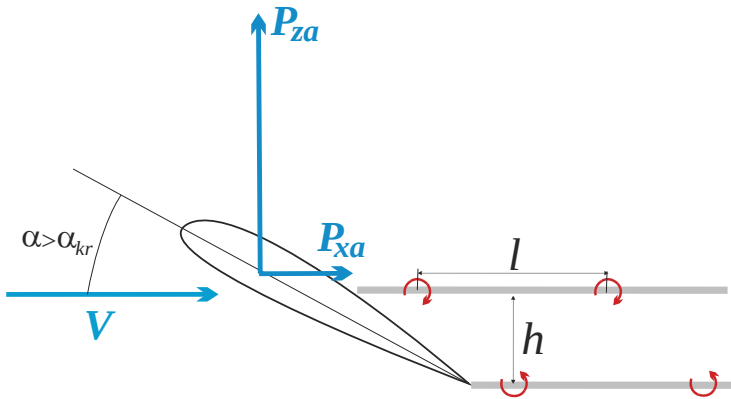
$$C_{x_prof} = C_{x_t} + C_{x_p} \quad (2.16)$$

Jeżeli kąt natarcia jest równy zero, to mamy:

$$C_{x0_prof} = C_{x_t} + C_{x0_p} \quad (2.17)$$

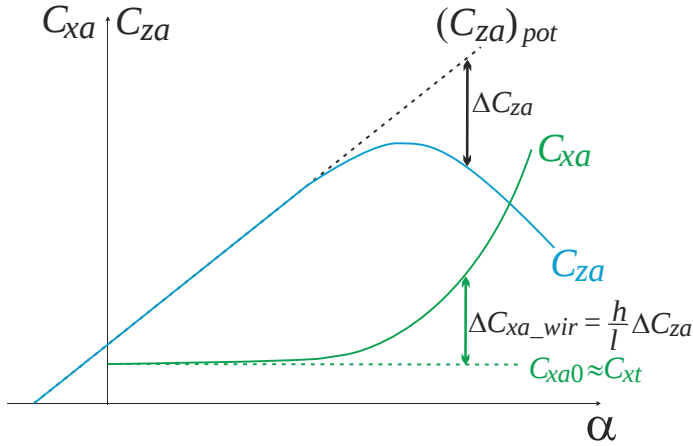
Opór wirowy⁴

Z badań wynika, że przy opływie profilu ustawionego w stosunku do strug pod kątem natarcia większym od krytycznego, jeżeli dochodzi do oderwania strumienia, to na skutek niestateczności zwinają się one w wiry. Oderwanie strug ma przy tym charakter okresowy – wiry odrywają się od górnej i dolnej powierzchni naprzemiennie, tworząc dwa równoległe łańcuchy wirowe o naprzemiennym układzie wirów. Są one źródłem dodatkowego oporu wirowego. Jego wielkość zależy od geometrii ścieżki wirowej (szerokość h i odległości l pomiędzy wirami) oraz od spadku siły nośnej, tzn. różnicy pomiędzy wartością teoretyczną uzyskaną dla modelu przepływu potencjalnego i wartością rzeczywistą. Schematycznie pokazano to na rys. 2.9.



Rys. 2.9. Schemat opływu profilu na zakrytycznych kątach natarcia

⁴ Ponieważ poruszane w książce zagadnienia dotyczą zakresu kątów natarcia mniejszych od krytycznego, dalej opór ten nie będzie analizowany.



Rys. 2.9. cd. Schemat opływu profilu na zakrytycznych kątach natarcia

Opór falowy

Badania pokazały, że w zakresie prędkości poddźwiękowych opór ciśnieniowy jest niewielki i pozostaje dużo mniejszy od oporu tarcia. Opór ten silnie wzrasta dla prędkości nadkrytycznych ($Ma > Ma_{kr}$) i naddźwiękowych ($Ma > 1$). Przyczyną są fale uderzeniowe powstające na górnej i dolnej powierzchni profilu. Wpływają one na wartość ciśnień na tych powierzchniach. Ten dodatkowy opór (będący w zasadzie oporem ciśnieniowym) określany jest jako opór falowy. Reprezentuje go współczynnik oporu falowego C_{xa_fal} .

Biegunowa drugiego rodzaju

Badania doświadczalne pokazują, że różnica pomiędzy współczynnikami C_{x_prof} i C_{x0_prof} (wzory (2.16) i (2.17)) jest proporcjonalna do kwadratu współczynnika siły normalnej C_{z_prof} .

$$\Delta C_{x_prof} = C_{x0_prof} - C_{x_prof} = D \cdot C_{z_prof}^2 \quad (2.18)$$

Współczynnik proporcjonalności D zależy od kształtu profilu i od liczby Macha.

Zatem **współczynnik siły osiowej przy niezerowym kącie natarcia** można przedstawić jako sumę współczynnika oporu przy zerowym kącie natarcia oraz członu zależnego od $C_{z_prof}^2$:

$$C_{x_prof} = C_{x0_prof} - D \cdot C_{z_prof}^2 \quad (2.19)$$

Zależność (2.19) opisuje tzw. biegunową drugiego rodzaju. Warto zaznaczyć, że poczynając od pewnej wartości C_{z_prof} współczynnik siły osiowej staje się ujemny. Wyjaśniono to, omawiając rys. 2.8 i powstającą siłę „ssącą” skierowaną w kierunku noska profilu.

Biegunowa pierwszego rodzaju

W zagadnieniach mechaniki lotu najczęściej używa się współczynników sił określonych w układzie związanym z wektorem prędkości (siła oporu i siła nośna). W związku z tym należy wykonać przeliczenia, wykorzystując wzory (2.8) i (2.9). Otrzymujemy:

$$C_{xa_prof} = C_{x0_prof} - D \cdot C_{za_prof}^2 + C_{za_prof}(\alpha - \alpha_0) \quad (2.20)$$

Ostatni składnik po prawej stronie można przekształcić, zakładając liniową zależność pomiędzy kątem natarcia i współczynnikiem siły nośnej – patrz wzór (2.60). Wynika z niego, że:

$$\alpha - \alpha_0 = \frac{C_{za_prof}}{C_{za_prof}^\alpha} \quad (2.21)$$

Podstawiając tę zależność do (2.20), otrzymuje się formułę określającą współczynnik siły oporu w układzie aerodynamicznym:

$$C_{xa_prof} = C_{x0_prof} + A \cdot C_{za_prof}^2 \quad (2.22)$$

Wzór (2.22) dotyczy profili o różnych kształtach i opisuje biegunową pierwszego rodzaju.

Zatem współczynnik C_{xa_prof} jest sumą współczynnika oporu przy zerowej sile nośnej C_{x0_prof} i składnika $A \cdot C_{za_prof}^2$. Współczynnik A jest równy:

$$A = \frac{1}{C_{za_prof}^\alpha} - D \quad (2.23)$$

Zależy on od kształtu profilu i od liczby Macha. Wzór (2.22) poprawny jest też dla przepływów, w których występują fale uderzeniowe (przepływy nadkrytyczne i naddźwiękowe) i związane z nimi opór falowy.

Dla małych kątów natarcia i umiarkowanej grubości profilu o wartości $C_{xa0_prof} = C_{x0_prof}$ decyduje opór tarcia, ponieważ opór ciśnieniowy C_{x_p} jest nieznaczny.

Należy podkreślić, że ponieważ profilowi odpowiada skrzydło o nieskończone dużym wydłużeniu, to nie dotyczy go opór indukowany powstający na skrzydłach w wyniku oddziaływania wirów spływających z końcówek skrzydeł⁵. Natomiast przy wyznaczaniu biegunowej samolotu konieczna jest znajomość współczynnika C_{xa0_prof} . Nazywany on jest też oporem profilowym lub pasażniczym. Dalej omówiono sposoby oszacowania jego wartości.

Przykład 2.3

W tabeli poniżej podano wartości współczynników C_x i C_z siły osiowej i normalnej dla profilu lotniczego dla różnych kątów natarcia α . Zgodnie z danymi, kąt zerowej siły nośnej jest równy $\alpha_0 = -2$. Narysuj biegunową drugiego rodzaju oraz biegunową pierwszego rodzaju i określ równania, które je opisują. Sprawdź poprawność zależności (2.22).

α [deg]	C_{x_prof}	C_{z_prof}	C_{xa_prof}	C_{za_prof}
-2.0	0.011	0.000	0.011	0.000
0.0	0.007	0.132	0.012	0.132
2.0	-0.004	0.268	0.015	0.268
4.0	-0.024	0.410	0.019	0.410
6.0	-0.051	0.545	0.026	0.547
8.0	-0.081	0.676	0.038	0.680
10.0	-0.120	0.803	0.049	0.810
12.0	-0.165	0.938	0.066	0.950
14.0	-0.217	1.061	0.083	1.080
16.0	-0.274	1.177	0.103	1.204
16.7	-0.286	1.204	0.115	1.232
18.0	-0.263	1.140	0.143	1.162
20.0	-0.249	1.098	0.180	1.111

Rozwiązanie:

Dane wejściowe stanowią trzy pierwsze kolumny tabeli. W oparciu o wzory (2.4) i (2.5) oblicza się współczynniki siły oporu i siły nośnej – czwarta i piąta kolumna. Na przykład dla kąta $\alpha = 10^\circ$:

⁵ Opór indukowany zależny jest od siły nośnej wytwarzanej przez skrzydło.

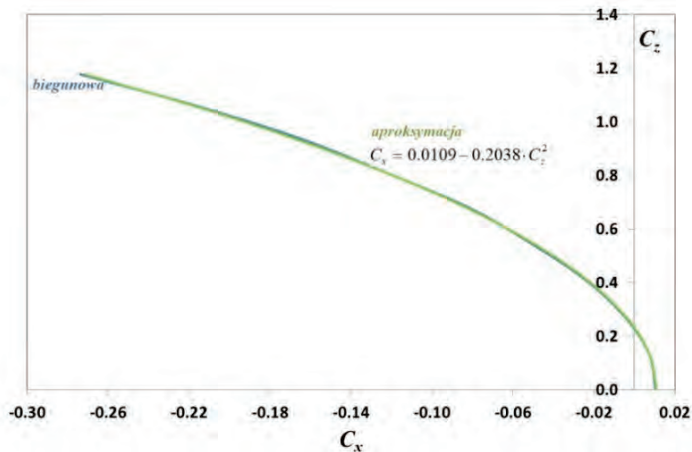
$$\begin{aligned} C_{xa_prof} &= C_{x_prof} \cos(\alpha - \alpha_0) + C_{z_prof} \sin(\alpha - \alpha_0) = \\ &= -0.12 \cdot \cos 12^\circ + 0.803 \cdot \sin 12^\circ = 0.049 \end{aligned} \quad (P2.3.1)$$

$$\begin{aligned} C_{za_prof} &= C_{z_prof} \cos(\alpha - \alpha_0) - C_{x_prof} \sin(\alpha - \alpha_0) = \\ &= 0.803 \cdot \cos 12^\circ - (-0.12) \sin 12^\circ = 0.81 \end{aligned} \quad (P2.3.2)$$

Kolumny C_{x_prof} i C_{z_prof} tworzą biegunową drugiego rodzaju. Pokazano ją na rys. P2.3.1. wraz z wykresem wielomianu aproksymującego o postaci:

$$C_{x_prof} = 0.0109 - 0.2038 \cdot C_{z_prof}^2 \quad (P2.3.3)$$

Zatem współczynnik D w równaniu tej biegunowej jest równy $D = 0.2038$.

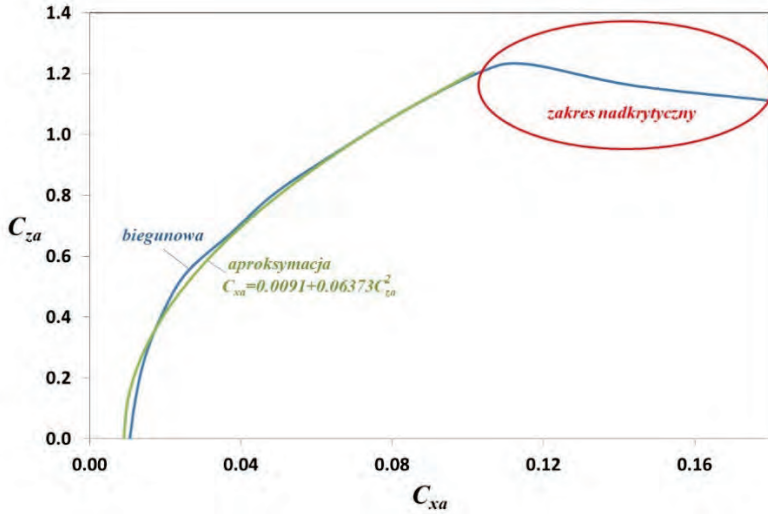


Rys. P2.3.1. Biegunowa drugiego rodzaju dla profilu

Biegunową pierwszego rodzaju uzyskuje się z kolumn C_{xa} i C_{za} . Pokazano ją na rys. P2.3.2 wraz z wielomianem aproksymującym o postaci:

$$C_{xa_prof} = 0.0091 + 0.06373 \cdot C_{za_prof}^2 \quad (P2.3.4)$$

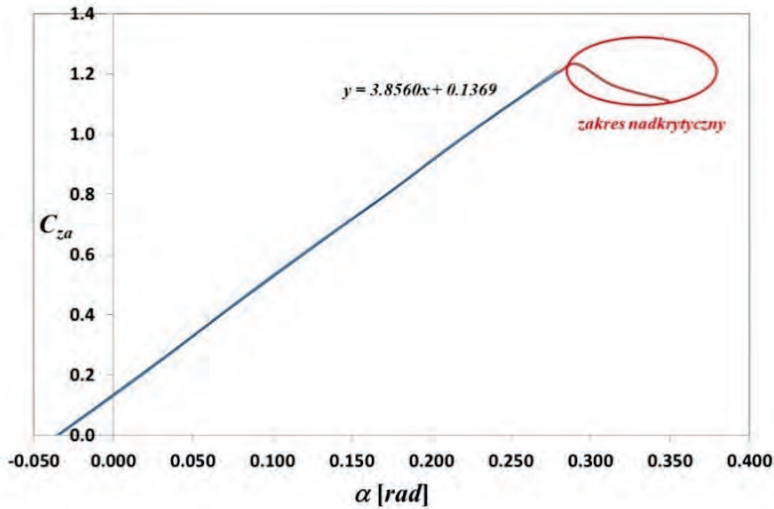
Zatem współczynnik A w równaniu tej biegunowej jest równy $A=0.06373$.



Rys. P2.3.2. Biegunowa pierwszego rodzaju dla profilu

Na podstawie kolumny pierwszej i ostatniej utworzono wykres $C_{za_prof}(\alpha)$ pokazany na rys. P2.3.3 wraz z prostą aproksymującą go w zakresie liniowym.

$$C_{za_prof} = 0.1369 + 3.856 \cdot \alpha = 3.856 \cdot (\alpha + 0.0355) \quad (\text{P2.3.5})$$



Rys. P2.3.3. Współczynnik siły nośnej

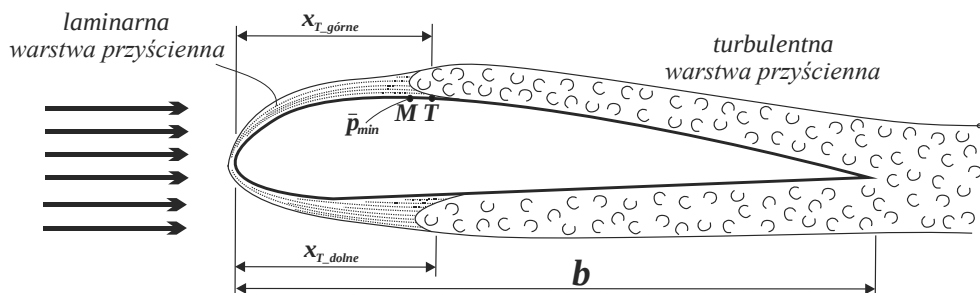
Widać stąd, że kąt zerowej siły nośnej jest równy $\alpha_0 = -0.0355 \cdot 57.29 = -2.03^\circ$. Jest to wartość zgodna z danymi wstępnymi. Natomiast pochodna współczynnika siły nośnej względem kąta natarcia jest równa $C_{za_prof}^\alpha = 3.856$. Wykorzystując tę wartość oraz wartość współczynnika A , ze wzoru (2.23) mamy:

$$D = \frac{1}{C_{za_prof}^\alpha} - A = \frac{1}{3.856} - 0.06373 = 0.1956 \quad (P2.3.6)$$

Wartość ta różni się o ok. 4% od występującej we wzorze P2.3.3.

Opór profilowy

W zakresie poddźwiękowym opór falowy nie występuje. Jeżeli grubość względna profilu nie przekracza 15% ($\bar{c} \leq 0.15$), to podstawowym składnikiem oporu profilu jest opór tarcia, który zależy m.in. od liczby Reynoldsa Re oraz położenia $\bar{x}_T$ punktu przejścia laminarnej warstwy przyściennej w turbulentną. Pokazano to na rys. 2.10.



Rys. 2.10. Schemat mieszanej warstwy przyściennej

Współczynnik C_{x_t} ocenia się, zakładając, że profil jest płaską płytką. Współczynnik oporu powstającego przy opływie górnej lub dolnej powierzchni tej płytki jest równy C_f . Zatem przy opływie dwustronnym powinien on być podwojony.

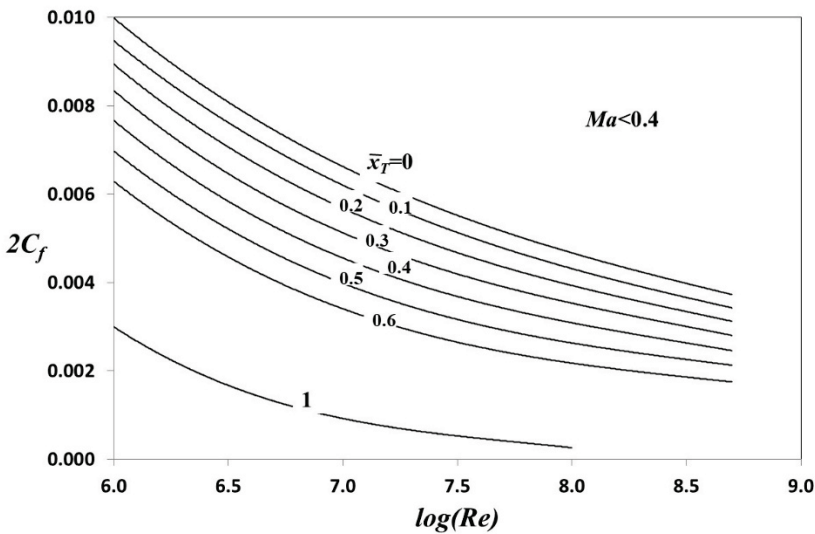
Mamy zatem:

$$C_{x_p} \approx 0 \quad (2.24)$$

$$C_{x_fal} \approx 0 \quad (2.25)$$

$$C_{x_t} = 2C_f \quad (2.26)$$

Zależność podwojonego współczynnika $2C_f$ od liczby Reynoldsa i wartości $\bar{x}_T$ dla $Ma < 0.4$ pokazano na rys. 2.11.



Rys. 2.11. Wartość $2C_f$ w zależności od Re i $\bar{x}_T$

Teoretycznie, jeżeli $\bar{x}_T = 1$, to na całej powierzchni płytki występuje laminarna warstwa przyścienna. Współczynnik oporu jest w tym przypadku równy:

$$C_f = \frac{1.328}{\sqrt{Re}} \quad (2.27)$$

Jeżeli na całej płytce występuje turbulentna warstwa przyścienna, to mamy $\bar{x}_T = 0$ i współczynnik C_f oblicza się ze wzoru:

$$C_f = \frac{0.074}{Re^{0.2}} \quad (2.28)$$

W rzeczywistości warstwa przyścienna jest początkowo laminarna, a od punktu o współrzędnej $\bar{x}_T$ turbulentna, tak jak pokazano na rys. 2.10. Na drodze doświadczalnej ustalono, że przy mieszanej warstwie przyściennej współczynnik C_f jest równy:

$$C_f = \frac{0.074}{Re^{0.2}} - \frac{A}{Re} \quad (2.29)$$

Wielkość A zależy od jakości powierzchni płytki i mieści się w przedziale od $A = 1700$ dla płytek gładkich do $A = 300$ dla płytek chropowatych:

$$300 \leq A \leq 1700 \quad (2.30)$$

Wartość C_f powinna być zmodyfikowana, jeżeli temperatura płytki różni się od temperatury otoczenia.

Aby opór tarcia był jak najmniejszy, punkt przejścia powinien być jak najbliżej krawędzi spływu. Jeżeli znane jest położenie punktu przejścia na górnej i na dolnej powierzchni profilu, to dla całego profilu można przyjąć, że:

$$\bar{x}_T = \frac{\bar{x}_{T_g\acute{o}rne} + \bar{x}_{T_dolne}}{2} \quad (2.31)$$

Na rys. 2.10 pokazano mieszaną warstwę przyścienną na profilu. Na granicy laminarnej warstwy przyściennej aż do punktu przejścia prędkość rośnie, a ciśnienie maleje. W pewnym punkcie na powierzchni profilu – oznaczonym jako M – prędkość będzie maksymalna, a ciśnienie minimalne. Za tym punktem prędkość zaczyna maleć, a ciśnienie wzrasta w kierunku przepływu. Powoduje to hamowanie elementów płynu. Począwszy od punktu T (bliskiego punktowi M) w obszarze warstwy przyściennej pojawia się przepływ w kierunku przeciwnym. Prowadzi to do powstania wirów i silnej turbulizacji warstwy przyściennej. Punkt T jest punktem przejścia warstwy laminarnej w turbulentną. Położenie punktu przejścia zależy od: liczby Reynoldsa Re , liczby Macha Ma , gradientu ciśnienia wzdłuż opływanej powierzchni, szorstkości powierzchni płytki, wymiany ciepła pomiędzy warstwą przyścienną i profilem, turbulencji napływającego powietrza. Przy braku tych danych dla poddźwiękowych prędkości lotu można przyjąć, że przejście warstwy laminarnej w turbulentną zachodzi w punkcie odpowiadającym maksymalnej grubości profilu:

$$\bar{x}_T \approx \bar{x}_c \quad (2.32)$$

Jeżeli w punkcie leżącym przed punktem $\bar{x}_c$ znajduje się źródło silnej turbulencji, to przyjmuje się, że jest to punkt przejścia.

Wartość $\bar{x}_T$ można również oszacować, znając wartość krytycznej liczby Reynoldsa i liczby Reynoldsa przepływu niezaburzonego:

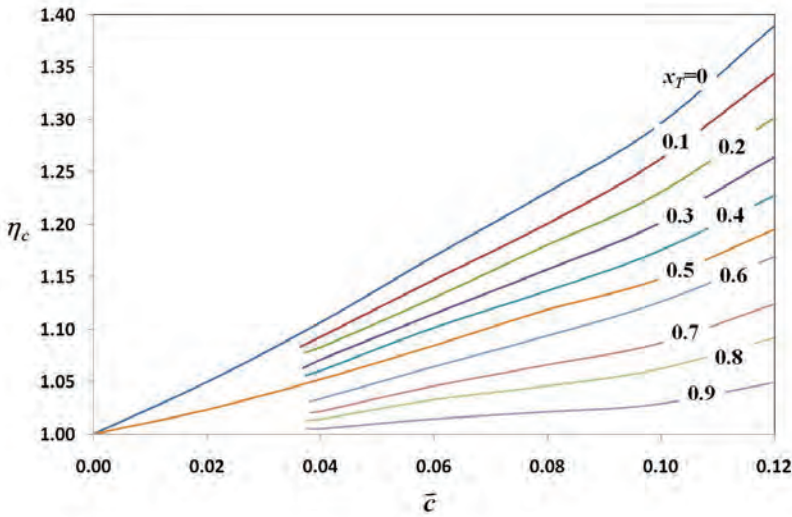
$$\bar{x}_T = \frac{x_T}{b} = \frac{Re_{kr}}{Re} \quad (2.33)$$

Zwykle przyjmuje się, że krytyczna liczba Reynoldsa jest równa $Re_{kr} = 5 \cdot 10^5$.

Aby uwzględnić kształt profilu i związany z tym opór ciśnieniowy (współczynnik $C_{x_{-p}}$), powiększa się opór tarcia. Ten przyrost zależy od grubości względnej profilu $\bar{c}$ oraz od położenia punktu przejścia $\bar{x}_T$. Przyjmuje się, że:

$$C_{xa0_{-prof}} = C_{x_{-t}} + C_{x_{-p}} = 2C_f\eta_c \quad (2.34)$$

Współczynnik η_c pokazano na rys. 2.12.



Rys. 2.12. Współczynnik η_c w zależności od $\bar{c}$ i $\bar{x}_T$

Dla cienkich profili ($\bar{c} = 0.02 \div 0.12$) z laminarną warstwą przyścienną można przyjąć $\eta_c = 1$.

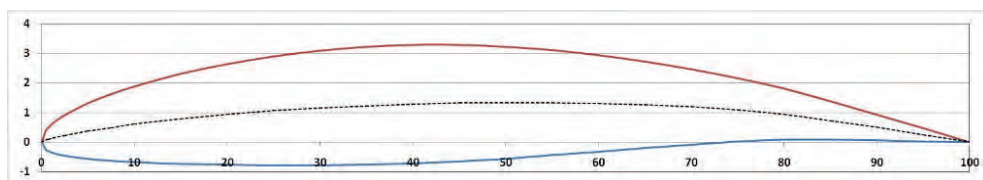
Jeżeli każdy z pokazanych na rys. 2.12 przebiegów aproksymować linią prostą, to będą one określone przybliżonym wzorem:

$$\eta_c = 1 + (3.147 - 3.052 \cdot \bar{x}_T) \cdot \bar{c} \quad (2.35)$$

Przykład 2.4

Na rys. P2.4.1. pokazano profil lotniczy NACA 64_A-204. Współrzędne punktów tworzących jego górny i dolny obrys podano w tabeli pod rysunkiem. Jego podstawowe parametry geometryczne to:

- grubość względna $\bar{c} = 0.04$;
- współrzędna maksymalnej grubości $\bar{x}_c = 0.4$;
- strzałka profilu $\bar{f} = 0.0133$;
- współrzędna strzałki profilu $\bar{x}_f = 0.5$;
- promień krawędzi natarcia $r_{kn} = 0.123\%$ cięciwy



Rys. P2.4.1. Profil NACA 64_A204

Górny obrys													
x	0	0.5	0.75	1.25	2.5	5	7.5	10	15	20	25	30	35
y	0	0.4052	0.4925	0.635	0.9042	1.3029	1.6156	1.8798	2.3062	2.6363	2.89	3.0785	3.2074
x	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
y	3.2775	3.2794	3.218	3.1015	2.9353	2.7223	2.463	2.1579	1.8018	1.3753	0.931	0.4673	0
Dolny obrys													
x	0	0.5	0.75	1.25	2.5	5	7.5	10	15	20	25	30	35
y	0	-0.2717	-0.3183	-0.3792	-0.4714	-0.5731	-0.6358	-0.6817	-0.7407	-0.7732	-0.7854	-0.7804	-0.7592
x	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
y	-0.7198	-0.6513	-0.558	-0.4489	-0.3315	-0.2117	-0.096	0.0046	0.0702	0.0701	0.0517	0.0241	0

Zastępując profil płaską płytką, na podstawie rys. 2.11, określ współczynnik siły tarcia dla liczb Reynoldsa Re : $1 \cdot 10^6$, $5 \cdot 10^6$, $1 \cdot 10^7$, $5 \cdot 10^7$, $1 \cdot 10^8$ oraz dla położenia punktu przejścia $\bar{x}_T$: 0 (turbulentna warstwa przyścienna), 0.5 (mieszana warstwa

przyścienna), 1.0 (laminarna warstwa przyścienna). Porównaj wyniki z obliczeniami teoretycznymi.

Rozwiązanie:

Dla laminarnej warstwy przyściennej ($\bar{x}_T = 1$) wykorzystuje się wzór (2.27):

$$C_{x-t} = 2C_f = 2 \frac{1.328}{\sqrt{Re}} = 2 \frac{1.328}{\sqrt{1 \cdot 10^6}} = 2.656 \cdot 10^{-3} \quad (\text{P2.4.1})$$

Dla turbulentnej warstwy przyściennej ($\bar{x}_T = 0$) wykorzystuje się wzór (2.28):

$$C_{x-t} = 2C_f = 2 \frac{0.074}{Re^{0.2}} = 2 \frac{0.074}{(1 \cdot 10^6)^{0.2}} = 9.338 \cdot 10^{-3} \quad (\text{P2.4.2})$$

W tabeli poniżej zebrano wyniki otrzymane z obliczeń oraz na podstawie rys. 2.11.

$2C_f$		$\bar{x}_T$				
		0		0.5	1	
		turbulentna w.p.			laminarna w.p.	
		z rys.2.11	wzór (2.28)	z rys.2.11	z rys.2.11	wzór (2.27)
Re	$1 \cdot 10^6$	0.01000	0.00934	0.00699	0.00301	0.00266
	$5 \cdot 10^6$	0.00743	0.00677	0.00465	0.00130	0.00119
	$1 \cdot 10^7$	0.00664	0.00589	0.00399	0.00093	0.00084
	$5 \cdot 10^7$	0.00515	0.00427	0.00294	0.00040	0.000376
	$1 \cdot 10^8$	0.00466	0.00372	0.00261	0.00028	0.000266

W zakresie poddźwiękowym, dla większych liczb Macha, ale mniejszych od Ma_{kr} , ujawnia się wpływ ściśliwości powietrza. Wzrost tej liczby (prędkości lotu) oznacza, że rośnie też liczba Reynoldsa. Przy niezmiennym względnym położeniu punktu przejścia laminarnej warstwy przyściennej w turbulentną wzrost liczby Reynoldsa powoduje, że maleje współczynnik tarcia płaskiej płytki C_f (rys. 2.11). Maleje zatem współczynnik tarcia profilu C_{x-t} . Jednocześnie rośnie opór ciśnieniowy i jego współczynnik zmienia się zgodnie ze wzorem Prandtla-Glauerta:

$$C_{x-p} = \frac{C_{x-p-Ma=0}}{\sqrt{1-Ma^2}} \quad (2.36)$$

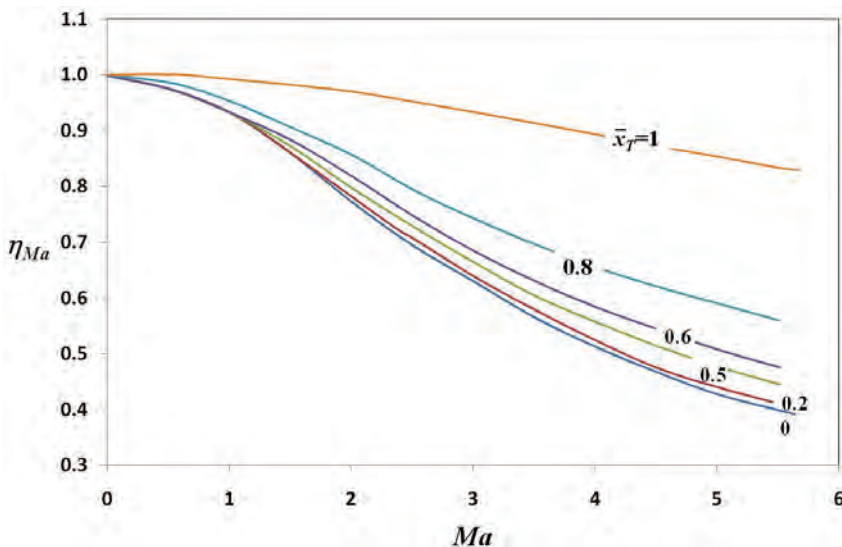
Zatem wzrost liczby Macha prowadzi do spadku sił tarcia i jednoczesnego wzrostu oporu ciśnieniowego. Dlatego ich suma w zakresie prędkości poddźwiękowych, podkrytycznych zmienia się nieznacznie – w zakresie $\pm 10\%$. Na wielkość tych zmian wpływ ma położenie punktu przejścia $\bar{x}_T$. Im punkt ten leży bliżej krawędzi spływu, tym wpływ liczby Macha na C_{x-p} jest mniejszy. Można zatem wykorzystać wzór (2.34) lub do bardziej dokładnych obliczeń przyjąć, że:

$$C_{xa0_prof} = 2C_f\eta_c\eta_{Ma} \quad (2.37)$$

Formuła ta pozostaje słuszna również dla większych liczb Macha. Wartość współczynnika η_{Ma} pokazano na rys. 2.13. Jeżeli temperatura ciała różni się od temperatury otoczenia wartość C_f powinna być zmodyfikowana.

Dla omawianego zakresu można też zastosować doświadczalny wzór:

$$C_{xa0_prof} = 2C_f(0.93 + 2.8\bar{c})(1 + 5\bar{c}Ma^4) \quad (2.38)$$



Rys. 2.13. Współczynnik η_{Ma} w zależności od $\bar{c}$ i $\bar{x}_T$

Przykład 2.5

Oblicz współczynnik C_{xa0_prof} profilu, którego dane podano w przykładzie 2.4 dla liczby Macha $Ma = 0.7$ oraz dla liczby Reynoldsa $Re = 6.25 \cdot 10^7$ dla turbulentnej warstwy przyściennej.

Rozwiązanie:

Współczynnik C_f oblicza się ze wzoru (2.28):

$$C_f = \frac{0.074}{Re^{0.2}} = \frac{0.074}{(6.25 \cdot 10^7)^{0.2}} = 2.042 \cdot 10^{-3} \quad (P2.5.1)$$

Liczba $Ma = 0.7$ jest mniejsza od krytycznej liczby Macha. Odpowiada ona opływowi poddźwiękowemu. Dlatego zastosować można wzory (2.36) lub (2.37).

Z rys. 2.12 dla $\bar{c} = 0.04$ i $\bar{x}_T = 0$ odczytuje się $\eta_c = 1.11$.

Z rys. 2.13 dla $Ma = 0.7$ odczytuje się $\eta_{Ma} \approx 1$.

Ze wzoru (2.37):

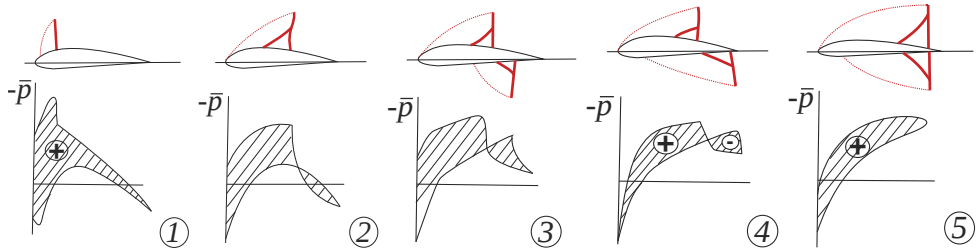
$$C_{xa0_prof} = 2C_f \eta_c \eta_{Ma} = 2 \cdot 2.042 \cdot 10^{-3} \cdot 1.11 \cdot 1 = 4.49 \cdot 10^{-3} \quad (P2.5.2)$$

Ze wzoru (2.38):

$$\begin{aligned} C_{xa0_prof} &= 2C_f (0.93 + 2.8\bar{c})(1 + 5\bar{c}Ma^4) = \\ &= 2 \cdot 2.042 \cdot 10^{-3} (0.93 + 2.8 \cdot 0.04)(1 + 5 \cdot 0.04 \cdot 0.7^4) = 4.46 \cdot 10^{-3} \end{aligned} \quad (P2.5.3)$$

Widać, że obie wartości są podobne.

W zakresie transonicznym liczba Macha jest większa od Ma_{kr} . W tym zakresie na górnej i dolnej powierzchni profilu powstają lokalnie fale uderzeniowe, tak jak pokazano schematycznie na rys. 2.14. Kolejne rysunki dotyczą rosnącej liczby Macha.



Rys. 2.14. Rozbudowywanie się fal uderzeniowych w zakresie transonicznym

Współczynnik oporu profilowego C_{xa0_prof} oblicza się, dodając do obliczonego ze wzoru (2.37) współczynnika oporu dodatkowy współczynnik oporu falowego. Opór falowy bardzo szybko rośnie ze wzrostem liczby Macha. Dla liczb Macha przewyższających Ma_{kr} o $\Delta Ma \leq 0.15$ współczynnik oporu falowego może być określony z eksperymentalnego wzoru:

$$C_{x_fal} = A(Ma - Ma_{kr})^3 \quad (2.39)$$

Wielkość A zależy od kształtu profilu. Dla profili przeznaczonych dla samolotów naddźwiękowych ma ona wartość $A \approx 11$.

W zakresie transonicznym, dla profili o niewielkiej krzywiźnie, do obliczenia C_{x_fal} można też zastosować wzór:

$$C_{x_fal} = C_{x_fal_max} (0.25x_M + 1.2x_M^2 - 0.45x_M^5) \quad (2.40)$$

gdzie:

$$x_M = \frac{Ma - Ma_{kr}}{Ma_{C_{x_fal_max}} - Ma_{kr}} \quad (2.41)$$

Wymaga on znajomości: krytycznej liczby Macha Ma_{kr} , maksymalnej wartości oporu falowego $C_{x_fal_max}$, liczby Macha $Ma_{C_{x_fal_max}}$, przy której opór falowy jest największy.

W literaturze można też znaleźć inną zależność służącą do modelowania zmian współczynnika C_{x_fal} w zakresie transonicznym:

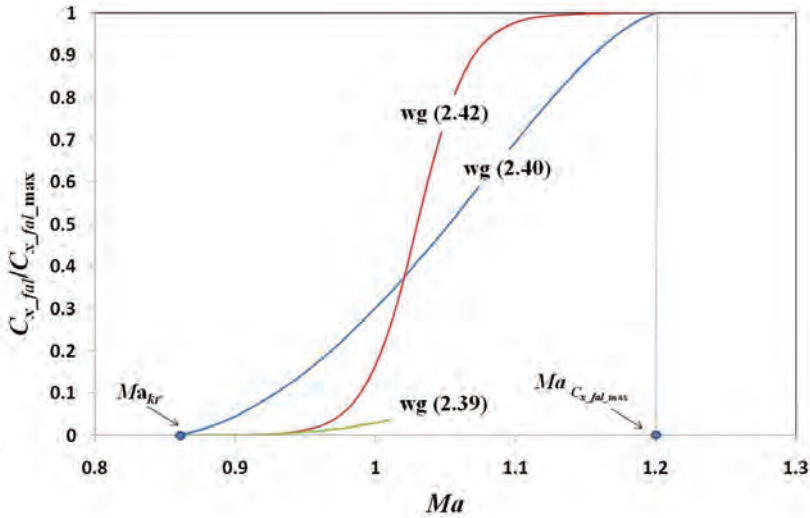
$$C_{x_fal} = \frac{C_{x_fal_max}}{2} [1 + \tanh(a \cdot Ma + b)] \quad (2.42)$$

Stałe a i b oblicza się, wykorzystując następujące wzory:

$$a = \frac{\tanh^{-1}\left(\frac{2C_{x_fal_max} - 0.0002}{C_{x_fal_max}} - 1\right) - \tanh^{-1}\left(\frac{0.0002}{C_{x_fal_max}} - 1\right)}{Ma_{C_{x_fal_max}} - Ma_{kr}} \quad (2.43)$$

$$b = \tanh^{-1}\left(\frac{0.0002}{C_{x_fal_max}} - 1\right) - a \cdot Ma_{kr} \quad (2.44)$$

Przebiegi otrzymane z wykorzystaniem wzorów (2.39), (2.40) i (2.41) porównano na rys. 2.15.



Rys. 2.15. Względna zmiana współczynnika oporu falowego w zakresie transonicznym

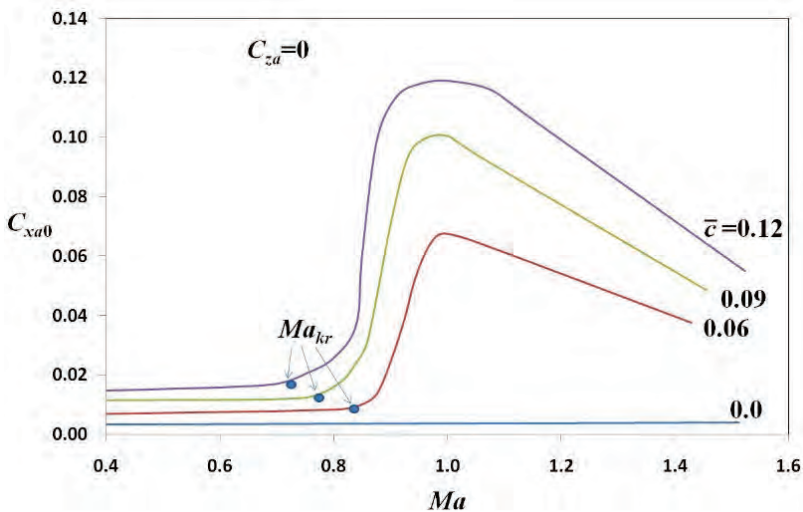
Zarówno wyrażenie (2.40), jak i (2.42) wymagają znajomości maksymalnej wartości oporu falowego $C_{x_fal_max}$. Określa się ją na podstawie badań doświadczalnych. Przy braku takich wyników może być oszacowana zależnością uwzględniającą grubość profilu $\bar{c}$:

$$C_{x_fal_max} = g + h \cdot \bar{c} \quad (2.45)$$

Współczynniki g i h są dobierane doświadczalnie. W literaturze można znaleźć np. wartości $g = -0.017$, $h = 0.81$. Dla przebiegów pokazanych na rys. 2.16 mamy: $g = 0.028$, $h = 0.757$. Rysunek dotyczy profilu symetrycznego przy zerowym kącie natarcia. Dla płaskiej płytki ($\bar{c} = 0$) opór falowy nie występuje bez względu na liczbę Macha i jedynym oporem jest opór tarcia.

Zatem w zakresie transonicznym współczynnik oporu profilu z uwzględnieniem oporu falowego jest równy:

$$C_{xa0_prof} = 2C_f \eta_c \eta_{Ma} + C_{x_fal} \quad (2.46)$$



Rys. 2.16. Współczynnik oporu C_{xa0} dla profili o różnej grubości względnej

Przykład 2.6

Oblicz współczynnik oporu falowego profilu, którego dane podano w przykładzie 2.4, w zakresie transonicznym dla $Ma = 0.96$. Przyjmij: $Ma_{kr} = 0.86$, $Ma_{C_{x_fal_max}} = 1.2$, $C_{x_fal_max} = 0.0154$.

Rozwiązanie:

Zakresu transonicznego dotyczą wzory (2.40) i (2.42).

Zastosowanie wzoru (2.40):

Przyjmując $g = -0.017$, $h = 0.81$ ze wzoru (2.45):

$$C_{x_fal_max} = g + h \cdot \bar{c} = -0.017 + 0.81 \cdot 0.04 = 0.0154 \quad (P2.6.1)$$

z (2.41):

$$x_M = \frac{Ma - Ma_{kr}}{Ma_{C_{x_fal_max}} - Ma_{kr}} = \frac{0.96 - 0.86}{1.2 - 0.86} = 0.294 \quad (P2.6.2)$$

z (2.40):

$$\begin{aligned} C_{x_fal} &= C_{x_fal_max} (0.25x_M + 1.2x_M^2 - 0.45x_M^5) = \\ &= 0.0154 \cdot (0.25 \cdot 0.294 + 1.2 \cdot 0.294^2 - 0.45 \cdot 0.294^5) = 0.00271 \end{aligned} \quad (P2.6.3)$$

Zastosowanie wzoru (2.42):

z (2.43):

$$\begin{aligned} a &= \frac{\tanh^{-1}\left(\frac{2C_{x_fal_max} - 0.0002}{C_{x_fal_max}} - 1\right) - \tanh^{-1}\left(\frac{0.0002}{C_{x_fal_max}} - 1\right)}{Ma_{C_{x_fal_max}} - Ma_{kr}} = \\ &= \frac{\tanh^{-1}\left(\frac{2 \cdot 0.03 - 0.0002}{0.03} - 1\right) - \tanh^{-1}\left(\frac{0.0002}{0.03} - 1\right)}{1.2 - 0.86} = 16.766 \end{aligned} \quad (P2.6.4)$$

z (2.44):

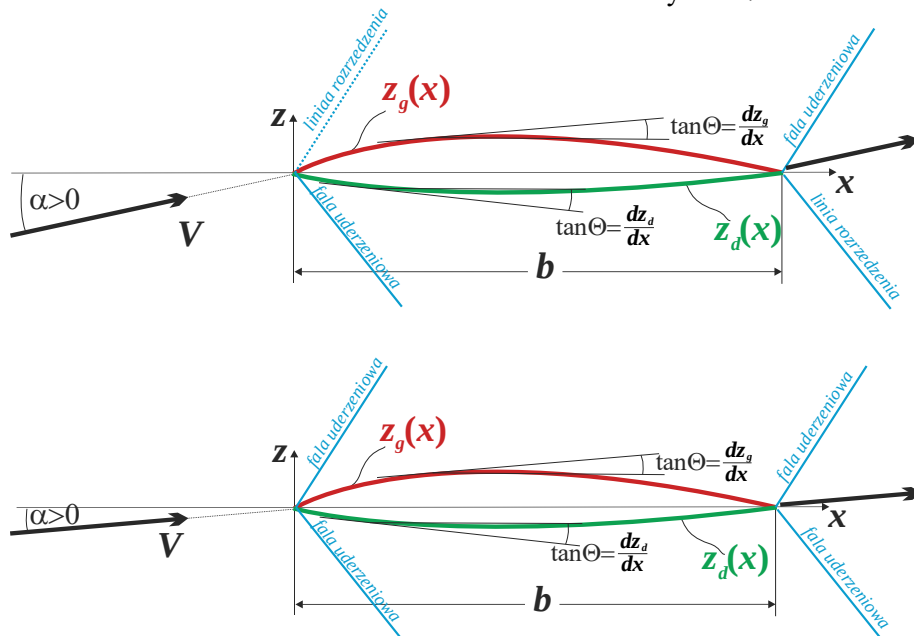
$$\begin{aligned} b &= \tanh^{-1}\left(\frac{0.0002}{C_{x_fal_max}} - 1\right) - a \cdot Ma_{kr} = \\ &= \tanh^{-1}\left(\frac{0.0002}{0.03} - 1\right) - 16.766 \cdot 0.86 = -17.269 \end{aligned} \quad (P2.6.5)$$

z (2.42):

$$\begin{aligned} C_{x_fal} &= \frac{C_{x_fal_max}}{2} [1 + \tanh(a \cdot Ma + b)] = \\ &= \frac{0.03}{2} [1 + \tanh(16.766 \cdot 0.96 - 17.269)] = 0.0026 \end{aligned} \quad (P2.6.6)$$

Wyniki uzyskane obiema metodami są podobne.

W zakresie naddźwiękowym przepływ jest w pełni naddźwiękowy. Na krawędzi natarcia i na krawędzi spływu, w zależności od kąta natarcia, powstają fale uderzeniowe lub linie rozrzedzenia. Pokazano to na rys. 2.17.



Rys. 2.17. Schemat opływu naddźwiękowego profilu lotniczego

Współczynnik oporu falowego (w kierunku zgodnym z prędkością przepływu niezaburzonego) jest równy:

$$C_{xa_fal} = (2c_1 + 3c_2H)\alpha^2 + (2c_1G + 3Ac_2)\alpha + c_1B + c_2A_3 \quad (2.47)$$

Oznaczono tu:

– współczynniki zależne od liczby Macha:

$$c_1 = \frac{2}{\sqrt{Ma^2 - 1}}, \quad c_2 = \frac{1.2Ma^4 - 2Ma^2 + 2}{(Ma^2 - 1)^2} \quad (2.48)$$

- współczynniki zależne od kształtu górnego i dolnego konturu profilu $z_g(x)$ i $z_d(x)$ ⁶:

$$A = \frac{1}{b} \int_0^b \left[\left(\frac{dz_d}{dx} \right)^2 - \left(\frac{dz_g}{dx} \right)^2 \right] dx = \int_0^1 \left[\left(\frac{d\bar{z}_d}{d\bar{x}} \right)^2 - \left(\frac{d\bar{z}_g}{d\bar{x}} \right)^2 \right] d\bar{x} \quad (2.49)$$

$$B = \frac{1}{b} \int_0^b \left[\left(\frac{dz_d}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dz_g}{dx} \right)^2 \right] dx = \int_0^1 \left[\left(\frac{d\bar{z}_d}{d\bar{x}} \right)^2 + \left(\frac{d\bar{z}_g}{d\bar{x}} \right)^2 \right] d\bar{x} \quad (2.50)$$

$$A_3 = \frac{1}{b} \int_0^b \left[\left(\frac{dz_d}{dx} \right)^3 + \left(\frac{dz_g}{dx} \right)^3 \right] dx = \int_0^1 \left[\left(\frac{d\bar{z}_d}{d\bar{x}} \right)^3 + \left(\frac{d\bar{z}_g}{d\bar{x}} \right)^3 \right] d\bar{x} \quad (2.51)$$

$$G = \frac{1}{b} \int_0^b \left[\frac{dz_d}{dx} - \frac{dz_g}{dx} \right] dx = \int_0^1 \left[\frac{d\bar{z}_d}{d\bar{x}} - \frac{d\bar{z}_g}{d\bar{x}} \right] d\bar{x} \quad (2.52)$$

$$H = \frac{1}{b} \int_0^b \left[\frac{dz_d}{dx} + \frac{dz_g}{dx} \right] dx = \int_0^1 \left[\frac{d\bar{z}_d}{d\bar{x}} + \frac{d\bar{z}_g}{d\bar{x}} \right] d\bar{x} \quad (2.53)$$

Jeżeli górny i dolny obrys profilu zbiegają się w jednym punkcie (najczęstszy przypadek), to całki G i H są równe zeru. Jednocześnie, występujący we wzorze (2.47) składnik $c_2 A_3$ jest mniejszy od pozostałych i najczęściej się go pomija. Uwzględniając to, współczynnik C_{xa_fal} można obliczać ze wzorów:

- jeżeli wyrazić go w zależności od kąta natarcia α :

$$C_{xa_fal} = 2c_1 \alpha^2 + 3Ac_2 \alpha + Bc_1 + c_2 A_3 \quad (2.54)$$

- jeżeli wyrazić go w zależności od współczynnika siły nośnej C_{za} :

$$C_{xa_fal} = \left(c_1 B + c_2 A_3 - \frac{c_2^2}{c_1} A^2 \right) + \frac{A c_2}{2 c_1} C_{za} + \frac{1}{2 c_1} C_{za}^2 \quad (2.55)$$

⁶ Zastosowano tu podstawienia: $\bar{x} = \frac{x}{b}$, $\bar{z}_g = \frac{z_g}{b}$, $\bar{z}_d = \frac{z_d}{b}$.

Widać, że C_{xa_fal} zależy od kwadratu współczynnika C_{za} .

Wprowadzając względną grubość $\bar{c}$ oraz względną strzałkę $\bar{f}$ profilu ze wzorów (2.54) i (2.55), otrzymuje się wyrażenia określające współczynnik C_{xa_fal} :

– jeżeli wyrazić go w zależności od kąta natarcia α :

$$C_{xa_fal} = k_1 c_1 \left(\bar{c}^2 + 4 \bar{f}^2 \right) + 2 c_1 \left(\alpha - \frac{3}{2} \alpha_0 \right)^2 \quad (2.56)$$

– jeżeli wyrazić go w zależności od współczynnika siły nośnej C_{za} :

$$C_{xa_fal} = c_1 \left[k_1 \left(\bar{c}^2 + 4 \bar{f}^2 \right) + \frac{1}{2} \alpha_0^2 \right] - \alpha_0 C_{za} + \frac{1}{2 c_1} C_{za}^2 \quad (2.57)$$

gdzie zastosowano oznaczenie:

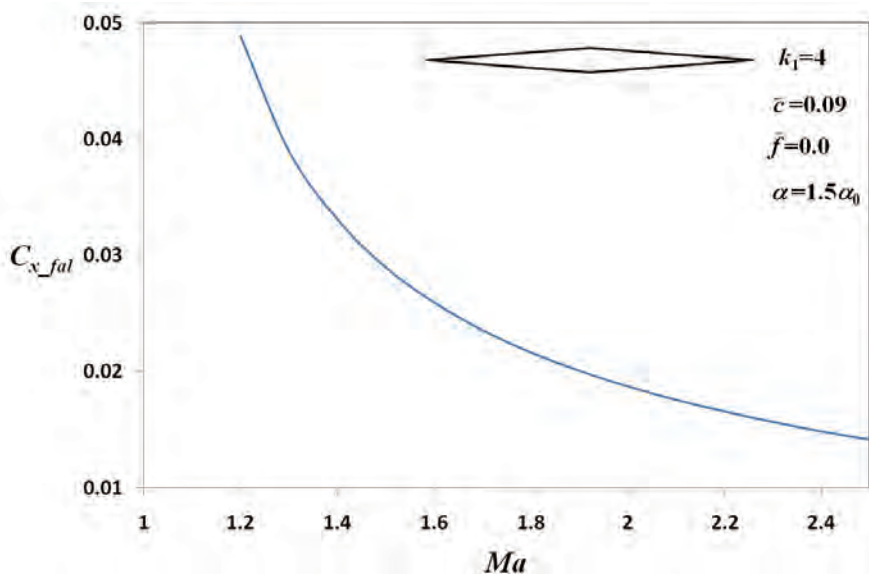
$$\alpha_0 = k_1 \bar{c} \bar{f} \frac{C_2}{c_1} \quad (2.58)$$

Wartość współczynnika k_1 dla wybranych profili podano w tab. 2.2. Na rys. 2.18 pokazano obliczony według wzoru (2.56) współczynnik oporu falowego dla profilu rombowego, który ma najmniejszy opór falowy.

Współczynnik oporu falowego może być też określany w oparciu o otrzymane doświadczalnie wykresy, które uwzględniają parametry geometryczne skrzydeł i liczbę Macha.

W zakresie naddźwiękowym współczynnik oporu profilu oblicza się, uwzględniając opór tarcia i opór falowy:

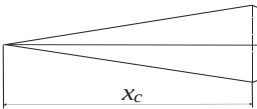
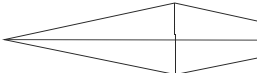
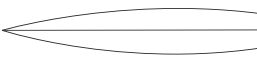
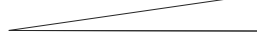
$$C_{xa_prof} = 2 C_f \eta_c \eta_{Ma} + C_{xa_fal} \quad (2.59)$$



Rys. 2.18. Współczynnik oporu falowego profilu rombowego

Tabela 2.2

Współczynniki do obliczeń aerodynamicznych dla profili

Profil		k_1	k_2	k_3
klinowy		$\frac{1}{\bar{x}_c(1-\bar{x}_c)}$	1	$\frac{2}{1-\bar{x}_c}$
rombowy		4	1	4
ukształtowany z dwóch sinusoid		$\frac{\pi^2}{2}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi^2}{2}$
ukształtowany z dwóch łuków okręgu		$\frac{16}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{16}{3}$
Ciołkowskiego		$\frac{9}{2}$	1	6

Przykład 2.7

Oblicz współczynnik oporu falowego profilu, którego dane podano w przykładzie 2.4, w zakresie naddźwiękowym dla $Ma = 2$. Obliczenia wykonaj dla $C_{za}=0$.

Przyjmij wartość kąta natarcia $\alpha = 1.5^\circ$.

Rozwiązanie:

Należy obliczyć pochodne $d\bar{z}_g / d\bar{x}$ i $d\bar{z}_d / d\bar{x}$ dotyczące górnej i dolnej powierzchni profilu. Na rys. P2.7.1 i P2.7.2 pokazano obliczone w oparciu o tabelę z przykładu 2.4 pochodne $d\bar{z}_g / d\bar{x}$ i $d\bar{z}_d / d\bar{x}$. Na ich podstawie otrzymuje się:

$$\int_0^1 \frac{d\bar{z}_d}{d\bar{x}} d\bar{x} = 0, \quad \int_0^1 \frac{d\bar{z}_g}{d\bar{x}} d\bar{x} = 0, \quad \int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_d}{d\bar{x}} \right)^2 d\bar{x} = 0.002, \quad \int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_g}{d\bar{x}} \right)^2 d\bar{x} = 0.0091$$

$$\int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_d}{d\bar{x}} \right)^3 d\bar{x} = 0.0031, \quad \int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_g}{d\bar{x}} \right)^3 d\bar{x} = 0.0008$$

– ze wzoru (2.49):

$$A = \int_0^1 \left[\left(\frac{d\bar{z}_d}{d\bar{x}} \right)^2 - \left(\frac{d\bar{z}_g}{d\bar{x}} \right)^2 \right] d\bar{x} = 0.002 - 0.0091 = -0.0071 \quad (\text{P2.7.1})$$

– ze wzoru (2.50):

$$B = \int_0^1 \left[\left(\frac{d\bar{z}_d}{d\bar{x}} \right)^2 + \left(\frac{d\bar{z}_g}{d\bar{x}} \right)^2 \right] d\bar{x} = 0.002 + 0.0091 = 0.0111 \quad (\text{P2.7.2})$$

– ze wzoru (2.51):

$$A_3 = \int_0^1 \left[\left(\frac{d\bar{z}_d}{d\bar{x}} \right)^3 + \left(\frac{d\bar{z}_g}{d\bar{x}} \right)^3 \right] d\bar{x} = 0.0031 + 0.0008 = 0.0039 \quad (\text{P2.7.3})$$

– ze wzorów (2.52) i (2.53): $G = 0, \quad H = 0$.

Dla $Ma = 2$ z (2.48) oblicza się:

$$c_1 = \frac{2}{\sqrt{Ma^2 - 1}} = \frac{2}{\sqrt{2^2 - 1}} = 1.1547 \quad (\text{P2.7.4})$$

$$c_2 = \frac{1.2Ma^4 - 2Ma^2 + 2}{(Ma^2 - 1)^2} = \frac{1.2 \cdot 2^4 - 2 \cdot 2^2 + 2}{(2^2 - 1)^2} = 1.4667 \quad (\text{P2.7.5})$$

– ze wzoru (2.55):

$$\begin{aligned} C_{xa_fal} &= \left(c_1 B + c_2 A_3 - \frac{c_2^2}{c_1} A^2 \right) + \frac{A c_2}{2 c_1} C_{za} + \frac{1}{2 c_1} C_{za}^2 = \\ &= \left(1.1547 \cdot 0.0111 + 1.4667 \cdot 0.0039 - \frac{1.4667^2}{1.1547} (-0.0071)^2 \right) + \\ &\quad + \frac{-0.0071 \cdot 1.4667}{2 \cdot 1.1547} \cdot 0 + \frac{1}{2 \cdot 1.1547} \cdot 0^2 = 1.8443 \cdot 10^{-2} \end{aligned} \quad (\text{P2.7.6})$$

Dla profilu określonego w przykładzie 2.4 podobną wartość uzyskuje się ze wzoru (2.56) dla $k_1 = 6.827$.

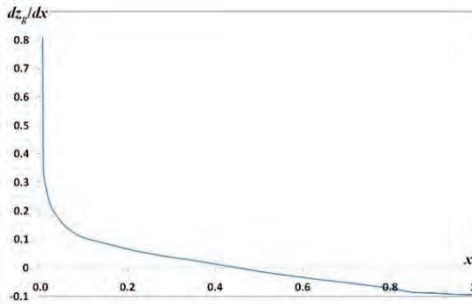
Ze wzoru (2.58) mamy:

$$\alpha_0 = k_1 \bar{c} \bar{f} \frac{c_2}{c_1} = 6.827 \cdot 0.04 \cdot 0.013 \frac{1.4667}{1.1547} = 4.509 \cdot 10^{-3} \quad (\text{P2.7.7})$$

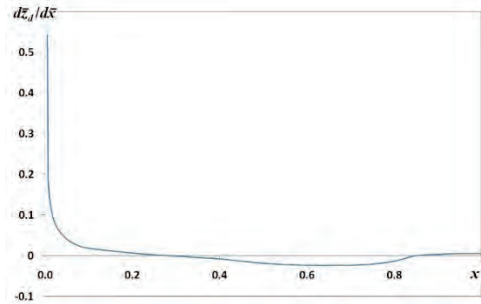
Ze wzoru (2.57) otrzymuje się:

$$\begin{aligned} C_{xa_fal} &= C_{xa_fal} = c_1 \left[k_1 (\bar{c}^2 + 4 \bar{f}^2) + \frac{1}{2} \alpha_0^2 \right] - \alpha_0 C_{za} + \frac{1}{2 c_1} C_{za}^2 = \\ &= 1.1547 \left[6.827 (0.04^2 + 4 \cdot 0.013^2) + \frac{1}{2} (4.509 \cdot 10^{-3})^2 \right] + \\ &\quad - \alpha_0 \cdot 0 + \frac{1}{2 \cdot 1.1547} 0^2 = 1.795 \cdot 10^{-2} \end{aligned} \quad (\text{P2.7.8})$$

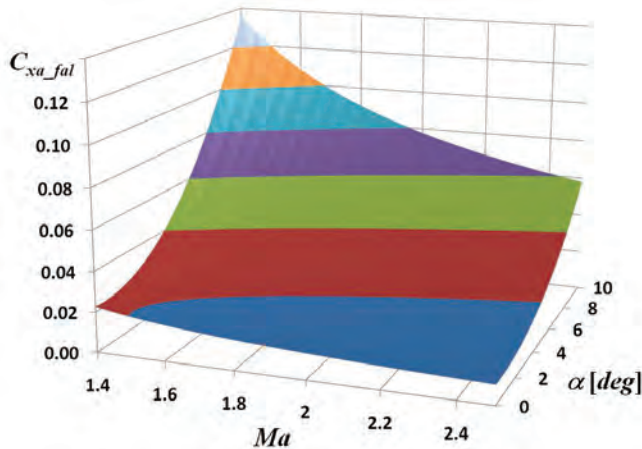
Na rys. P2.7.3 pokazano, jak zmienia się współczynnik C_{xa_fal} w zależności od kąta natarcia i liczby Macha.



Rys. P2.7.1. Pochodna $\frac{dz_g}{d\bar{x}}$



Rys. P2.7.2. Pochodna $\frac{dz_d}{d\bar{x}}$



Rys. P2.7.3. Współczynnik oporu falowego w zakresie naddźwiękowym

2.4. Współczynnik siły nośnej profilu

Podstawową relacją dotyczącą siły nośnej jest zależność współczynnika tej siły od kąta natarcia $C_{za}(\alpha)$. Dla kąta α_0 współczynnik jest równy zeru, tzn. $C_{za} = 0$. W dużym zakresie wartości kąta natarcia zależność $C_{za}(\alpha)$ jest liniowa, co pokazano na rys. 2.2. W pobliżu krytycznego kąta natarcia α_{kr} staje się ona nieliniowa. Dla α_{kr} wartość współczynnika siły nośnej osiąga maksimum C_{za_max} . Dla większych kątów natarcia następuje spadek wartości współczynnika C_{za} . Przyjmuje się, że w zakresie liniowym współczynnik siły nośnej profilu jest równy:

$$C_{za_prof} = C_{za_prof}^{\alpha} (\alpha - \alpha_0) \quad (2.60)$$

W zakresie poddźwiękowym, dla małych liczb Macha pochodna $C_{za_prof}^{\alpha}$ jest stała. Teoretyczną jej wartość można obliczyć z przybliżonej zależności uwzględniającej względną grubość profilu $\bar{c}$ oraz względną strzałkę profilu $\bar{f}$.

$$(C_{za_prof}^{\alpha})_{teoretyczne} = 2\pi(1 + 0.77\bar{c})\sqrt{1 + 0.25\bar{f}^2} \approx 2\pi(1 + 0.77\bar{c}) \quad (2.61)$$

Uwzględniono tu, że $(\bar{f}/2)^2 \ll 1$.

Ze wzoru (2.61) wynika, że wzrost grubości profilu zwiększa wartość pochodnej $C_{za_prof}^{\alpha}$.

Dla cienkich profili ($\bar{c} \ll 1$) oraz dla płaskiej płytki mamy:

$$(C_{za_prof}^{\alpha})_{teoretyczne} = 2\pi \quad (2.62)$$

Kąt natarcia odpowiadający zerowej sile nośnej zależy od krzywizny profilu. W oparciu o obliczenia teoretyczne otrzymuje się:

$$\alpha_{0_prof} = -2\bar{f} \quad (2.63)$$

Wzór (2.61) jest poprawny dla profili o grubości $\bar{c} < 0.1$. Dla rzeczywistych profili wartości $C_{za_prof}^{\alpha}$ oraz α_{0_prof} mogą różnić się od podanych powyżej. Można je znaleźć w opublikowanych katalogach zawierających wynik badań doświadczalnych dla różnych profili lotniczych. Zwykle, w zakresie nieściślimym, rzeczywiste wartości $C_{za_prof}^{\alpha}$ są mniejsze niż obliczone ze wzoru (2.62) i mieszczą się w przedziale 5÷6. Przyczyną jest wpływ warstwy przyściennej na rozkład ciśnień na profilu i tym samym na siłę nośną. Istotna jest tu liczba Reynoldsa. Rzeczywista wartość pochodnej może być obliczona ze wzoru:

$$C_{za_prof}^{\alpha} = 1.05 f_{C_{za}^{\alpha}} (C_{za_prof}^{\alpha})_{teoretyczna} \quad (2.64)$$

Pochodna $(C_{za_prof}^{\alpha})_{teoretyczna}$ wyliczana jest ze wzoru (2.61). Natomiast współczynnik korekcyjny $f_{C_{za}^{\alpha}}$ uwzględnia wpływ warstwy przyściennej na siłę nośną. Zależy on od liczby Reynoldsa oraz od kształtu krawędzi spływu. Wyznacza się go następująco:

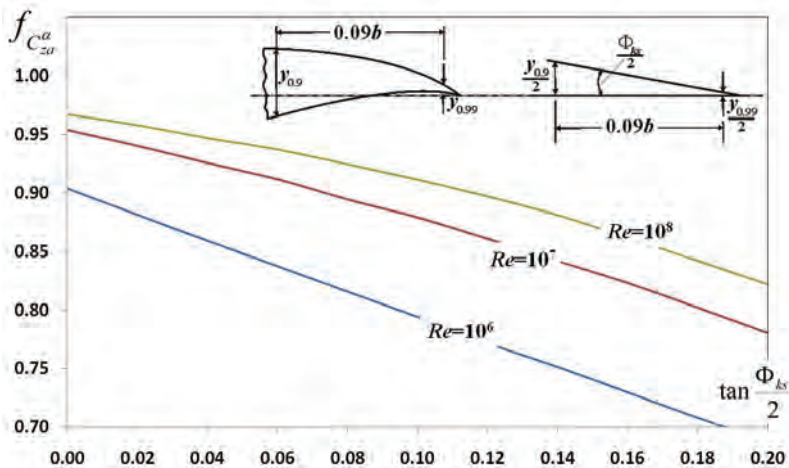
- określa się liczbę Reynoldsa;

- w oparciu o kształt profilu w rejonie krawędzi spływu określa się odległości punktów na górnym i dolnym obrysie profilu w odległości 0.9 cięciwy oraz 0.99 cięciwy – odpowiednio y_{90} i y_{99} ;
- oblicza się tangens kąta krawędzi spływu Φ_{ks} :

$$\tan \frac{\Phi_{ks}}{2} = \frac{0.5(y_{90} - y_{99})}{0.09b} \quad (2.65)$$

- z rys. 2.19 dla danej liczby Reynoldsa i obliczonej wartości $\tan \frac{\Phi_{ks}}{2}$ odczytuje się wartość współczynnika $f_{C_{za}^\alpha}$.

Jeżeli wykorzystywana w obliczeniach liczba Reynoldsa nie pokrywa się z liczbami, których dotyczą krzywe na rys. 2.19, należy przeprowadzić interpolację, biorąc do niej wartości logarytmu dziesiętnego rozpatrywanych liczb Reynoldsa.

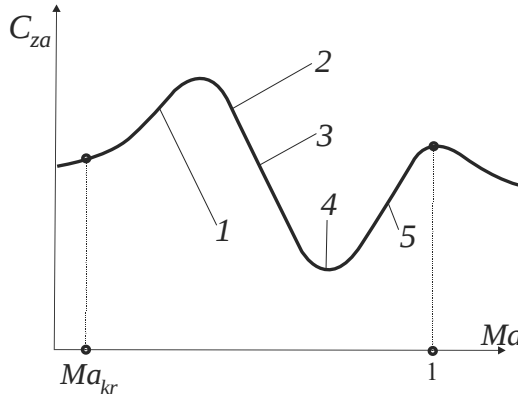


Rys. 2.19. Współczynnik korekcyjny $f_{C_{za}^\alpha}$

W zakresie poddźwiękowym, podkrytycznym, gdy konieczne jest uwzględnienie ściśliwości powietrza, pochodną $C_{za_prof}^\alpha$ można obliczyć, stosując zmodyfikowaną zależności Prandta-Glauerta:

$$C_{za_prof}^\alpha = \frac{C_{za_prof_Ma=0}^\alpha}{\sqrt{1-Ma^2}} \left(1 + 0.05 \frac{Ma^2}{Ma_{kr}^2} \right) \quad (2.66)$$

W zakresie transonicznym rozbudowujące się na górnej i dolnej powierzchni profilu fale uderzeniowe powodują, że wartość współczynnika siły nośnej się zmienia. Fale uderzeniowe nie pojawiają się jednocześnie na górnej i dolnej powierzchni. Z reguły, przy dodatnich kątach natarcia, pierwsza fala uderzeniowa powstaje na górnej powierzchni. Przy wzroście liczby Macha fale uderzeniowe przemieszczają się do tyłu, przy czym fala uderzeniowa na dolnej powierzchni przemieszcza się szybciej. Powoduje to zmianę współczynnika siły nośnej, tak jak pokazano na rys. 2.20. Zaznaczone kolejnymi liczbami punkty odnoszą się do układu fal uderzeniowych pokazanych na rys. 2.14. Widać, że pochodna $C_{za_prof}^\alpha$ ma w tym zakresie zmienną wartość.



Rys. 2.20. Zmiana współczynnika siły nośnej w zakresie transonicznym

W zakresie naddźwiękowym fale uderzeniowe powstają już na krawędzi natarcia profilu. Bez względu na kształt profilu współczynnik $C_{za_prof}^\alpha$ można obliczyć z zależności:

$$C_{za_prof}^\alpha = 2(c_1 + c_2 H) = \frac{4}{\sqrt{Ma^2 - 1}} + \frac{2.4Ma^4 - 4Ma^2 + 4}{(Ma^2 - 1)^2} H \quad (2.67)$$

H określone jest wzorem (2.53).

Kąt zerowej siły nośnej zależy od kształtu profilu. Może on być obliczony z wykorzystaniem wielkości A i G zdefiniowanych wzorami (2.49) i (2.52):

$$\alpha_{0_prof} = -\frac{1}{2} \frac{c_2 A}{c_1 + c_2 H} \quad (2.68)$$

Dla przypadku $H = 0$ mamy:

$$\alpha_{0_prof} = -\frac{1}{2} \frac{c_2}{c_1} A \quad (2.69)$$

Wprowadzając, tak jak przy obliczaniu oporu falowego, względną grubość $\bar{c}$ oraz względną strzałkę $\bar{f}$ kąt ten wyrażony jest wzorem (2.58).

Przykład 2.8

Oblicz pochodną $C_{za_prof}^\alpha$ profilu, którego dane podano w przykładzie 2.4. Przyjmij cięciwę profilu $b = 3.44$ m.

Rozwiązanie:

Zakres poddźwiękowy

W zakresie poddźwiękowym obliczenia wykonano dla prędkość lotu $V = 75$ m/s (270 km/h).

Zgodnie z przykładem 2.4 dla profilu *NACA 64-204* mamy $\bar{c} = 0.04$, $\bar{f} = 0.013$. Na podstawie (2.61):

$$\begin{aligned} (C_{za_prof}^\alpha)_{teoretyczne} &= 2\pi(1 + 0.77\bar{c})\sqrt{1 + 0.25\bar{f}^2} = \\ &= 2\pi(1 + 0.77 \cdot 0.04)\sqrt{1 + 0.25 \cdot 0.013^2} = 6.477 \end{aligned} \quad (P2.8.1)$$

- Obliczenie kąta krawędzi spływu - na podstawie danych profilu:

$$\tan \frac{\Phi_{ks}}{2} \approx \tan \frac{0.931 - 0.0517}{10} = 0.08816 \quad (P2.8.2)$$

- Obliczenie liczby Reynoldsa:

$$Re = \frac{Vb}{\nu} = \frac{75 \cdot 3.44}{14.16 \cdot 10^{-6}} = 1.822 \cdot 10^7 \quad (P2.8.3)$$

- Obliczenie współczynnika korekcyjnego $f_{C_{za}^\alpha}$:

Na podstawie rys. 2.19 dla $\tan \frac{\Phi_{ks}}{2} = 0.08816$ mamy:

$$- \text{ dla } Re = 10^7 \quad f_{C_{za}^\alpha} = 0.888$$

– dla $Re = 10^8$ $f_{C_{za}^\alpha} = 0.919$

Interpolacja dla $Re = 1.882 \cdot 10^7$:

$$f_{C_{za}^\alpha} = 0.888 + \frac{0.919 - 0.888}{8 - 7} (\log_{10}(1.882 \cdot 10^7) - 7) = 0.896 \quad (P2.8.4)$$

- Obliczenie pochodnej $C_{za_prof}^\alpha$ dla $Ma = 0$ ze wzoru (2.64):

$$C_{za_prof_Ma=0}^\alpha = 1.05 f_{C_{za}^\alpha} (C_{za_prof}^\alpha)_{teoretyczna} = 1.05 \cdot 0.896 \cdot 6.477 = 6.093 \quad (P2.8.5)$$

- Obliczenie liczby Macha:

$$Ma = \frac{V}{a} = \frac{75}{340.3} = 0.22 \quad (P2.8.6)$$

- Obliczenie pochodnej $C_{za_prof}^\alpha$ dla $Ma = 0.22$ ze wzoru (2.66):

$$\begin{aligned} C_{za_prof}^\alpha &= \frac{C_{za_prof_Ma=0}^\alpha}{\sqrt{1 - Ma^2}} \left(1 + 0.05 \frac{Ma^2}{Ma_{kr}^2} \right) = \\ &= \frac{6.093}{\sqrt{1 - 0.22^2}} \left(1 + 0.05 \frac{0.22^2}{0.86^2} \right) = 6.266 \end{aligned} \quad (P2.8.7)$$

Wartość $Ma_{kr_prof} = 0.86$ wzięto z przykładu 2.2.

Zakres naddźwiękowy

Ponieważ górny i dolny obrys profilu łączą się na krawędzi spływu, to $H = 0$. Zatem, zgodnie ze wzorem (2.67) teoretyczna wartość pochodnej $C_{za_prof}^\alpha$ jest równa:

$$C_{za_prof}^\alpha = \frac{4}{\sqrt{Ma^2 - 1}} \quad (P2.8.8)$$

Przykład 2.9

Oblicz kąt zerowej siły nośnej profilu, którego dane podano w przykładzie 2.4.
Rozwiązanie:

Zakres poddźwiękowy

Zgodnie z przykładem 2.4 strzałka profilu *NACA 64-204* jest równa $\bar{f} = 0.013$. Na podstawie (2.63) kąt zerowej siły nośnej tego profilu w zakresie poddźwiękowym jest równy:

$$\alpha_{0_prof} = -2\bar{f} = -2 \cdot 0.013 = -0.026 \text{ rad} \quad (-1.15^\circ) \quad (\text{P.2.9.1})$$

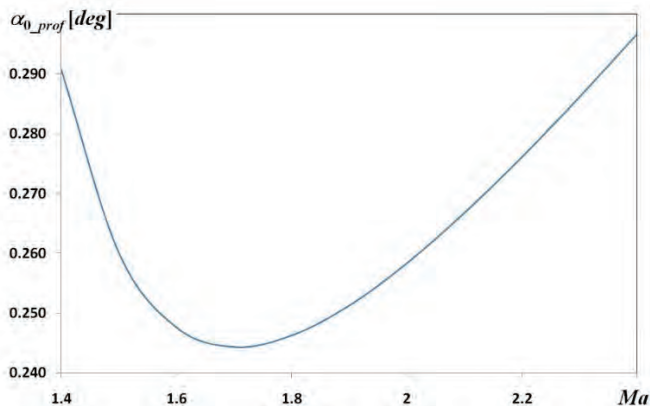
Zakres naddźwiękowy

W przykładzie 2.7 obliczono wartość $A = -0.0071$. Uwzględniając ją oraz wzory (2.48) i (2.69) otrzymuje się:

$$\begin{aligned} \alpha_{0_prof} &= -\frac{1}{2} \frac{c_2}{c_1} A = -\frac{1}{2} \frac{\frac{1.2Ma^4 - 2Ma^2 + 2}{(Ma^2 - 1)^2}}{\frac{2}{\sqrt{Ma^2 - 1}}} \cdot (-0.0071) = \\ &= \frac{1.775 \cdot 10^{-3}}{(Ma^2 - 1)^{1.5}} (1.2Ma^4 - 2Ma^2 + 2) \end{aligned} \quad (\text{P.2.9.2})$$

Dla profilu określonego w przykładzie 2.4 podobną wartość uzyskuje się ze wzoru (2.58) dla $k_1 = 8$.

Na rys. P.2.9.1 pokazano wpływ liczby Macha na kąt natarcia α_{0_prof} .



Rys. P.2.9.1. Kąt zerowej siły nośnej profilu w zakresie naddźwiękowym

2.5. Moment pochylający profilu

2.5.1. Środek parcia profilu

Powstające na górnej i dolnej powierzchni rozkłady ciśnień powodują, że pojawia się moment pochylający. Aby go określić, należy wskazać punkt, względem którego ten moment działa. Jeżeli punktem tym jest krawędź natarcia (punkt N na rys. 2.1), to można na cięciwie profilu znaleźć taki punkt, że jeżeli przyłożyć w nim wypadkową siłę aerodynamiczną działającą na profil, to da ona względem krawędzi natarcia moment pochylający odpowiadający rzeczywistości. Punkt ten nazywany jest **środkiem parcia**. Ponieważ rozkład ciśnień zmienia się ze zmianą kąta natarcia, to położenie środka parcia nie jest stałe – ulega zmianie wraz ze zmianą tego kąta.

Moment względem noska jest równy:

$$M_N = C_{m_prof_N} \frac{\rho_H V^2}{2} b d S = -d P_z \cdot x_{sp_prof} \quad (2.70)$$

Stąd współczynnik momentu określony jest następująco:

$$C_{m_prof_N} = -C_{z_prof} \cdot \bar{x}_{sp} \approx -C_{za_prof} \cdot \bar{x}_{sp_prof} \quad (2.71)$$

Wprowadzono tu względne położenie środka parcia profilu⁷:

$$\bar{x}_{sp_prof} = \frac{x_{sp_prof}}{b} \quad (2.72)$$

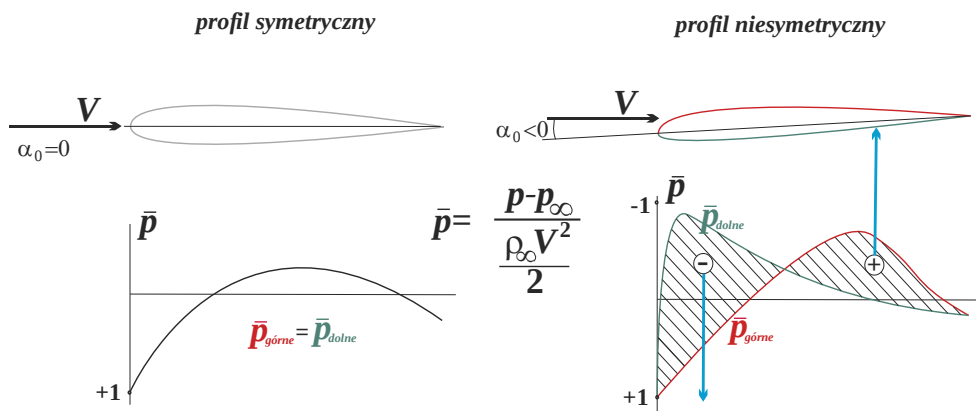
W zakresie kątów natarcia, dla których zależność $C_{za} = f(\alpha)$ jest liniowa, prawdziwa jest relacja:

$$C_{m_prof_N} = C_{m0_prof} + C_{m_prof}^{C_{za}} C_{za_prof} \quad (2.73)$$

Dla okołokrytycznych kątów natarcia, gdy dochodzi do zjawiska oderwania strumienia, zależność pomiędzy $C_{m_prof_N}$ i C_{za_prof} staje się nieliniowa. Można ją ustalić w oparciu o badania doświadczalne. Wykorzystując wyniki tych badań, należy szczególną uwagę zwrócić na zgodność rzeczywistej liczby Reynoldsa z liczbą dotyczącą badań. Wartość C_{m0_prof} zależy od kształtu profilu. Dla profili symetrycznych

⁷ Współrzędne x_{sp_prof} są dodatnie, tak jak pokazano na rys. 2.1.

jest ona równa zero, a dla profili niesymetrycznych niezerowa. Wyjaśnić to można z wykorzystaniem rys. 2.21. Pokazano tam, jak zmienia się rozkład względnego podciśnienia/nadciśnienia wzdłuż cięciwy na górnej i dolnej powierzchni profilu symetrycznego i niesymetrycznego. Rysunek dotyczy kąta natarcia α_0 , dla którego siła nośna jest równa zero. W przypadku profilu symetrycznego kąt ten jest równy zero. Rozkład ciśnień na górnej i dolnej powierzchni profilu jest identyczny. Natomiast dla profilu niesymetrycznego kąt α_0 jest różny od zera (z reguły ujemny). Podczas opływu rozkład ciśnień na górnej i dolnej powierzchni jest inny. Zaznaczone na rysunku siły są sobie równe co do wartości. Ponieważ mają przeciwny zwrot, ich suma jest równa zero. Jednak są one przyłożone w innych punktach. Zatem na profil niesymetryczny działa para sił powodująca powstanie momentu, który daje niezerowy współczynnik C_{m0_prof} .



Rys. 2.21. Powstawanie momentu pochylającego przy zerowej sile nośnej

Porównując zależności (2.71) i (2.73), można stwierdzić, że położenie środka parcia jest określone następująco:

$$\bar{x}_{sp_prof} = -\frac{C_{m0_prof}}{C_{za_prof}} - C_{m_prof}^{C_{za}} \quad (2.74)$$

Drugi składnik po prawej stronie jest stały. Natomiast jeżeli wartość współczynnika C_{m0_prof} jest różna od zera, to położenie środka aerodynamicznego zależy od wartości współczynnika siły nośnej C_{za_prof} . Dla $C_{m0_prof} < 0$, jeżeli $C_{za_prof} \rightarrow 0$, to środek parcia profilu będzie przemieszczał się wzdłuż cięciwy w prawo, tzn. $\bar{x}_{sp_prof} \rightarrow \infty$.

2.5.2. Ognisko aerodynamiczne profilu

Najczęściej konieczne jest określenie momentu pochylającego względem punktu innego niż krawędź natarcia. Zazwyczaj jest to środek masy samolotu. Z rys. 2.1 wynika, że moment pochylający względem punktu T jest równy:

$$M_T = C_{m_prof_T} \frac{\rho_H V^2}{2} b d S = -dP_z \cdot (x_{sp} - x_T) - dP_x z_T \quad (2.75)$$

Daje to współczynnik momentu:

$$C_{m_prof_T} = -C_{z_prof} \cdot (\bar{x}_{sp_prof} - \bar{x}_T) - C_{x_prof} \bar{z}_T \quad (2.76)$$

Wprowadzono tu wielkości określające względne położenie punktu T ⁸:

$$\bar{x}_T = \frac{x_T}{b}, \quad \bar{z}_T = \frac{z_T}{b} \quad (2.77)$$

Dalsze przekształcenia, z wykorzystaniem (2.71), (2.9) i (2.73), dają:

$$\begin{aligned} C_{m_prof_T} &= -C_{z_prof} \cdot (\bar{x}_{sp_prof} - \bar{x}_T) - C_{x_prof} \bar{z}_T = \\ &= -C_{m_prof_N} + C_{za_prof} \cdot \bar{x}_T - C_{x_prof} \bar{z}_T = \\ &= C_{m0_prof} + (\bar{x}_T + C_{m_prof}^{C_{za}}) \cdot C_{za_prof} - C_{x_prof} \bar{z}_T \end{aligned} \quad (2.78)$$

Obliczając ze wzoru (2.8) wartość C_{x_prof} i podstawiając ją do powyższej zależności otrzymuje się:

$$C_{m_prof_T} = C_{m0_prof} + (\bar{x}_T - \bar{x}_{F_prof} + \bar{z}_T \alpha) \cdot C_{za_prof} - C_{xa_prof} \bar{z}_T \quad (2.79)$$

Wprowadzono tu oznaczenie:

$$\bar{x}_{F_prof} = -C_{m_prof}^{C_{za}} \quad (2.80)$$

Wzór (2.79) dotyczy momentu względem punktu leżącego poza cięciwą. Jeżeli natomiast punkt T leży na cięciwie, to mamy:

⁸ Współrzędne x_T i z_T są dodatnie, tak jak pokazano na rys. 2.1.

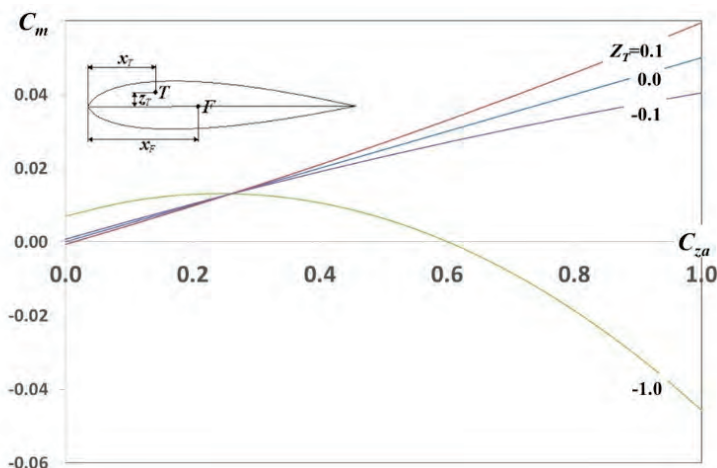
$$C_{m_prof_T} = C_{m0_prof} + (\bar{x}_T - \bar{x}_{F_prof}) C_{za_prof} \quad (2.81)$$

Widać, że dla punktu o współrzędnej $\bar{x}_T = \bar{x}_{F_prof}$ współczynnik momentu pochylającego nie zależy od wartości współczynnika siły nośnej C_{za_prof} . Punkt ten nazywamy **ogniskiem aerodynamicznym profilu**. Zatem moment pochylający względem ogniska profilu jest stały.

Współczynnik momentu pochylającego względem krawędzi natarcia jest równy:

$$C_{m_prof_N} = C_{m0_prof} - \bar{x}_{F_prof} C_{za_prof} \quad (2.82)$$

Ze wzoru (2.81) wynika, że jeżeli punkt T , względem którego określany jest moment pochylający, leży na cięciwie profilu, to zależność współczynnika momentu od współczynnika siły nośnej jest liniowa. Relacja ta zostaje zaburzona, jeżeli punkt T leży powyżej lub poniżej cięciwy. Przykładową zależność $C_{m_prof} = f(C_{za_prof})$ pokazano na rys. 2.22 dla kilku wartości współrzędnej $\bar{z}_T$. Ponieważ wartość $\bar{z}_T$ rzadko przekracza ± 0.1 , to z rysunku wynika, że w takim przypadku do wartości $C_{za} \approx 1.0$ można stosować prostszą zależność (2.82).



Rys. 2.22. Wpływ pionowego położenia punktu T na krzywą $C_m = f(C_{za})$

Jeżeli we wzorze (2.74) wykorzystać oznaczenie (2.80), to można otrzymać związek pomiędzy położeniem środka parcia i ogniska aerodynamicznego:

$$\bar{x}_{sp_prof} = -\frac{C_{m0_prof}}{C_{za_prof}} + \bar{x}_{F_prof} \quad (2.83)$$

Widać stąd, że ognisko aerodynamiczne i środek parcia pokrywają się, jeżeli $C_{m0_prof} = 0$. Ma to miejsce dla profili symetrycznych.

2.5.3. Współczynnik momentu pochylającego profilu

Wzór (2.81) pokazuje, że do określenia momentu pochylającego względem dowolnego punktu na cięciwie konieczna jest znajomość współczynnika momentu przy zerowej sile nośnej C_{m0_prof} i położenia ogniska $\bar{x}_{F_prof}$. Ich wartości zależą od prędkości (liczby Macha), z którą powietrze opływa profil.

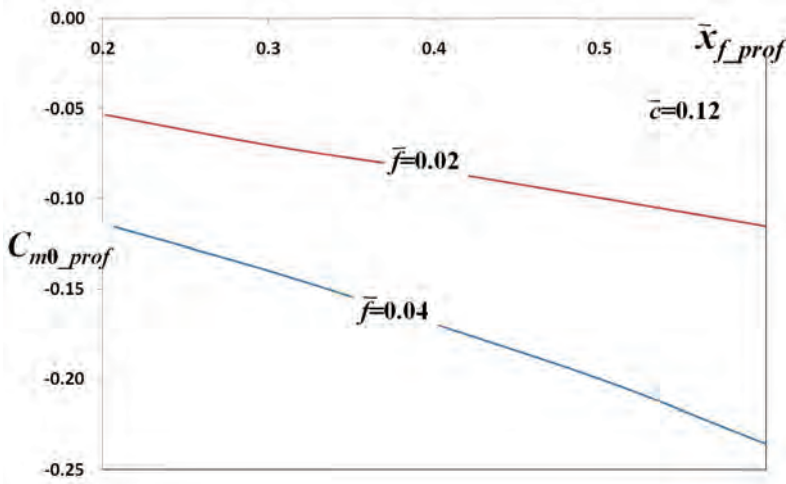
W zakresie poddźwiękowym, nieściśliwym wartość C_{m0_prof} zależy od względnej strzałki $\bar{f}$ profilu, zaś $\bar{x}_{F_prof}$ jest stałe. Orientacyjnie można przyjąć, że:

$$C_{m0_prof} = -\pi \bar{f} = -3.1416 \bar{f} \quad (2.84)$$

$$\bar{x}_{F_prof} = \frac{1}{4} \quad (2.85)$$

Zatem krzywizna profilu nie wpływa na $\bar{x}_{F_prof}$, natomiast wpływa na C_{m0_prof} . Im większa jest względna strzałka profilu, tym większa jest bezwzględna wartość C_{m0_prof} . Na C_{m0_prof} wpływa też położenie strzałki $\bar{x}_{f_prof}$. Im większa jest wartość $\bar{x}_{f_prof}$, tym większa jest bezwzględna wartość C_{m0_prof} . Pokazano to na rys. 2.23. Współczynnik C_{m0_prof} i położenie ogniska $\bar{x}_{F_prof}$ nie zmieniają się ze zmianą grubości profilu.

Dla rzeczywistych profili położenie ogniska może nieco różnić się od podanej wartości. Na przykład dla profili symetrycznych o grubości $\bar{c} = 0.04$ wartość $\bar{x}_{F_prof}$ mieści się w przedziale $0.22 \div 0.25$.



Rys. 2.23. Wpływ położenia strzałki profilu na współczynnik C_{m0_prof}

W zakresie poddźwiękowym, podkrytycznym, gdy ujawnia się wpływ ściśliwości powietrza, zmienia się wartość współczynnika C_{m0_prof} . Natomiast ognisko pozostaje niezmiennie:

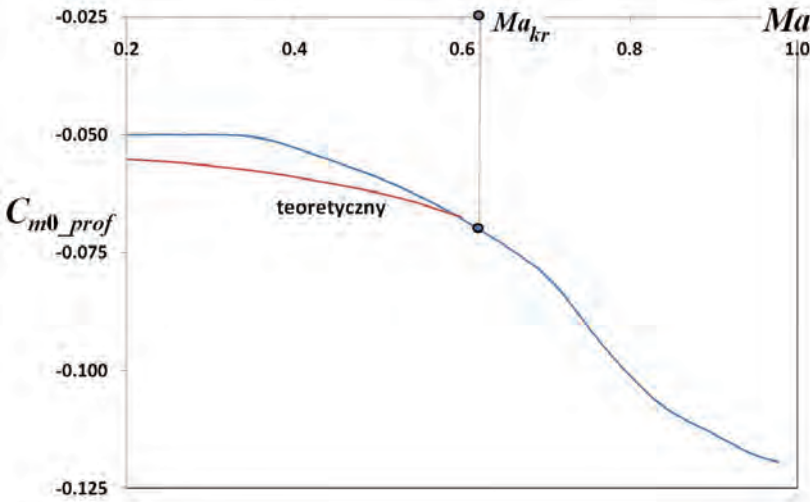
$$C_{m0_prof} = \frac{C_{m0_prof_Ma=0}}{\sqrt{1-Ma^2}} \left(1 + 0.05 \frac{Ma^2}{Ma_{kr}^2} \right)^2 \quad (2.86)$$

$$\bar{X}_{F_prof} = \bar{X}_{F_prof_Ma=0} \quad (2.87)$$

Współczynnik momentu pochylającego należy obliczać ze wzoru analogicznego do (2.82), biorąc do obliczeń powyższe wartości oraz wartość współczynnika siły nośnej C_{za_prof} uwzględniającą wpływ liczby Macha (wzór (2.66)).

W zakresie transonicznym na górnej i dolnej powierzchni profilu pojawiają się fale uderzeniowe. Ponieważ dla profili niesymetrycznych kąt natarcia α_0 odpowiadający zerowej sile nośnej jest zwykle ujemny, to przy tym kącie natarcia fala uderzeniowa pojawia się wcześniej na dolnej powierzchni profilu. Jest ona też położona bliżej krawędzi natarcia niż fala uderzeniowa powstająca na górnej powierzchni profilu. Rozkład ciśnień przed i za falami uderzeniowymi powoduje powstanie momentu pochylającego (krawędź natarcia do dołu). Z tego powodu rośnie zarówno bezwzględna wartość współczynnika C_{m0_prof} , jak i $\bar{X}_{F_prof}$. Ognisko przemieszcza się w kierunku krawędzi spływu, osiągając w zakresie naddźwiękowym

położenie bliskie $\frac{1}{2}$ cięciwy profilu. Niekiedy przy wzroście liczby Macha obserwuje się początkowo przemieszczane ogniska do przodu, a przy dalszym wzroście Ma do tyłu. Na rys. 2.24 pokazano przykładowe zmiany współczynnika C_{m0_prof} .



Rys. 2.24. Wpływ liczby Macha na współczynnik C_{m0_prof} w zakresie transonicznym

W zakresie naddźwiękowym współczynnik momentu pochylającego można obliczyć ze wzorów:

- jeżeli wyrazić go w zależności od kąta natarcia α :

$$C_{m_prof} = -(c_1 + Dc_2)\alpha - (Ec_1 + Fc_2) \quad (2.88)$$

- jeżeli wyrazić go w zależności od współczynnika siły nośnej C_{za} :

$$C_{m_prof} = -\frac{1}{2}\left(1 + \frac{c_2}{c_1}D\right) \cdot C_{za} + \left[\frac{1}{2}\left(1 + \frac{c_2}{c_1}D\right)c_2A - (Ec_1 + Fc_2)\right] \quad (2.89)$$

Współczynniki c_1 i c_2 określają wzory (2.48). Natomiast wielkości D , E , F zależą od kształtu konturu profilu i są odpowiednio równe:

$$D = \frac{2}{b^2} \int_0^b \left(\frac{dz_d}{dx} + \frac{dz_g}{dx} \right) x dx = 2 \int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_d}{d\bar{x}} + \frac{d\bar{z}_g}{d\bar{x}} \right) \bar{x} d\bar{x}, \quad (2.90)$$

$$E = \frac{1}{b^2} \int_0^b \left(\frac{dz_d}{dx} - \frac{dz_g}{dx} \right) x dx = \int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_d}{d\bar{x}} - \frac{d\bar{z}_g}{d\bar{x}} \right) \bar{x} d\bar{x}, \quad (2.91)$$

$$F = \frac{1}{b^2} \int_0^b \left[\left(\frac{dz_d}{dx} \right)^2 - \left(\frac{dz_g}{dx} \right)^2 \right] x dx = \int_0^1 \left[\left(\frac{d\bar{z}_d}{d\bar{x}} \right)^2 - \left(\frac{d\bar{z}_g}{d\bar{x}} \right)^2 \right] \bar{x} d\bar{x} \quad (2.92)$$

Ze wzoru (2.89) wynika, że współczynnik C_{m0_prof} oraz położenie ogniska $\bar{x}_{F_prof}$ są równe:

$$C_{m0_prof} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{c_2}{c_1} D \right) c_2 A - (E c_1 + F c_2) \quad (2.93)$$

$$\bar{x}_{F_prof} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{c_2}{c_1} D \right) \quad (2.94)$$

Wprowadzając względną grubość $\bar{c}$ oraz względną strzałkę $\bar{f}$ profilu, można te dwa parametry przedstawić następująco:

$$C_{m0_prof} = \left[c_2 (k_3 - 2k_1 \bar{x}_{F_prof}) \bar{c} - k_2 c_1 \right] \bar{f} \quad (2.95)$$

$$\bar{x}_{f_prof} = \frac{1}{2} \left(1 - k_2 \bar{c} \frac{c_2}{c_1} \right) \quad (2.96)$$

Współczynniki k_1 , k_2 , k_3 zależą od kształtu profilu. Przykładowe ich wartości podano w tab. 2.2.

Dla profili symetrycznych, ze względu na symetrię fal uderzeniowych na górnej i dolnej powierzchni podczas opływu pod zerowym kątem natarcia, współczynnik C_{m0_prof} jest równy zero:

$$C_{m0_prof} = 0 \quad (2.97)$$

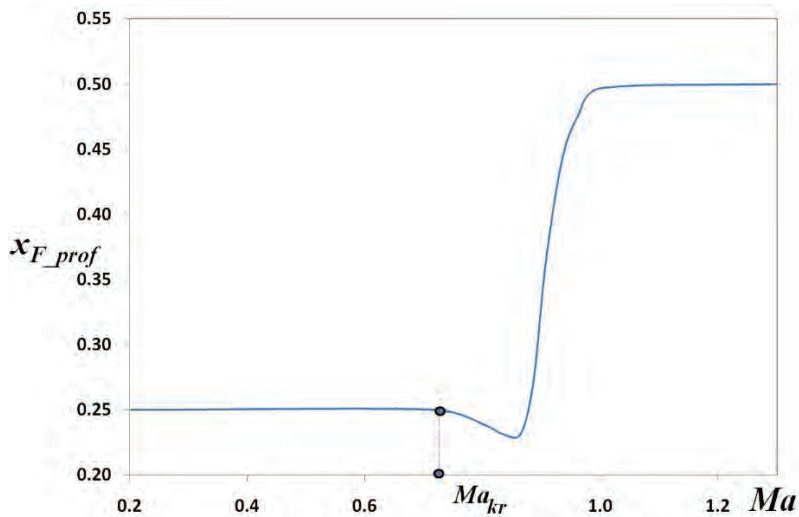
Dla profilu trójkątnego ma on wartość:

$$C_{m0_prof} = -\bar{c} \frac{\bar{x}_c}{1 - \bar{x}_c} \quad (2.98)$$

Natomiast ognisko aerodynamiczne takiego profilu znajduje się w połowie cięciwy:

$$\bar{x}_{F_prof} = \frac{1}{2} \quad (2.99)$$

Na rys. 2.25 pokazano przykładową zmianę położenia ogniska aerodynamicznego.



Rys. 2.25. Wpływ liczby Macha na położenie ogniska profilu $\bar{x}_{F_prof_Ma}$

Przykład 2.10

Oblicz współczynnik momentu pochylającego C_{m0_prof} oraz położenie ogniska profilu NACA 64A-204, którego geometrię zdefiniowano w przykładzie 2.4. Przyjmij $Ma = 2$.

Rozwiązanie:

Obliczenia wykonuje się w oparciu o wzory (2.93) i (2.94). Na rys. P2.7.1 i P2.7.2 pokazano przebieg pochodnych $d\bar{z}_g / d\bar{x}$ i $d\bar{z}_d / d\bar{x}$ dotyczących górnej i dolnej powierzchni profilu. Na ich podstawie otrzymuje się:

$$\int_0^1 \frac{d\bar{z}_d}{d\bar{x}} \bar{x} d\bar{x} = -0.0041, \quad \int_0^1 \frac{d\bar{z}_g}{d\bar{x}} \bar{x} d\bar{x} = -0.0229, \quad \int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_d}{d\bar{x}} \right)^2 \bar{x} d\bar{x} = 0.0001,$$

$$\int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_g}{d\bar{x}} \right)^2 \bar{x} d\bar{x} = 0.0024$$

W przykładzie 2.7 obliczono $A = -0.0071$, $c_1 = 1.1547$, $c_2 = 1.4667$. Dalej oblicza się:

– ze wzoru (2.90):

$$D = 2 \int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_d}{d\bar{x}} + \frac{d\bar{z}_g}{d\bar{x}} \right) \bar{x} d\bar{x} = 2(-0.0041 - 0.0229) = -0.054 \quad (\text{P2.10.1})$$

– ze wzoru (2.91):

$$E = \int_0^1 \left(\frac{d\bar{z}_d}{d\bar{x}} - \frac{d\bar{z}_g}{d\bar{x}} \right) \bar{x} d\bar{x} = -0.0041 - (-0.0229) = 0.0188 \quad (\text{P2.10.2})$$

– ze wzoru (2.92):

$$F = \int_0^1 \left[\left(\frac{d\bar{z}_d}{d\bar{x}} \right)^2 - \left(\frac{d\bar{z}_g}{d\bar{x}} \right)^2 \right] \bar{x} d\bar{x} = 0.0001 - 0.0024 = -0.0023 \quad (\text{P2.10.3})$$

– ze wzoru (2.93):

$$\begin{aligned} C_{m0_prof} &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{c_2}{c_1} D \right) c_2 A - (E c_1 + F c_2) = \\ &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1.4667}{1.1547} (-0.054) \right) 1.4667 \cdot (-0.0071) - (0.0188 \cdot 1.1547 + \\ &\quad + (-0.0023) \cdot 1.4667) = -2.318 \cdot 10^{-2} \end{aligned} \quad (\text{P2.10.4})$$

Położenie ogniska aerodynamicznego oblicza się ze wzoru (2.94):

$$\bar{x}_{F_prof} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{c_2}{c_1} D \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1.4667}{1.1547} (-0.054) \right) = 0.466 \quad (\text{P2.10.5})$$

2.6. Wpływ mechanizacji płata na współczynnik siły nośnej

W niektórych fazach lotu konieczne jest zwiększenie siły nośnej, a w określonych przypadkach również siły oporu. Realizowane jest to poprzez tzw. mechanizację skrzydła⁹. Polega ona na zmianie kształtu fragmentu powierzchni nośnych. Dzięki temu zmienia się kształt opływającego profilu lotniczego. Zmiana może dotyczyć zarówno nosowej części profilu, jak i części końcowej. Elementami mechanizacji skrzydła są:

Sloty (*slots*) – umieszczone są wzdłuż krawędzi natarcia. Dzięki nim podczas lotu na dużych kątach natarcia oderwanie strug powietrza od górnej powierzchni profilu jest opóźnione dzięki zdmuchiwanie warstwy przyściennej. Pozwala to na generowanie większej siły nośnej niż w przypadku braku slotów. Sloty mogą być stałe lub ruchome.

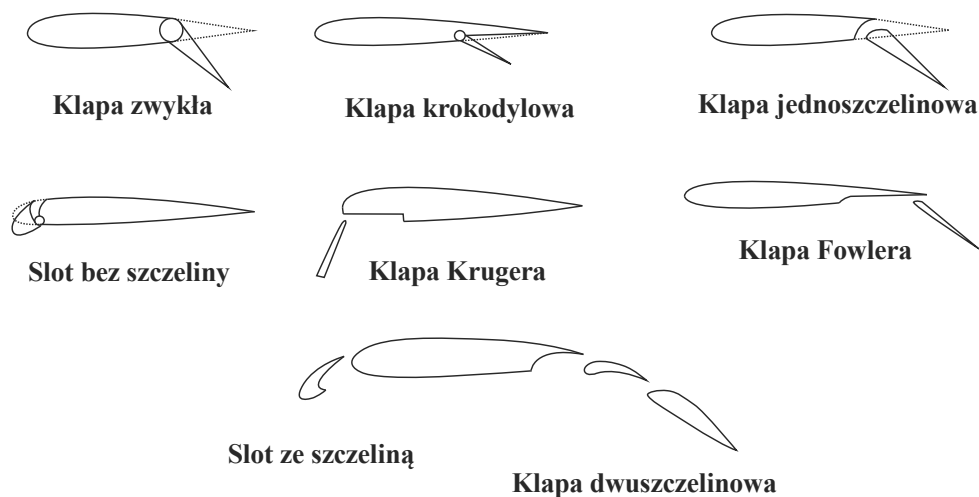
Kłapy Kruegera (*Krueger flaps*) – umieszczane wzdłuż krawędzi natarcia pod spodem skrzydła. Ich wysunięcie do przodu poprzez obrót wokół zawiasów zmienia lokalną krzywiznę profilu, zwiększając wartość maksymalną współczynnika siły nośnej. Górna powierzchnia skrzydła się nie zmienia.

Kłapy zwykłe (*plain flaps*) – rozmieszczone są wzdłuż krawędzi spływu. Kłapa przymocowana jest do głównego segmentu skrzydła za pomocą zawiasów umożliwiających obrót w dół i w górę. Zmienia to strzałkę ugięcia profilu. Wychylenie w dół zwiększa strzałkę ugięcia, powodując wzrost siły nośnej.

Kłapy krokodylowe (*split flaps*) – rozmieszczone są wzdłuż krawędzi spływu. Kłapa przymocowana jest do głównego segmentu skrzydła za pomocą zawiasów umożliwiających obrót w dół. Górna powierzchnia skrzydła się nie zmienia.

Kłapy szczelinowe (*slotted flaps*) – rozmieszczone są wzdłuż krawędzi spływu. Jest to modyfikacja kłap zwykłych prowadząca do zwiększenia krzywizny profilu. Modyfikacja polega na pojawieniu się podczas wychylenia kłapy szczeliny, dzięki której można wpływać na warstwę przyścienną na górnej powierzchni głównego segmentu skrzydła. Dodatkowo na wysuniętej klapie warstwa przyścienna rozbudowuje się od jej noska i dzięki temu kąt wychylenia kłap szczelinowych może być większy niż kłap zwykłych. Konstrukcyjne połączenie wychylenia kłap z ich przemieszczeniem do tyłu zwiększa siłę nośną. Stosuje się kłapy jedno-, dwu- lub trójszczelinowe. Wersją kłap szczelinowych są **kłapy Fowlera**. W ich przypadku przesunięcie kłapy do tyłu jest znaczne.

⁹ Dotyczy to też powierzchni sterowych, tzn. sterów: wysokości, kierunku i lotek.



Rys. 2.26. Rodzaje mechanizacji powierzchni nośnych

Zgodnie z (2.2) siła nośna generowana przez element skrzydła o powierzchni dS jest równa:

$$dP_{za} = C_{za_prof} \frac{\rho V^2}{2} dS \quad (2.100)$$

Jeżeli profil opływany jest pod kątem natarcia α , a kłapy są wychylone o kąt δ , to współczynnik siły nośnej zależy od tych kątów:

$$C_{za} = C_{za_prof}^{\alpha} (\alpha - \alpha_0) + (\Delta C_{za_prof})_{\delta} \quad (2.101)$$

Pierwszy składnik uwzględnia liniową zależność pomiędzy współczynnikiem siły nośnej i kątem natarcia. Natomiast drugi składnik jest przyrostem współczynnika siły nośnej w wyniku wychylenia steru. Jeżeli relacja jest liniowa, to:

$$(\Delta C_{za_prof})_{\delta} = C_{za_prof}^{\delta} \cdot \delta \quad (2.102)$$

W przypadku gdy $(\Delta C_{za_prof})_{\delta}$ zależy nieliniowo od kąta δ , definiuje się tzw. współczynnik skuteczności kłap:

$$n_{klap} = \frac{(C_{za_prof}^{\delta})_{C_{za_prof}^{\alpha} \approx 0}}{(C_{za_prof}^{\alpha})_{C_{za_prof}^{\delta} \approx 0}} \quad (2.103)$$

W takim przypadku współczynnik siły nośnej można przedstawić w postaci:

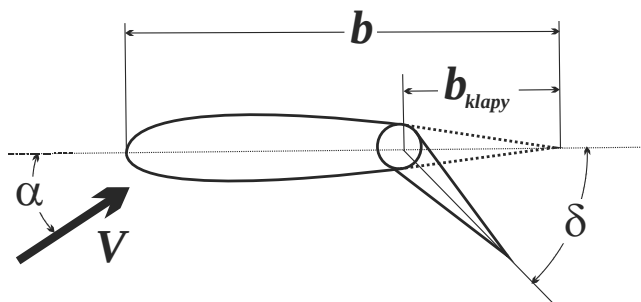
$$C_{za} = C_{za_prof}^{\alpha} [(\alpha - \alpha_0) + n_{klap} \delta] \quad (2.104)$$

Poniżej pokazane zostaną zależności pozwalające obliczyć $(\Delta C_{za_prof})_{\delta}$ dla klapy zwykłej i jednoszczelinowej.

2.6.1. Klapy zwykłe

Dla klapy zwykłych przyrost $(\Delta C_{za_prof})_{\delta}$ zależy od stosunku cięciwy klapy do cięciwy całego profilu oraz od grubości profilu. Ponieważ warstwa przyścienna jest grubsza na grubych płatach niż na cienkich, to pochodna $C_{za_prof}^{\delta}$ maleje ze wzrostem grubości płata. Również lepkość powietrza ma negatywny wpływ na wartość $C_{za_prof}^{\delta}$.

Kłapa powinna pozostawać w opływie bez oderwania warstwy przyściennej. Dlatego kąt wychylenia klapy zwykłej jest ograniczony do $10^{\circ} \div 15^{\circ}$. Przekroczenie tych wartości prowadzi do oderwania.



Rys. 2.27. Schemat geometrii profilu z klapą zwykłą

Dla klapy zwykłych przyrost współczynnika siły nośnej w wyniku wychylenia klapy o kąt δ można obliczyć ze wzoru:

$$(\Delta C_{za_prof})_{\delta} = (C_{za_prof}^{\delta})_{teoretyczne} \cdot K' \cdot K'' \cdot \delta \quad (2.105)$$

$(C_{za_prof}^{\delta})_{teoretyczne}$ jest teoretyczną wartością pochodnej zależną od stosunku cięciw i grubości profilu. Pokazano ją na rys. 2.28.

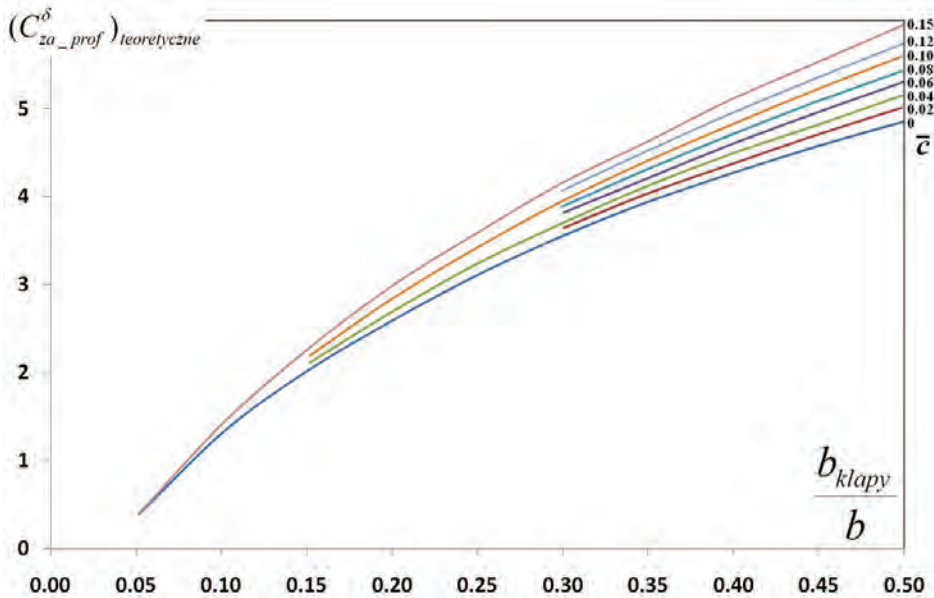
K' – współczynnik korekcyjny uwzględniający efekty nieliniowe przy dużych wychyleniach kłap (rys. 2.29). Współczynnik ten jest zależny od kąta δ .

K'' – współczynnik korekcyjny uwzględniający dane doświadczalne zależny od stosunku cięciwy kłapy do cięciwy profilu (rys. 2.30). Wymaga on też znajomości współczynnika $f_{C_{za}^\alpha}$ pokazanego na rys. 2.19.

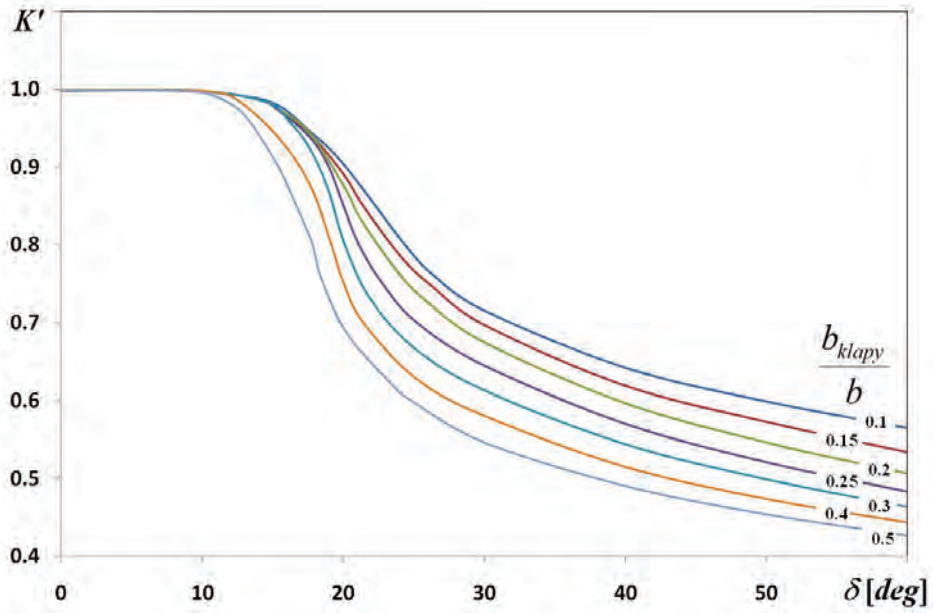
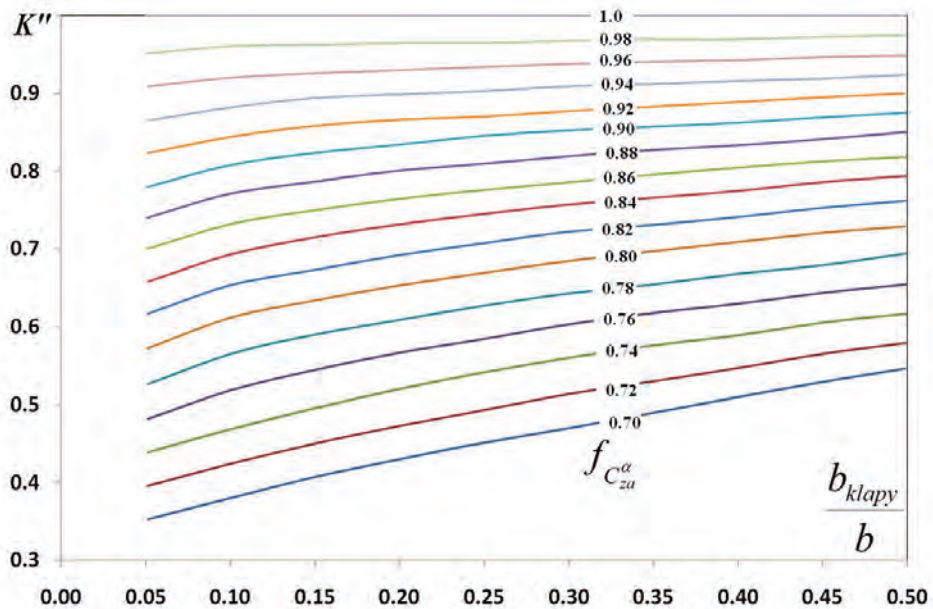
Na podstawie wzoru (2.105) pochodna $C_{za_prof}^\delta$ jest równa:

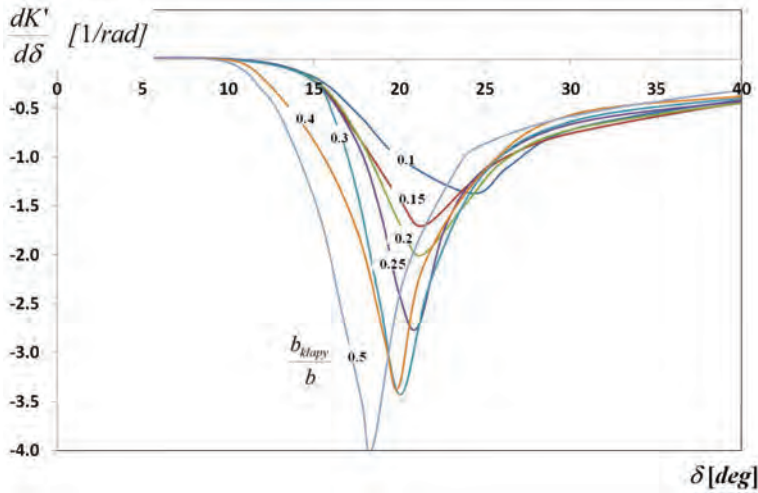
$$\frac{dC_{za_prof}}{d\delta} = C_{za_prof}^\delta = (C_{za_prof}^\delta)_{teoretyczne} K'' \left(K' + \delta \frac{dK'}{d\delta} \right) \quad (2.106)$$

Pochodną $\frac{dK'}{d\delta}$ można określić graficznie na podstawie krzywych z rys. 2.29. Pokazano ją na rys. 2.31.



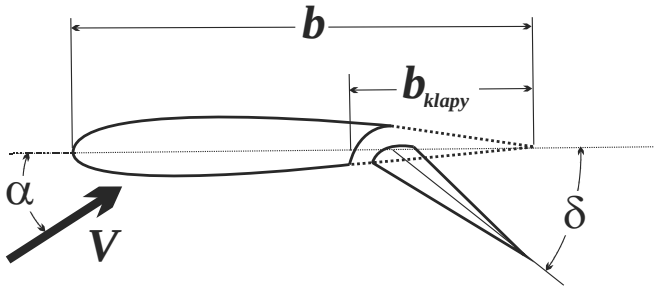
Rys. 2.28. Wartość $(C_{za_prof}^\delta)_{teoretyczne}$

Rys. 2.29. Współczynnik korekcyjny K' Rys. 2.30. Współczynnik korekcyjny K''



Rys. 2.31. Pochodna $\frac{dK'}{d\delta}$

2.6.2. Kłapy szczelinowe



Rys. 2.32. Schemat geometrii profilu z klapą szczelinową

Dla kłap jednoszczelinowych przyrost współczynnika siły nośnej spowodowany wychyleniem kłapy o kąt δ jest równy:

$$(\Delta C_{za_prof})_{\delta} = C_{za_prof}^{\alpha} n_{klap} \cdot \delta \quad (2.107)$$

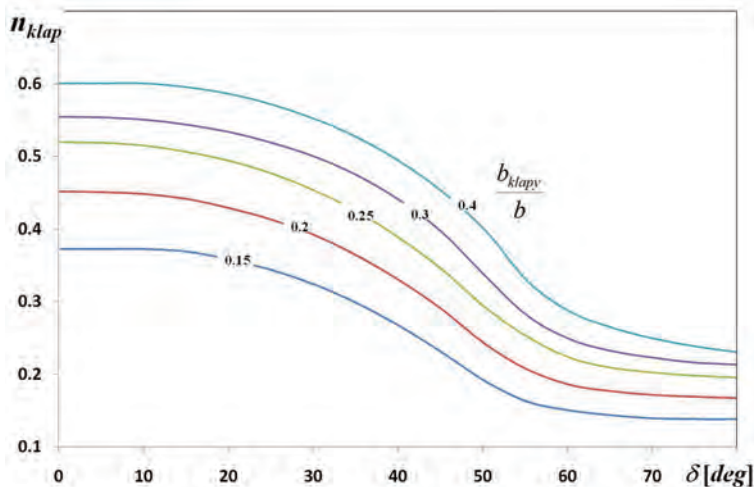
Pochodną $C_{za_prof}^{\alpha}$ oblicza się w sposób omówiony w podrozdz. 2.4. Natomiast współczynnik względnej skuteczności kłap n_{klap} odczytuje się z rys. 2.33. Zależy on od wychylenia kłapy δ oraz stosunku cięciwy kłapy do cięciwy profilu b_{klapy}/b .

Na podstawie wzoru (2.107) dla kłapy szczelinowej pochodna $C_{za_prof}^{\delta}$ jest równa:

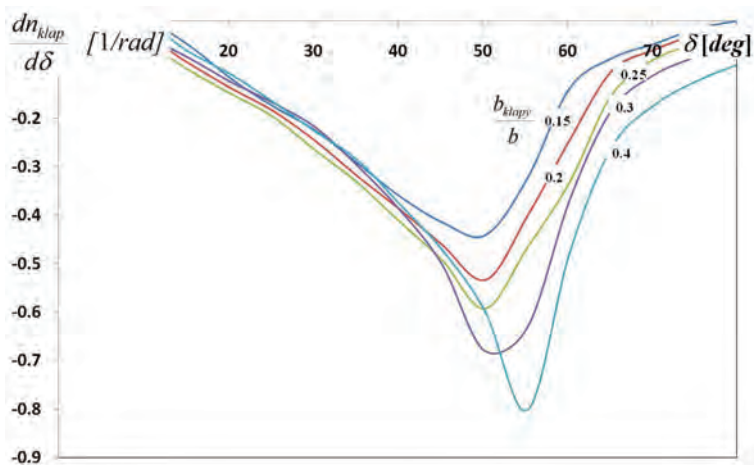
$$C_{za_prof}^{\delta} = C_{za_prof}^{\alpha} \left(n_{klap} + \delta \frac{dn_{klap}}{d\delta} \right) \quad (2.108)$$

Pochodną $\frac{dn_{klap}}{d\delta}$ można określić graficznie na podstawie krzywych z rys. 2.33.

Pokazano ją na rys. 2.34.



Rys. 2.33. Współczynnik względnej skuteczności kłap n_{klap}



Rys. 2.34. Pochodna $\frac{dn_{klap}}{d\delta}$

Przykład 2.11

Oblicz przyrost siły nośnej $(\Delta C_{za_prof})_\delta$ oraz pochodną $\frac{dC_{za_prof}}{d\delta}$ dla profilu, którego kłapa stanowi 22% cięciwy i jest wychylona o $\delta = 30^\circ$.

Rozwiązanie:

Kłapa zwykła

- Dla $\frac{b_{klapy}}{b} = 0.22$ i $\bar{c} = 0.04$ z rys. 2.28 odczytuje się $(C_{za_prof}^\delta)_{teoretyczne} = 3.696$.
- Obliczenie K'

Z rys. 2.29 dla $\delta = 30^\circ$ i $\frac{b_{klapy}}{b} = 0.2$ odczytuje się $K' = 0.674$.

Z rys. 2.29 dla $\delta = 30^\circ$ i $\frac{b_{klapy}}{b} = 0.25$ odczytuje się $K' = 0.644$.

Interpolacja dla $\frac{b_{klapy}}{b} = 0.22$:

$$K' = 0.674 + \frac{0.644 - 0.674}{0.25 - 0.2} (0.22 - 0.2) = 0.662 \quad (P2.11.1)$$

- Obliczenie K''
Z przykładu 2.8 mamy: $f_{C_{za}^\alpha} = 0.896 \approx 0.9$

Z rys. 2.30 dla $f_{C_{za}^\alpha} = 0.9$ i $\frac{b_{klapy}}{b} = 0.22$ odczytuje $K'' = 0.838$.

- Obliczenie $(\Delta C_{za_prof})_\delta$ ze wzoru (2.105):

$$\begin{aligned} (\Delta C_{za_prof})_\delta &= (C_{za_prof}^\delta)_{teoretyczne} \cdot K' \cdot K'' \cdot \delta = \\ &= 3.696 \cdot 0.662 \cdot 0.838 \cdot \frac{30}{57.29} = 1.074 \end{aligned} \quad (P2.11.2)$$

- Obliczenie $\frac{dK'}{d\delta}$

Z rys. 2.31 dla $\delta = 30^\circ$ i $\frac{b_{klapy}}{b} = 0.2$ odczytuje $\frac{dK'}{d\delta} = -0.723$.

Z rys. 2.31 dla $\delta = 30^\circ$ i $\frac{b_{klapy}}{b} = 0.25$ odczytuje $\frac{dK'}{d\delta} = -0.667$.

Interpolacja dla $\frac{b_{klapy}}{b} = 0.22$:

$$\frac{dK'}{d\delta} = -0.723 + \frac{-0.667 - (-0.723)}{0.25 - 0.2} (0.22 - 0.2) = -0.7 \quad (P2.11.3)$$

- Obliczenie $\frac{dC_{za_prof}}{d\delta}$ ze wzoru (2.106):

$$\begin{aligned} \frac{dC_{za_prof}}{d\delta} &= C_{za_prof}^{\delta} = (C_{za_prof}^{\delta})_{teoretyczne} K'' \left(K' + \delta \frac{dK'}{d\delta} \right) = \\ &= 3.696 \cdot 0.838 \left(0.662 + \frac{30}{57.29} (-0.7) \right) = 0.916 \end{aligned} \quad (P2.11.4)$$

Dla kąta wychylenia kłapy równego $\delta = 20^\circ$ otrzymuje się:

$$(\Delta C_{za_prof})_{\delta} = 0.936, \quad C_{za_prof}^{\delta} = 0.55 \quad (P2.11.5)$$

Kłapa szczelinowa

- Obliczenie n_{klap}

Z przykładu 2.8 mamy: $C_{za_prof}^{\alpha} = 6.226$

Z rys. 2.33 dla $\delta = 30^\circ$ i $\frac{b_{klapy}}{b} = 0.2$ odczytuje $n_{klap} = -0.391$.

Z rys. 2.33 dla $\delta = 30^\circ$ i $\frac{b_{klapy}}{b} = 0.2$ odczytuje $n_{klap} = -0.453$.

Interpolacja dla $\frac{b_{klapy}}{b} = 0.22$:

$$n_{klap} = -0.391 + \frac{-0.453 - (-0.391)}{0.25 - 0.2} (0.22 - 0.2) = 0.416 \quad (P2.11.6)$$

- Obliczenie $(\Delta C_{za_prof})_{\delta}$ ze wzoru (2.107):

$$(\Delta C_{za_prof})_{\delta} = C_{za_prof}^{\alpha} n_{klap} \cdot \delta = 6.226 \cdot 0.416 \cdot \frac{30}{57.29} = 1.364 \quad (P2.11.7)$$

- Obliczenie $\frac{dn_{klap}}{d\delta}$

Z rys. 2.34 dla $\delta = 30^\circ$ i $\frac{b_{klapy}}{b} = 0.2$ odczytuje $\frac{dn_{klap}}{d\delta} = -0.245$.

Z rys. 2.34 dla $\delta = 30^\circ$ i $\frac{b_{klapy}}{b} = 0.25$ odczytuje $\frac{dn_{klap}}{d\delta} = -0.262$.

Interpolacja dla $\frac{b_{klapy}}{b} = 0.22$:

$$\frac{dn_{klap}}{d\delta} = -0.245 + \frac{-0.262 - (-0.245)}{0.25 - 0.2}(0.22 - 0.2) = -0.251 \quad (P2.11.8)$$

- Obliczenie $\frac{dC_{za_prof}}{d\delta}$ ze wzoru (2.108):

$$\begin{aligned} C_{za_prof}^\delta &= C_{za_prof}^\alpha \left(n_{klap} + \delta \frac{dn_{klap}}{d\delta} \right) = \\ &= 6.226 \left(0.416 + \frac{30}{57.29}(-0.251) \right) = 1.781 \end{aligned} \quad (P2.11.9)$$

Dla kąta wychylenia kłapy równego $\delta = 20^\circ$ otrzymuje się:

$$n_{klap} = 0.455, \quad (\Delta C_{za_prof})_\delta = 0.995, \quad C_{za_prof}^\delta = 2.541 \quad (P2.11.10)$$

3

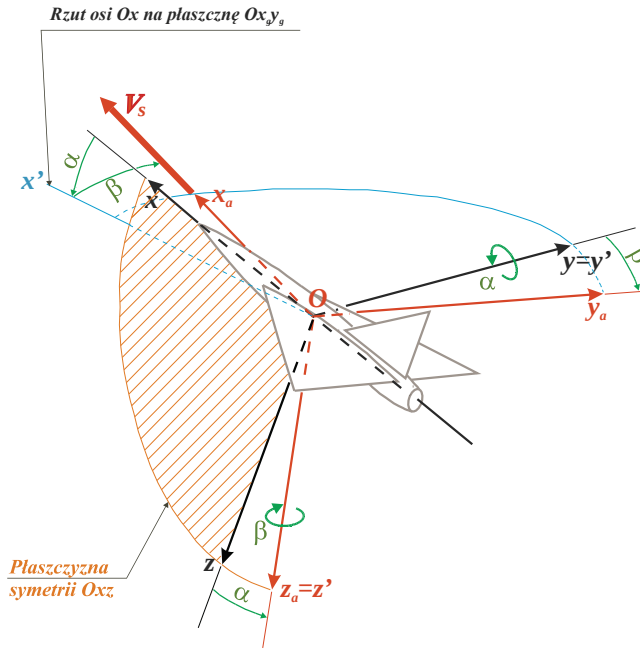
OGÓLNE ZALEŻNOŚCI DOTYCZĄCE SIŁ I MOMENTÓW AERODYNAMICZNYCH

Poniżej przedstawione zostaną ogólne zależności, w oparciu o które wylicza się siły i momenty działające na samolot. Zdefiniowane zostaną wykorzystywane układy współrzędnych oraz krytyczna liczba Macha dotycząca skrzydła i kadłuba.

3.1. Układy współrzędnych

Przy określaniu sił i momentów wykorzystuje się układy współrzędnych pokazane na rys. 3.1. Są one zdefiniowane następująco:

- $Oxyz$ – układ związany z samolotem. Początek tego układu leży w środku masy samolotu. Oś Ox jest osią podłużną samolotu, zaś płaszczyzna Oxz jest jego płaszczyzną symetrii.
- $Ox_a y_a z_a$ – aerodynamiczny układ współrzędnych, zwany też układem związanym z przepływem. Oś Ox_a pokrywa się z wektorem prędkości samolotu względem powietrza V_s . Oś Oz_a leży w płaszczyźnie Oxz . Oś Oy_a dopełnia układ.



Rys. 3.1. Układy współrzędnych $Ox_a y_a z_a$ i $Oxyz$

Układy te związane są kątami – kątem ślizgu i kątem natarcia.

Kąt ślizgu β jest to kąt pomiędzy wektorem prędkości względem powietrza $\mathbf{V}_s$ a płaszczyzną Oxz . Kąt ten jest dodatni, gdy składowa wektora prędkości $\mathbf{V}_s$ wzdłuż osi poprzecznej Oy jest dodatnia. Zakres zmian tego kąta jest następujący:

$$-\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}$$

Kąt natarcia α jest to kąt pomiędzy osią podłużną Ox i rzutem wektora prędkości względem powietrza $\mathbf{V}_s$ na płaszczyznę Oxz . Kąt ten jest dodatni, gdy składowa wektora prędkości $\mathbf{V}_s$ wzdłuż osi normalnej Oz jest dodatnia. Zakres zmian tego kąta jest następujący:

$$-\pi \leq \alpha \leq \pi$$

Najczęściej siły aerodynamiczne określa się w układzie $Ox_a y_a z_a$. Wynika to ze sposobu pomiarów wykonywanych w tunelu aerodynamicznym, gdzie kierunkiem odniesieniowym jest oś tunelu pokrywająca się z kierunkiem przepływu powietrza. Natomiast momenty aerodynamiczne wyznacza się w układzie $Oxyz$ związanym

z samolotem. Pozwala to na analizę ruchów obrotowych samolotu przy niezmiennych momentach bezwładności.

3.2. Siły aerodynamiczne

Siła oporu P_{xa}

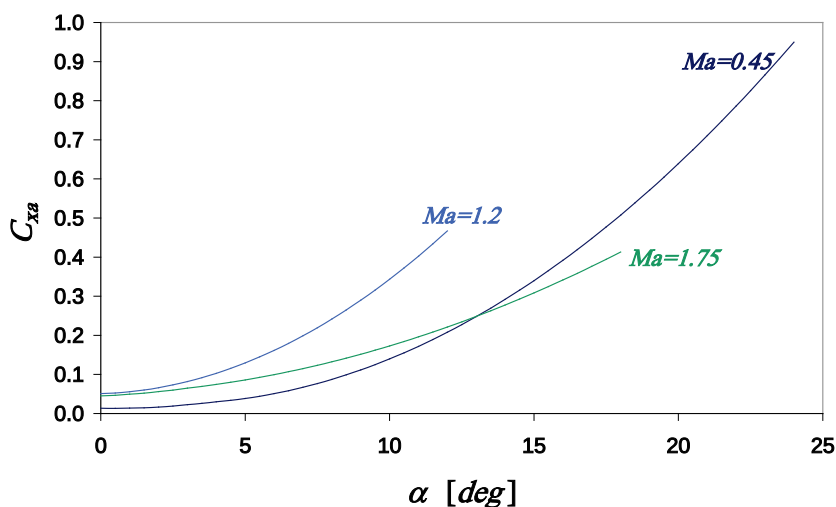
Podczas ruchu samolotu w powietrzu powstaje siła oporu skierowana przeciwnie do wektora prędkości. Siłę tę oblicza się ze wzoru:

$$P_{xa} = C_{xa} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S \quad (3.1)$$

gdzie: S – powierzchnia odniesieniowa skrzydła; ρ_H – gęstość powietrza.

Współczynnik C_{xa} zależy od kąta natarcia samolotu, liczby Macha, liczby Reynoldsa, kształtu samolotu i jakości powierzchni płatowca. Przykładową zależność współczynnika C_{xa} od kąta natarcia dla różnych liczb Macha dla samolotu naddźwiękowego pokazano na rys. 3.2. Współczynnik siły oporu można przedstawić w postaci sumy:

$$C_{xa} = C_{xa0} + C_{xa_ind} \quad (3.2)$$



Rys. 3.2. Współczynnik siły oporu samolotu C_{xa} naddźwiękowego

Siła nośna P_{za}

Siła nośna samolotu wytwarzana jest przez skrzydło, kadłub i usterzenie poziome. Powstaje dzięki różnicy ciśnień pomiędzy górną a dolną powierzchnią płatu. Oblicza się ją ze wzoru:

$$P_{za} = C_{za} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S \quad (3.3)$$

Siła ta jest dodatnia, jeżeli ma zwrot przeciwny do osi Oz_a . Największy udział w jej powstawaniu ma skrzydło. Ze względu na wzajemne oddziaływania skrzydła i kadłuba często rozpatruje się je łącznie jako układ skrzydło–kadłub, uwzględniając dodatkowo interferencję aerodynamiczną. Jeżeli stosunek rozpiętości skrzydła do średnicy kadłuba jest równy 6 lub więcej, to można pominąć udział kadłuba w wytwarzaniu siły nośnej.

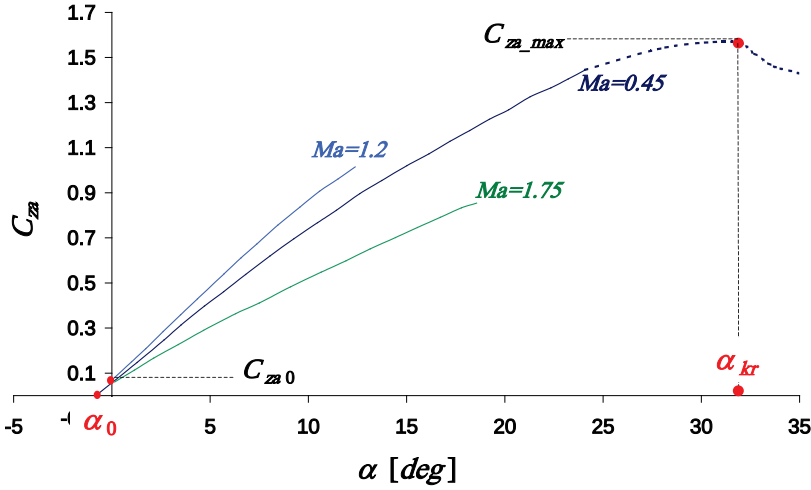
W dalszych analizach będzie przyjmowane, że współczynnik siły nośnej samolotu można przedstawić w dwóch równoważnych postaciach:

$$C_{za} = \underbrace{C_{za}^\alpha (\alpha - \alpha_0)}_{\text{cz. statyczna}} + \underbrace{C_{za}^q Q + C_{za}^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}}_{\text{cz. dynamiczna}} + \underbrace{C_{za}^{\delta_H} \delta_H + C_{za}^{\varphi_H} \varphi_H}_{\text{sterowanie}} \quad (3.4)$$

$$C_{za} = \underbrace{C_{za0} + C_{za}^\alpha \alpha}_{\text{cz. statyczna}} + \underbrace{C_{za}^q Q + C_{za}^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}}_{\text{cz. dynamiczna}} + \underbrace{C_{za}^{\delta_H} \delta_H + C_{za}^{\varphi_H} \varphi_H}_{\text{sterowanie}} \quad (3.5)$$

Zatem współczynnik C_{za} zależy liniowo od: kąta natarcia α , prędkości kątowej pochylania samolotu Q , prędkości zmiany kąta natarcia $\dot{\alpha}$, kąta wychylenia steru wysokości δ_H , kąta zaklinowania usterzenia poziomego φ_H .

Wyodrębniono tu część statyczną współczynnika, część dynamiczną i część związaną ze sterowaniem. Składnik zawierający kąt zaklinowania usterzenia poziomego φ_H należy uwzględniać osobno, jeżeli kąt ten można zmieniać w czasie lotu. Wykresy zależności współczynnika C_{za} od kąta natarcia α dla samolotu naddźwiękowego pokazano na rys. 3.3 dla różnych wartości liczby Macha. Dotyczą one części statycznej powyższych wzorów.



Rys. 3.3. Współczynnik siły nośnej C_{za} samolotu naddźwiękowego

Siła boczna P_{ya}

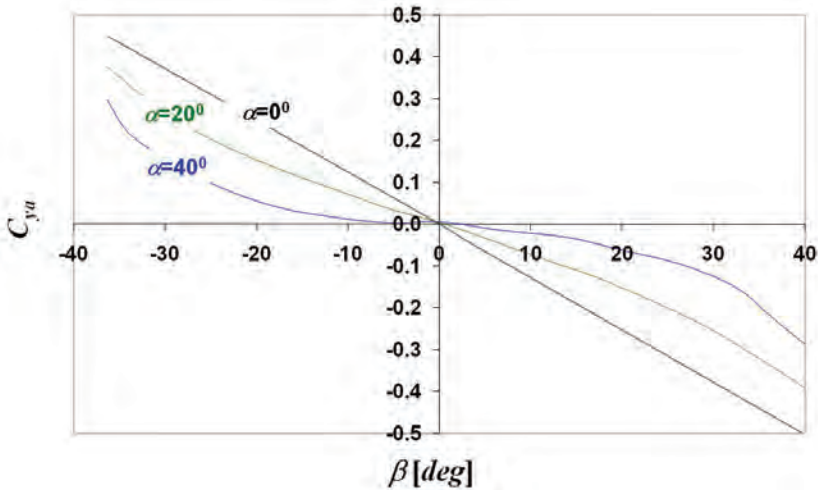
Siła boczna powstaje przy niesymetrycznym opływie samolotu. Jest ona dodatnia, jeżeli skierowana jest zgodnie z osią Oy_a (w kierunku prawego skrzydła). Oblicza się ją ze wzoru:

$$P_{ya} = C_{ya} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S \quad (3.6)$$

Współczynnik siły C_{ya} zależy od kąta ślizgu β , prędkości kątowych przechylenia P i odchylenia R oraz od wychylenia steru kierunku δ_v i wychylenia lotek δ_l . W zakresie umiarkowanych wartości tych parametrów przyjmuje się, że zależność jest liniowa:

$$C_{ya} = \underbrace{C_{ya0} + C_{ya}^\beta \beta}_{\text{cz. statyczna}} + \underbrace{C_{ya}^P P + C_{ya}^R R}_{\text{cz. dynamiczna}} + \underbrace{C_{ya}^{\delta_v} \delta_v + C_{ya}^{\delta_l} \delta_l}_{\text{sterowanie}} \quad (3.7)$$

Wyróżniono tu część statyczną, dynamiczną oraz składniki powstające po wychyleniu steru kierunku o kąt δ_v oraz lotek o kąt δ_l . Część statyczna współczynnika zależy od kąta ślizgu β . Część dynamiczna pojawia się, jeżeli samolot przechyla się z prędkością kątową P lub odchyła z prędkością R . Wzór (3.7) stanowi jedynie przybliżenie, co widać na rys. 3.4. Wynika z niego, że na siłę boczną ma też wpływ kąt natarcia α .



Rys. 3.4. Współczynnik siły bocznej C_{ya} samolotu

3.3. Momenty aerodynamiczne

Moment przechylający L

Przy niesymetrycznym opływie samolotu powstaje aerodynamiczny moment przechylający działający względem osi podłużnej Ox , który oblicza się ze wzoru:

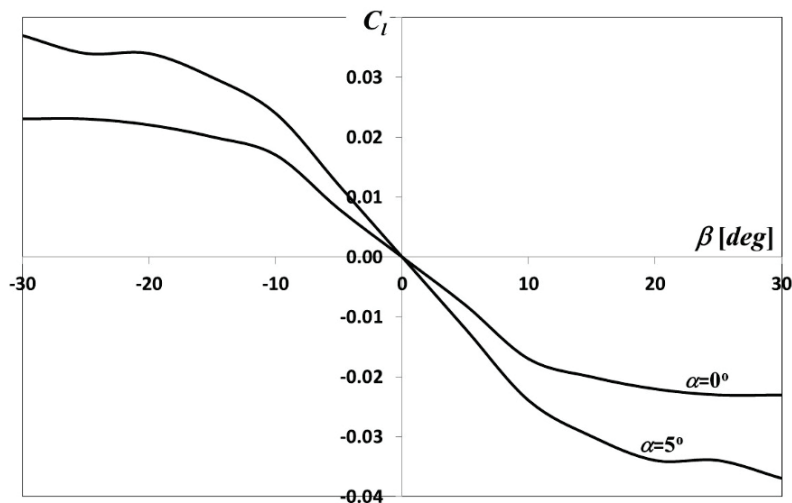
$$L = C_l \frac{\rho_H V_s^2}{2} S l \quad (3.8)$$

gdzie l jest rozpiętością skrzydła.

Moment ten jest dodatni, jeżeli dąży do opuszczenia prawego skrzydła. Współczynnik momentu C_l zależy od tych samych parametrów co współczynnik siły bocznej, tzn. od kąta ślizgu β , prędkości kątowych przechylania P i odchylania R oraz od wychylenia steru kierunku δ_v i wychylenia lotek δ_l . Zakładając liniową zależność, można zatem przyjąć, że:

$$C_l = \underbrace{C_{l0} + C_l^\beta \beta}_{\text{cz. statyczna}} + \underbrace{C_l^P P + C_l^R R}_{\text{cz. dynamiczna}} + \underbrace{C_l^{\delta_v} \delta_v + C_l^{\delta_l} \delta_l}_{\text{sterowanie}} \quad (3.9)$$

Na rys. 3.5 pokazano przykładowy przebieg dotyczący części statycznej. Również w tym przypadku widać, że zależność (3.9) jest przybliżona i nie uwzględnia wpływu kąta natarcia na moment przechylający.



Rys. 3.5. Współczynnik momentu przechylającego C_l samolotu

Moment pochylający M

Moment pochylający samolotu jest sumą momentów pochylających od sił aerodynamicznych powstających na poszczególnych elementach konstrukcyjnych samolotu. Działa on względem osi bocznej samolotu O_y . Jest on dodatni, gdy dąży do podniesienia nosa kadłuba do góry. Oblicza się go ze wzoru:

$$M = C_m \frac{\rho_H V_s^2}{2} S b_a \quad (3.10)$$

gdzie b_a jest średnią cięciwą aerodynamiczną skrzydła.

Moment pochylający zależy od tych samych parametrów co siła nośna. Dlatego sumaryczny współczynnik momentu można przedstawić w postaci:

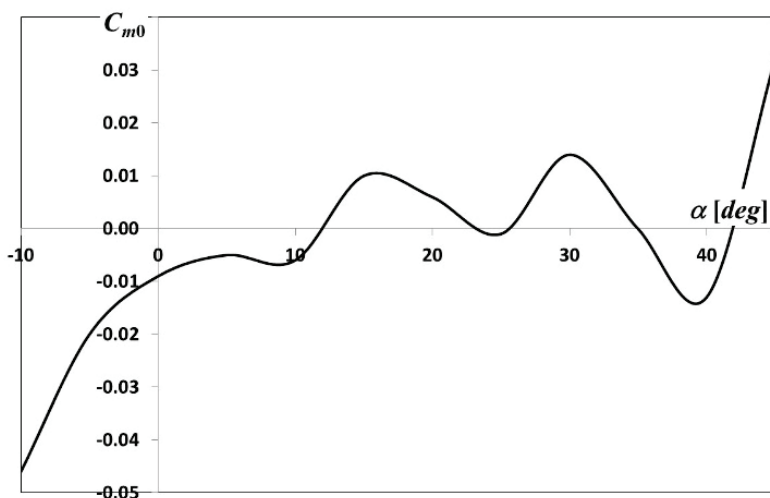
$$C_m = \underbrace{C_{m0*} + C_m^\alpha \alpha}_{\text{cz. statyczna}} + \underbrace{C_m^q Q + C_m^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}}_{\text{cz. dynamiczna}} + \underbrace{C_m^{\delta_H} \delta_H + C_m^{\varphi_H} \varphi_H}_{\text{sterowanie}} \quad (3.11)$$

Często zamiast kąta natarcia wprowadza się współczynnik siły nośnej. W tym przypadku mamy:

$$C_m = \underbrace{C_{m0} + (\bar{x}_T - \bar{x}_F)C_{za}}_{\text{cz statyczna}} + \underbrace{C_m^q Q + C_m^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}}_{\text{cz dynamiczna}} + \underbrace{C_m^{\delta_H} \delta_H + C_m^{\phi_H} \phi_H}_{\text{sterowanie}} \quad (3.12)$$

$\bar{x}_T$ – jest względną współrzędną punktu, względem którego wyznaczany jest moment pochylający. Jest to z reguły środek masy samolotu. $\bar{x}_F$ jest względną współrzędną tzw. ogniska aerodynamicznego samolotu.

Podobnie jak dla innych współczynników wyodrębniono tu część statyczną współczynnika, część dynamiczną i część związaną ze sterowaniem. Składnik zawierający kąt zaklinowania usterzenia poziomego ϕ_H należy uwzględniać osobno, jeżeli kąt ten można zmieniać w czasie lotu. Na rys. 3.6 pokazano składnik C_{m0} .



Rys. 3.6. Współczynnik momentu pochylającego C_{m0} samolotu

Moment odchylający N

Przy niesymetrycznym opływie samolotu powstaje również aerodynamiczny moment odchylający działający względem osi pionowej Oz , który oblicza się ze wzoru:

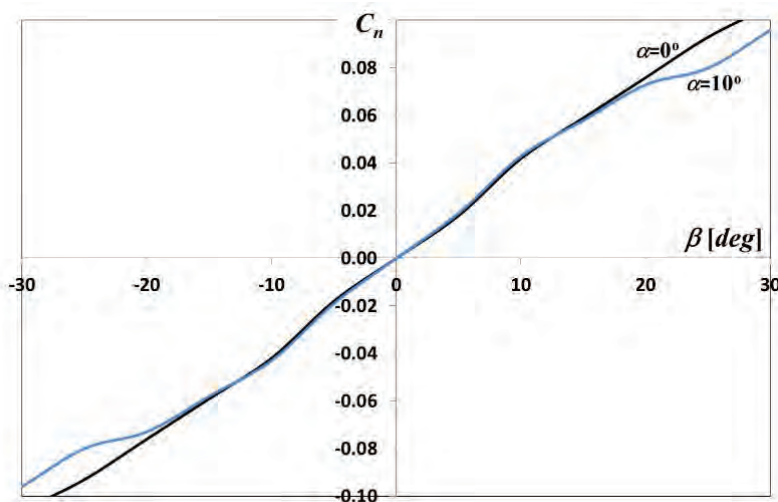
$$N = C_n \frac{\rho_H V_s^2}{2} S l \quad (3.13)$$

Jest on dodatni, jeżeli dąży do odchylenia nosa kadłuba w prawo. Współczynnik momentu odchylającego C_n zależy od tych samych parametrów co współczynnik

siły bocznej i współczynnik momentu przechylającego, Są to: kąt ślizgu β , prędkość kątowna przechylania P i odchyłania R oraz od wychylenia steru kierunku δ_v . Przyjmuje się, że wychylenie lotek nie ma wpływu na moment odchyłający. Zakładając liniową zależność, można zatem przyjąć, że:

$$C_n = \underbrace{C_{n0} + C_n^\beta \beta}_{\text{cz. statyczna}} + \underbrace{C_n^p P + C_n^r R}_{\text{cz. dynamiczna}} + \underbrace{C_n^{\delta_v} \delta_v}_{\text{sterowanie}} \quad (3.14)$$

Przykładowy przebieg części statycznej pokazano na rys. 3.7.



Rys. 3.7. Współczynnik momentu odchyłającego C_n samolotu

3.4. Krytyczna liczba Macha

W rozdz. 2 pokazano, że liczba Macha ma istotny wpływ na charakterystyki aerodynamiczne profilu lotniczego. Zdefiniowano tam pojęcie **krytycznej liczby Macha**. Powyżej tej liczby istotnie zmieniają się charakterystyki aerodynamiczne, a w szczególności opór.

Pojęcie to dotyczy również całego samolotu. Dla poszczególnych elementów konstrukcyjnych samolotu można odrębnie określać ich krytyczne liczby Macha. Najmniejsza z nich przyjmowana jest za krytyczną liczbę Macha samolotu. W prak-

tyce najistotniejsza jest krytyczna liczba Macha skrzydła i kadłuba. Najczęściej krytyczna liczba Macha skrzydła jest mniejsza niż krytyczna liczba Macha kadłuba i ona jest krytyczną liczbą Macha całego samolotu.

Krytyczna liczba Macha skrzydła

Krytyczna liczba Macha skrzydła to liczba Macha przepływu niezaburzonego (jednorodnego), przy której chociaż w jednym punkcie na skrzydle pojawi się lokalna prędkość przepływu równa prędkości dźwięku. Liczba ta może być inna niż dla profili lotniczych, w oparciu o które zbudowano skrzydło. Zależy ona również od parametrów geometrycznych skrzydła – jego wydłużenia oraz kąta skosu. Poniżej przedstawione zostaną różne, opracowane na podstawie badań doświadczalnych, zależności, które pozwalają na jej obliczenie.

Krytyczną liczbę Macha skrzydła można oszacować, powiększając krytyczną liczbę Macha profilu Ma_{kr_prof} o poprawkę uwzględniającą zbieżność skrzydła λ oraz kąt skosu $\Lambda_{\bar{c}}$ linii maksymalnej grubości profilu skrzydła:

$$Ma_{kr_skrz} = Ma_{kr_prof} + \Delta Ma_{kr} \quad (3.15)$$

gdzie:

$$\Delta Ma_{kr} = \left(\frac{0.3}{\lambda^{3/2}} + 0.9 \tan^{1.2} \Lambda_{\bar{c}} \right) (1 - Ma_{kr_prof_C_{za}=0}) (Ma_{kr_prof_C_{za}=0} - 0.4) \quad (3.16)$$

$Ma_{kr_prof_C_{za}=0}$ oblicza się dla zerowej wartości współczynnika siły nośnej, tzn. dla $C_{za} = 0$. Na przykład ze wzoru (2.14) mamy:

$$Ma_{kr_prof_C_{za}=0} = 1 - 0.7\sqrt{\bar{c}} \quad (3.17)$$

Z kolei wzór (2.11) po uwzględnieniu skosu krawędzi natarcia daje:

$$Ma_{kr_skrz} = 1 - 0.065(100 \cdot \bar{c})^{0.6} \cdot \cos^{0.6} \Lambda_0 \quad (3.18)$$

Inna eksperymentalna zależność ma postać:

$$Ma_{kr_skrz} = 1 - \frac{0.7\sqrt{\bar{c}} \lambda^2 \cos \Lambda_{\bar{c}}}{\lambda^2 + 0.2} \quad (3.19)$$

Często do oszacowania krytycznej liczby Macha dla skrzydła o skosie $\frac{1}{4}$ cięciw $\Lambda_{0.25}$ podawany jest wzór:

$$Ma_{kr_skrz} = \frac{Ma_{kr_skrz_ \Lambda=0}}{\cos^n \Lambda_{0.25}} \quad (3.20)$$

$Ma_{kr_skrz_ \Lambda=0}$ dotyczy skrzydła prostokątnego.

Z ostatniego wzoru wynika, że przy dostatecznie dużym kącie skosu $\Lambda_{0.25}$ krytyczna liczba Macha może być większa od jedności. Pomimo to składowa prędkości prostopadła do krawędzi natarcia może być nadal mniejsza od prędkości dźwięku. Ponieważ decyduje ona o rozkładzie ciśnień na profilu skrzydła, to przepływ prostopadły do krawędzi natarcia skrzydła pozostaje poddźwiękowy i nie obserwuje się powstawania oporu falowego.

Najczęściej wartość wykładnika potęgi n przyjmowana jest $n = 1$. Niekiedy przyjmuje się $n = 0.5$ dla kąta skosu $0^\circ \leq \Lambda_{0.25} \leq 35^\circ$ lub $n = 0.6$ dla $\Lambda_{0.25} > 45^\circ$.

Dla skrzydeł skośnych można też wykorzystać wyrażenie uwzględniające m.in. wpływ współczynnika siły nośnej C_{za_skrz} na wartość Ma_{kr_skrz} :

$$Ma_{kr_skrz} = \frac{1}{\cos \Lambda_{0.5}} \left[\frac{C_{za_prof}^\alpha}{2\pi\sqrt{1-ma_2}} - 0.108 \cos \Lambda_{0.5} - \frac{0.1C_{za_skrz}}{\cos^2 \Lambda_{0.5}} - \frac{\bar{c}}{\cos^2 \Lambda_{0.5}} \right] \quad (3.21)$$

Bardziej dokładną, ale nadal przybliżoną wartość Ma_{kr_skrz} można uzyskać poprzez rozwiązanie równania:

$$\bar{c}_{0.5} = \frac{0.3}{Ma_{kr_skrz}} \left(\frac{1}{Ma_{kr_skrz} \cos \Lambda_{0.25}} - Ma_{kr_skrz} \cos \Lambda_{0.25} \right)^{1/3} \cdot \left\{ 1 - \left[\frac{5 + (Ma_{kr_skrz} \cos \Lambda_{0.25})^2}{5 + \tilde{M}^2} \right]^{3.5} \right\}^{2/3} \quad (3.22)$$

$\bar{c}_{0.5}$ jest grubością względną na 50% połówki skrzydła. Współczynnik $\tilde{M}$ zależy od kształtu profilu i mieści się w przedziale $\tilde{M} = 1 \div 1.15$.

Podobnie jak dla profili, również dla skrzydła, oprócz krytycznej liczby Macha definiuje się też liczbę Macha Ma_{dd_skrz} (*drag divergence*), dla której następuje gwałtowny wzrost współczynnika oporu. Jest to liczba Macha, przy której spełniony jest warunek $\frac{dC_{xa}}{dMa} = 0.1$. Liczba ta jest mniejsza od 1 i nieco większa od krytycznej liczby Macha.

Krytyczną liczbę Macha kadłuba pozwala oszacować następujący wzór:

$$Ma_{kr_kad} = 0.78 + 0.02 f_{kad} \quad (3.23)$$

Smukłość kadłuba f_{kad} określa wzór (1.38), który ma zastosowanie dla $f_{kad} < 11$.

Przykład 3.1

Oblicz krytyczną liczbę Macha skrzydła o następujących danych: $\lambda = 3$, $\Lambda_0 = 40^\circ$, $\Lambda_{0.25} = 31^\circ$, $\Lambda_{\bar{c}} = 22^\circ$, $\bar{c} = 0.04$. Przyjmij $C_{za} = 0$.

Rozwiązanie:

W przykładzie 2.2 obliczono: $Ma_{kr_prof} = 0.857$.

- Obliczenia według wzoru (3.15).
 - Poprawka według wzoru (3.16):

$$\begin{aligned} \Delta Ma_{kr} &= \left(\frac{0.3}{\lambda^{3/2}} + 0.9 \tan^{1.2} \Lambda_{\bar{c}} \right) (1 - Ma_{kr_prof_C_{za}=0}) (Ma_{kr_prof_C_{za}=0} - 0.4) = \\ &= \left(\frac{0.3}{3^{3/2}} + 0.9 \tan^{1.2} 22^\circ \right) (1 - 0.857) (0.857 - 0.4) = 0.019 \end{aligned} \quad (P3.1.1)$$

Zatem krytyczna liczba Macha skrzydła wynosi:

$$Ma_{kr_skrz} = Ma_{kr_prof} + \Delta Ma_{kr} = 0.857 + 0.019 = 0.876 \quad (P3.1.2)$$

- Obliczenia według wzoru (3.18).

$$\begin{aligned} Ma_{kr_skrz} &= 1 - 0.065 \cdot (100 \cdot \bar{c})^{0.6} \cdot \cos^{0.6} \Lambda_0 = \\ &= 1 - 0.065 \cdot (100 \cdot 0.04)^{0.6} \cdot \cos^{0.6} 40^\circ = 0.872 \end{aligned} \quad (P3.1.3)$$

- Obliczenia według wzoru (3.19).

$$Ma_{kr_skrz} = 1 - \frac{0.7\sqrt{c}\lambda^2 \cos \Lambda_{\bar{c}}}{\lambda^2 + 0.2} = 1 - \frac{0.7\sqrt{0.04} \cdot 3^2 \cdot \cos 22^\circ}{3^2 + 0.2} = 0.873 \quad (\text{P3.1.4})$$

- Obliczenia według wzoru (3.20).

$$\text{– dla } n = 1 \quad Ma_{kr_skrz} = \frac{Ma_{kr_prof}}{\cos \Lambda_{0.25}} = \frac{0.857}{\cos 31^\circ} = 1.0 \quad (\text{P3.1.5})$$

$$\text{– dla } n = 0.5 \quad Ma_{kr_skrz} = \frac{Ma_{kr_prof}}{\sqrt{\cos \Lambda_{0.25}}} = \frac{0.857}{\sqrt{\cos 31^\circ}} = 0.926 \quad (\text{P3.1.6})$$

$$\text{– dla } n = 0.6 \quad Ma_{kr_skrz} = \frac{Ma_{kr_prof}}{\cos^{0.6} \Lambda_{0.25}} = \frac{0.857}{\cos^{0.6} 31^\circ} = 0.94 \quad (\text{P3.1.7})$$

W dalszych obliczeniach przyjęto średnią wartość z trzech pierwszych wartości $Ma_{kr_skrz} = 0.874$.

Przykład 3.2

Oblicz krytyczną liczbę Macha kadłuba o wydłużeniu $f_{kad} = 9.4$.

Rozwiązanie:

Stosując wzór (3.22), otrzymujemy:

$$Ma_{kr_kad} = 0.78 + 0.02 f_{kad} = 0.78 + 0.02 \cdot 9.4 = 0.968 \quad (\text{P3.2.1})$$

SIŁA NOŚNA

Siła nośna jest prostopadła do wektora prędkości samolotu względem powietrza i leży w płaszczyźnie symetrii Oxz . Zgodnie ze wzorami (3.4) i (3.5) współczynnik C_{za} można przedstawić w postaci:

$$C_{za} = \underbrace{C_{za}^{\alpha}(\alpha - \alpha_0)}_{\text{cz. statyczna}} + \underbrace{C_{za}^q Q + C_{za}^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}}_{\text{cz. dynamiczna}} + \underbrace{C_{za}^{\delta_H} \delta_H + C_{za}^{\phi_H} \phi_H}_{\text{sterowanie}} \quad (4.1)$$

$$C_{za} = \underbrace{C_{za0} + C_{za}^{\alpha} \alpha}_{\text{cz. statyczna}} + \underbrace{C_{za}^q Q + C_{za}^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}}_{\text{cz. dynamiczna}} + \underbrace{C_{za}^{\delta_H} \delta_H + C_{za}^{\phi_H} \phi_H}_{\text{sterowanie}} \quad (4.2)$$

Z porównania obu wzorów wynika, że:

$$C_{za0} = -C_{za}^{\alpha} \alpha_0 \quad (4.3)$$

Formuły (4.1) i (4.2) obejmują jedynie liniowy zakres zmian współczynnika C_{za} w zależności od kąta natarcia. Nie są one poprawne dla kątów bliskich krytycznemu kątowi natarcia α_{kr} . Widać to na rys. 3.3, który pokazuje typową charakterystykę statyczną samolotu. Charakterystyczne cechy takich charakterystyk to:

- duży zakres w przybliżeniu liniowej zależności pomiędzy współczynnikiem C_{za} i kątem natarcia α . Można przyjąć, że w tym zakresie, dla ustalonej liczby Macha, pochodna $C_{za}^{\alpha} = dC_{za} / d\alpha$ jest stała;
- zerowa siła nośna osiągnięta jest dla kąta α_0 ;
- współczynnik siły nośnej osiąga wartość maksymalną C_{za_max} ;
- wartość C_{za_max} osiągnięta jest dla krytycznego kąta natarcia α_{kr} .

Dla skrzydła pochodna C_{za}^α zależy od: profili lotniczych wykorzystanych do jego konstrukcji, wydłużenia skrzydła, skosu skrzydła, zbieżności skrzydła, liczby Macha.

W zakresie poddźwiękowych i okołodźwiękowych prędkości lotu pochodna C_{za}^α :

- rośnie ze wzrostem wydłużenia;
- maleje ze wzrostem skosu;
- rośnie ze wzrostem liczby Macha.

W zakresie naddźwiękowych prędkości lotu pochodna C_{za}^α :

- rośnie ze wzrostem wydłużenia;
- maleje ze wzrostem liczby Macha;
- nie reaguje na zmiany kąta skosu.

Zaznaczony na rys. 3.3 kąt zerowej siły nośnej α_0 zależy od wydłużenia, skosu, zbieżności i skręcenia skrzydła oraz od kąta zerowej siły nośnej profili lotniczych wykorzystanych do jego konstrukcji.

Poniżej omówione zostaną sposoby obliczenia współczynników występujących we wzorach (4.1) i (4.2). Oddzielnie rozpatrywane będą: skrzydło, usterzenie poziome i kadłub. Na koniec siły nośne tych elementów zostaną zsumowane w celu obliczenia siły nośnej całego samolotu.

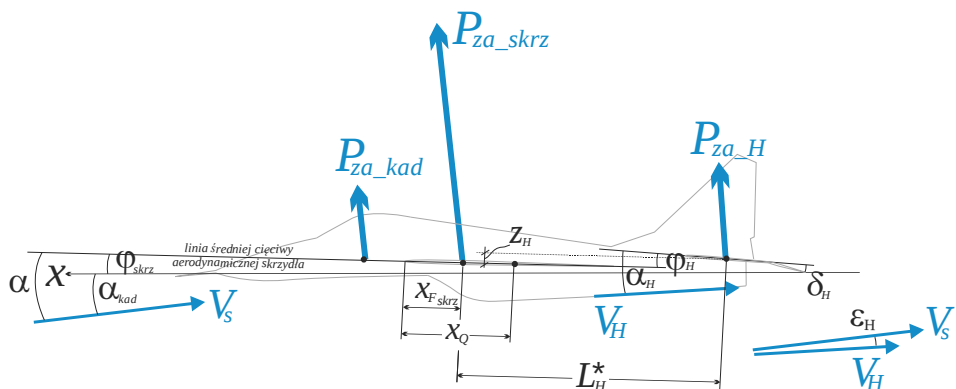
4.1. Współczynnik siły nośnej skrzydła

Skrzydło jest głównym elementem konstrukcyjnym samolotu wytwarzającym siłę nośną. Oblicza się ją ze wzoru:

$$P_{za_skrz} = C_{za_skrz} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S \quad (4.4)$$

Statyczna część współczynnika C_{za_skrz} zależy od kąta natarcia α , który mierzony jest pomiędzy rzutem wektora prędkości na płaszczyznę symetrii samolotu i linią średniej cięciwy aerodynamicznej skrzydła. Pokazano go na rys. 4.1. W zakresie liniowym charakterystyki $C_{za_skrz} = f(\alpha)$ obowiązuje zależność:

$$C_{za_skrz} = C_{za_skrz}^\alpha (\alpha - \alpha_{0_skrz}) \quad (4.5)$$



Rys. 4.1. Schemat do obliczania siły nośnej

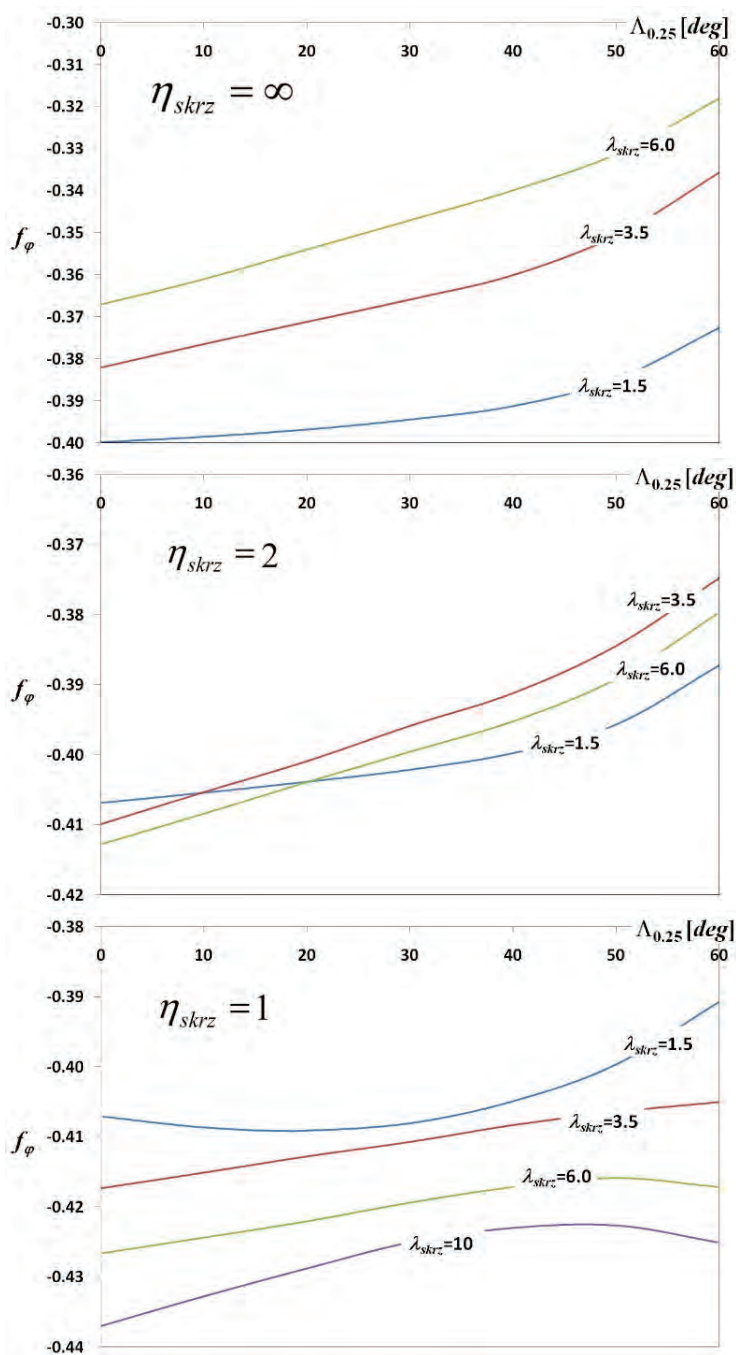
4.1.1. Kąt zerowej siły nośnej α_0 *skrz*

A. Zakres poddźwiękowy

Na kąt zerowej siły nośnej skrzydła wpływ ma kąt zerowej siły nośnej profilu, w oparciu o który projektowane jest skrzydło oraz geometria skrzydła (skos i skręcenie). Przy braku danych doświadczalnych przyjmuje się, że kąt zerowej siły nośnej skrzydła można obliczyć, znając kąt zerowej siły nośnej profilu α_{0_prof} , kąt skosu skrzydła $\Lambda_{0,25}$ i kąt skręcenia geometrycznego skrzydła φ . Przy liniowym skręceniu skrzydła zastosowanie ma wzór:

$$\alpha_{0_skrz} = \arctan\left(\frac{\tan\alpha_{0_prof}}{\cos\Lambda_{0.25}}\right) + f_{\varphi}(\lambda_{skrz}, \eta_{skrz}, \Lambda_{0.25}) \cdot \varphi \quad (4.6)$$

Występujący w drugim składniku mnożnik f_φ zależy od parametrów skrzydła. Przykładowe zależności pokazano na rys. 4.2.

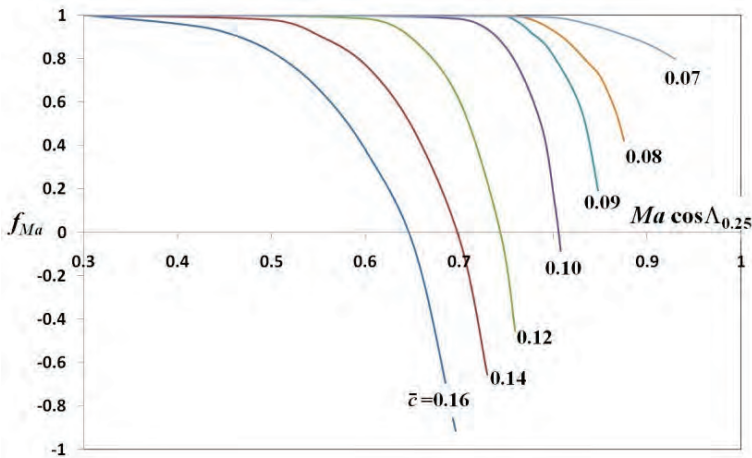


Rys. 4.2. Wpływ liniowego skręcenia skrzydła na α_{0_skrz}

W zakresie poddźwiękowym dla większych liczb Macha wartość kąta α_{0_skrz} się zmienia. Jeżeli skrzydło zbudowane jest w oparciu o profile, których szkieletowa jest wygięta, wpływ liczby Macha można oszacować, wykorzystując doświadczalne przebiegi pokazane na rys. 4.3. Dla skrzydła o znanej grubości względnej profilu należy odczytać wartość mnożnika f_{Ma} i kąt obliczyć ze wzoru:

$$(\alpha_{0_skrz})_{Ma} = f_{Ma} \cdot (\alpha_{0_skrz})_{Ma=0.3} \quad (4.7)$$

Z rys. 4.3 wynika, że im większa jest grubość względna profilu, tym przy mniejszych liczbach Macha kąt α_{0_skrz} zaczyna ulegać zmianie. Dla dużych liczb Macha i grubych profili kąt ten może zmienić znak – wartości f_{Ma} są ujemne.



Rys. 4.3. Wpływ liczby Macha na α_{0_skrz}

Przykład 4.1

Oblicz kąt natarcia samolotu dla danych zgodnych z przykładem 1.1 i 2.4.

Rozwiązanie:

W przykładzie 2.9 obliczono, że kąt natarcia profilu w zakresie poddźwiękowym jest równy $\alpha_{0_prof} = -0.026 \text{ rad}$ (-1.15°). Zakładając zerowe skręcenie geometryczne skrzydła, ze wzoru (4.6) otrzymujemy:

$$\begin{aligned}\alpha_{0_skrz} &= \arctan \frac{\tan \alpha_{0_prof}}{\cos \Lambda_{0.25}} + f_{\phi}(\lambda_{skrz}, \eta_{skrz}, \Lambda_{0.25}) \cdot \phi = \\ &= \arctan \frac{\tan(-1.15^{\circ})}{\cos 31^{\circ}} + 0 = -3.033 \cdot 10^{-2} rad \quad (-1.74^{\circ})\end{aligned}\quad (P4.1.1)$$

Aby określić, jak zmienia się kąt α_{0_skrz} w zależności od liczby Macha, należy uwzględnić rys. 4.3. Nie obejmuje on danych dla grubości profilu i $\bar{c} = 0.04$. Dla tego przyjęto, że do $Ma = 1$ obliczona wartość α_{0_skrz} się nie zmienia.

B, C. Zakres transoniczny i naddźwiękowy

Do określenia wartości kąta α_{0_skrz} w zakresie transonicznym i poddźwiękowym konieczne są badania eksperymentalne.

4.1.2. Pochodna $C_{za_skrz}^{\alpha}$

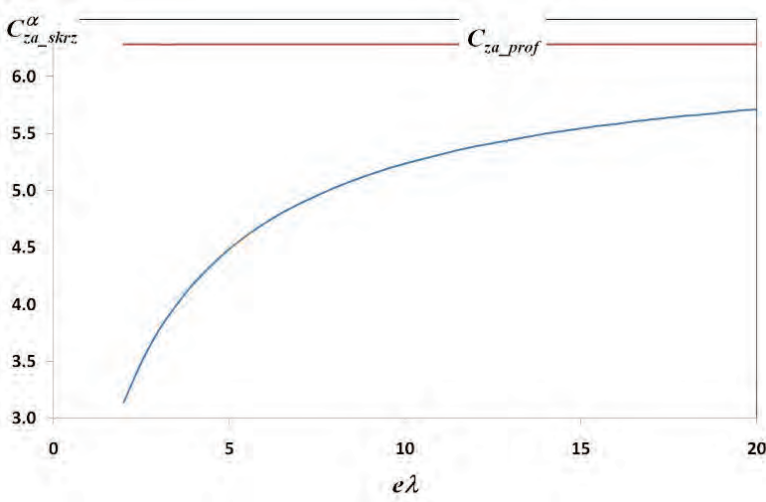
A. Zakres poddźwiękowy

Metoda I

W zakresie poddźwiękowym, nieściśliwym zasadniczy wpływ na wartość pochodnej $C_{za_skrz}^{\alpha}$ ma wydłużenie oraz kąt skosu skrzydła. Wpływ zbieżności jest mniejszy. Dla małych liczb Macha i skrzydeł o kącie skosu $\Lambda_0 < 15^{\circ}$ oraz o wydłużeniu $\lambda > 5$ można stosować zależność:

$$C_{za_skrz}^{\alpha} = \frac{C_{za_prof}^{\alpha}}{1 + \frac{C_{za_prof}^{\alpha}}{\pi e \lambda}} \quad (4.8)$$

Ilustruje ją rys. 4.4, gdzie przyjęto, że dla profilu pochodna $C_{za_prof}^{\alpha}$ jest równa wartości teoretycznej 2π . Widać, że zwiększanie wydłużenia zwiększa wartość pochodnej.



Rys. 4.4. Wpływ wydłużenia skrzydła na $C_{za_skrz}^α$

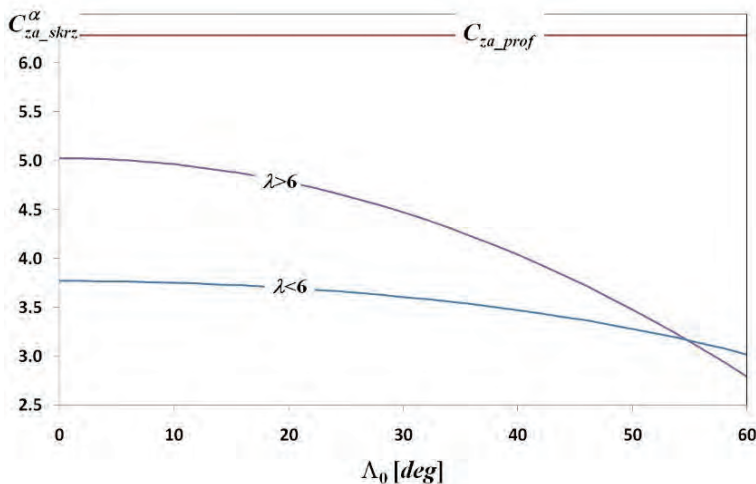
Występujący we wzorze (4.8) mnożnik e jest tzw. współczynnikiem Oswalda. Zwykle mieści się on w przedziale $0.85 \div 0.95$. Wprowadza się go, jeżeli rozkład siły nośnej wzdłuż rozpiętości skrzydła różni się od rozkładu eliptycznego. Można go obliczyć z empirycznego wzoru:

$$e = \frac{2}{2 - \lambda + \sqrt{4 + \lambda^2 (1 + \tan^2 \Lambda_{c_{max}})}} \quad (4.9)$$

Dla skrzydła skośnego można posłużyć się wzorem (4.8), zastępując $C_{za_prof}^α$ wartością $C_{za_prof_Λ}^α$ uwzględniającą skos krawędzi natarcia Λ_0 :

$$C_{za_prof_Λ}^α = \begin{cases} C_{za_prof}^α \cos \Lambda_0 & \text{dla } \lambda > 6 \\ C_{za_prof}^α \sqrt{\cos \Lambda_0} & \text{dla } \lambda < 6 \end{cases} \quad (4.10)$$

Wpływ kąta skosu na współczynnik $C_{za_skrz}^α$ pokazano na rys. 4.5. Im większy jest skos skrzydła, tym mniejsza jest wartość pochodnej.



Rys. 4.5. Wpływ skosu skrzydła na $C_{za_skrz}^\alpha$

Jak wynika z rys. 3.3, liczba Macha istotnie wpływa na pochylenie przebiegu $C_{za}(\alpha)$. Jeżeli pochodna $C_{za_skrz}^\alpha$ została obliczona ze wzoru (4.8), to w zakresie poddźwiękowym i podkrytycznym wpływ liczby Macha można uwzględnić, stosując zależność Prandta–Glauerta:

$$C_{za_skrz}^\alpha = \frac{C_{za_skrz_Ma=0}^\alpha}{\sqrt{1-Ma^2}} \quad \text{dla} \quad Ma \cdot \cos \Lambda_0 < 1 \quad (4.11)$$

Metoda II

Inna, bardziej ogólna zależność, pozwalająca obliczyć $C_{za_skrz}^\alpha$, poprawna dla dowolnego wydłużenia λ i uwzględniająca zbieżność η oraz kąt skosu $\Lambda_{0.25}$, ma postać:

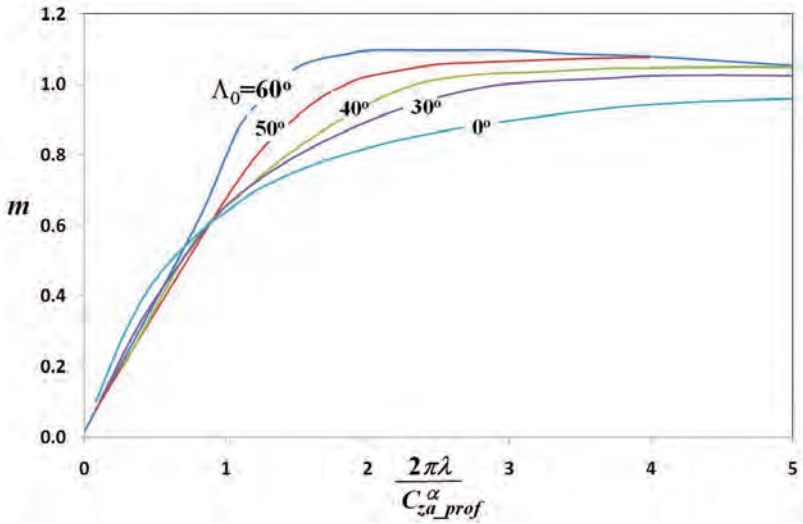
$$C_{za_skrz}^\alpha = \frac{C_{za_prof_ \Lambda}^\alpha}{m + k \frac{C_{za_prof_ \Lambda}^\alpha}{\pi \lambda}} \quad (4.12)$$

Dotyczy ona zakresu poddźwiękowego nieściśliwego.

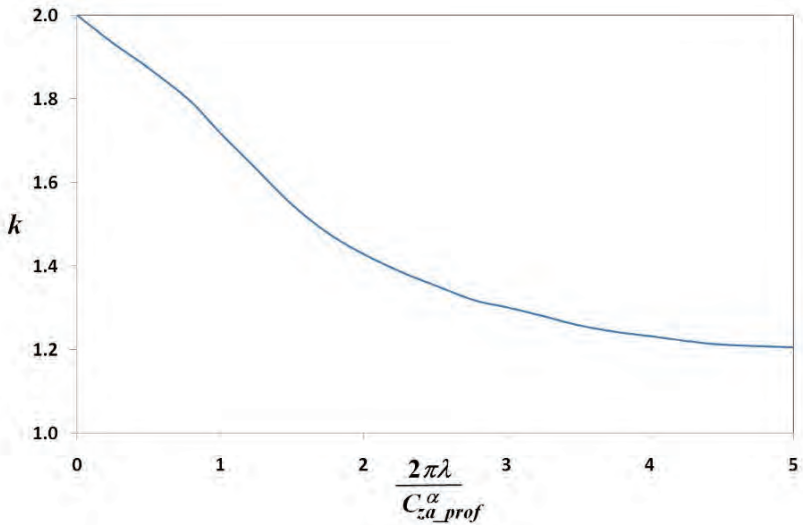
Współczynniki m i k pokazano na rys. 4.6 i 4.7. Wynika z nich, że dla skrzydeł o małym wydłużeniu, dla $\lambda \rightarrow 0$, mamy $m = 0$ i $k = 2$. Stąd dla takich skrzydeł otrzymuje się:

$$C_{za_skrz}^{\alpha} = \frac{\pi\lambda}{2} \quad (4.13)$$

Wartość $C_{za_prof_ \Lambda}^{\alpha}$ określa się w oparciu o wzór (4.10).



Rys. 4.6. Współczynnik m



Rys. 4.7. Współczynnik k

Jeżeli konieczne jest uwzględnienie wpływu ściśliwości powietrza, to należy zastosować zmodyfikowaną formułę (4.12), która przyjmuje postać:

$$C_{za_skrz}^{\alpha} = \frac{C_{za_prof_ \Lambda_ Ma=0}^{\alpha}}{m_* \sqrt{1 + \tan^2 \Lambda_0 - Ma^2} + k_* \frac{C_{za_prof_ \Lambda_ Ma=0}^{\alpha}}{\pi \lambda}} \quad (4.14)$$

Współczynniki m_* i k_* należy określić z rys. 4.4 i 4.5 dla:

- wydłużenia $\lambda_w = \lambda \sqrt{1 - Ma^2}$ (4.15)

- kąta skosu $\Lambda_{0*} = \arctan \left(\frac{\tan \Lambda_0}{\sqrt{1 - Ma^2}} \right)$ (4.16)

Do obliczenia siły nośnej przyjmuje się niezmienną wartość kąta natarcia, tzn. $\alpha_* = \alpha$. Zakłada się też, że zbieżność i względna grubość profilu skrzydła jest taka sama: $\eta_* = \eta$, $\bar{c}_* = \bar{c}$.

Metoda III

W literaturze można też znaleźć inną zależność pozwalającą obliczyć pochodną $C_{za_skrz}^{\alpha}$ w zakresie $Ma < Ma_{kr}$, gdy znana jest pochodna dla profilu $C_{za_prof}^{\alpha}$. Ma ona postać:

$$C_{za_skrz}^{\alpha} = \frac{2\pi\lambda}{2 + \sqrt{\frac{\lambda^2}{\left(\frac{C_{za_prof}^{\alpha}}{2\pi}\right)^2} (1 + \tan^2 \Lambda_{c_{max}} - Ma^2) + 4}} \quad (4.17)$$

$\Lambda_{c_{max}}$ jest kątem skosu linii utworzonej przez punkty odpowiadające maksymalnej grubości profili skrzydła. Niekiedy przyjmuje się, że leżą one w $\frac{1}{2}$ cięciwy, tzn. $\Lambda_{c_{max}} = \Lambda_{0.5}$. Jeżeli wartość $C_{za_prof}^{\alpha}$ nie jest znana, przyjmuje się, że jest ona równa $C_{za_prof}^{\alpha} \approx 0.95 \cdot 2\pi = 5.97$.

Wzór (4.17) jest poprawny do liczby Macha $Ma \approx 0.8$ dla skrzydeł skośnych i do $Ma \approx 0.6$ dla skrzydeł prostych. Dotyczy on izolowanego skrzydła. Dla skrzydła zabudowanego w kadłubie należy uwzględnić, że część skrzydła znajdująca się

wewnątrz kadłuba nie wytwarza siły nośnej. Jednocześnie wytwarza ją ta część kadłuba. Dlatego wartość pochodnej uzyskanej ze wzoru (4.17) należy pomnożyć przez współczynnik korekcyjny f_{s_* :

$$C_{za_skrz}^{\alpha} = \frac{2\pi\lambda}{2 + \sqrt{\frac{\lambda^2}{\left(\frac{C_{za_prof}^{\alpha}}{2\pi}\right)^2} (1 + \tan^2 \Lambda_{c_{max}} - Ma^2) + 4}} \cdot f_{s_*} \quad (4.18)$$

Współczynnik korekcyjny jest równy:

$$f_{s_*} = \frac{S_{zewn}}{S} \cdot 1.07 \cdot \left(1 + \frac{d_{kad/skrz}}{l}\right)^2 \quad (4.19)$$

gdzie:

$d_{kad/skrz}$ – średnica kadłuba w rejonie mocowania skrzydła; l – rozpiętość skrzydła;
 S_{zewn} – powierzchnia skrzydła bez części podkadłubowej.

Wartość współczynnika f_{s_*} nie powinna przekraczać jedności. Jeżeli tak jest, to w obliczeniach należy przyjąć wartość nieco mniejszą niż 1.

Przykład 4.2

Oblicz pochodną $C_{za_skrz}^{\alpha}$ samolotu w zakresie poddźwiękowym dla danych zgodnych z przykładem 1.1 i 2.4.

Rozwiązanie:

Obliczenia według wzoru (4.12)

z przykładu 2.8 $C_{za_prof}^{\alpha} = 6.477$

– oblicza się:

$$\frac{2\pi\lambda_{skrz}}{C_{za_prof}^{\alpha}} = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 3}{6.477} = 2.91 \quad (P4.2.1)$$

- z rysunku 4.6 dla $\Lambda_0 = 40^\circ$ odczytuje się $m = 1.03$
- z rysunku 4.7 odczytuje się $k = 1.308$
- ze wzoru (4.10) dla $\lambda=3$ (<6):

$$C_{za_prof-\Lambda}^{\alpha} = C_{za_prof}^{\alpha} \sqrt{\cos \Lambda_0} = 6.477 \sqrt{\cos 40^{\circ}} = 5.669 \quad (P4.2.2)$$

– ze wzoru (4.12):

$$C_{za_skrz}^{\alpha} = \frac{C_{za_prof-\Lambda}^{\alpha}}{m + k \frac{C_{za_prof-\Lambda}^{\alpha}}{\pi \lambda}} = \frac{5.669}{1.03 + 1.308 \frac{5.669}{3.14 \cdot 3}} = 3.12 \quad (P4.2.3)$$

Obliczenia według wzoru (4.18)

– - przyjmując, że $d_{kad/skrz} = d_{kad_zast}$ ze wzoru (4.19):

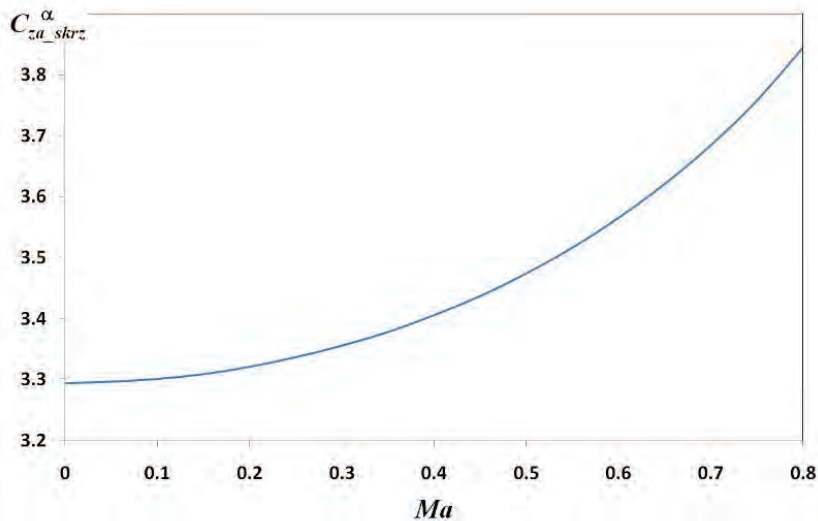
$$f_{s_*} = \frac{S_{zewn}}{S} \cdot 1.07 \cdot \left(1 + \frac{d_{kad/skrz}}{l}\right)^2 = \frac{21}{28} \cdot 1.07 \cdot \left(1 + \frac{1.5}{9.14}\right)^2 = 1.087 \quad (P4.2.4)$$

Ponieważ otrzymana wartość jest większa od jedności, należy przyjąć $f_{s_*} = 1$
- ze wzoru (4.18):

$$\begin{aligned} C_{za_skrz}^{\alpha} &= \frac{2\pi\lambda}{2 + \sqrt{\frac{\lambda^2}{\left(\frac{C_{za_prof}^{\alpha}}{2\pi}\right)^2} (1 + \tan^2 \Lambda_{c_{max}} - Ma^2) + 4}} \cdot f_{s_*} = \\ &= \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 3}{2 + \sqrt{\frac{3^2}{\left(\frac{6.477}{2 \cdot 3.14}\right)^2} (1 + \tan^2 22^{\circ} - Ma^2) + 4}} \cdot 1 = \quad (P4.2.5) \\ &= \frac{18.84}{2 + \sqrt{13.842 - 8.461 Ma^2}} \end{aligned}$$

Dla $Ma = 0$ otrzymuje się $C_{za_skrz}^{\alpha} = 3.293$, zaś dla $Ma = 0.6$ $C_{za_skrz}^{\alpha} = 3.564$.

Na rys. P4.1 pokazano zależność pochodnej $C_{za_skrz}^{\alpha}$ od liczby Macha.



Rys. P4.2.1. Pochodna siły nośnej skrzydła $C_{za_skrz}^{\alpha}$

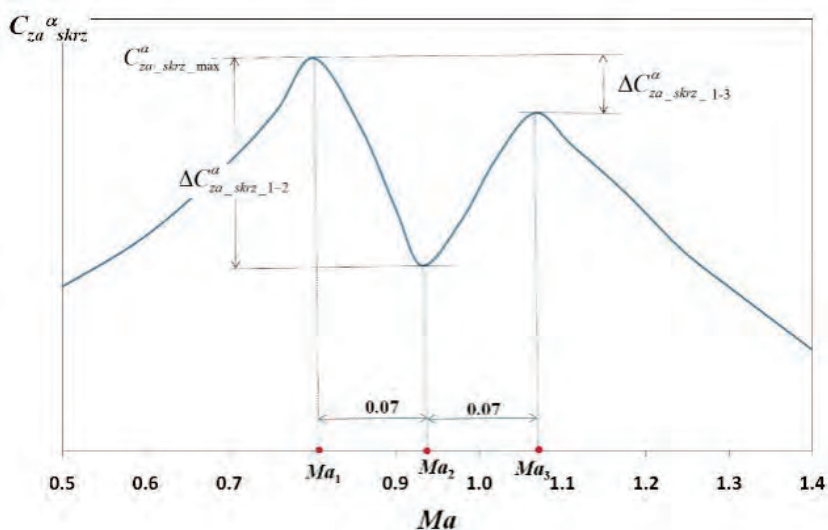
B. Zakres transoniczny

W zakresie transonicznym wzrost liczby Macha silnie wpływa na współczynnik siły nośnej. Wpływ ten zależy od wielu różnych czynników, w tym od geometrii skrzydła i rodzaju profilu skrzydła. Aktualny jednak pozostaje opis zawarty w podrozdz. 2.4. Natomiast pewne informacje można uzyskać na podstawie analizy wzoru (4.15). Wynika z niego, że jeżeli liczba Macha dąży do jedności ($Ma \rightarrow 1$), to wydłużenie λ_w dąży do 0. Z rys. 4.6 i 4.7 mamy zatem wartości $m = 0$ i $k = 2$. Stąd otrzymuje się:

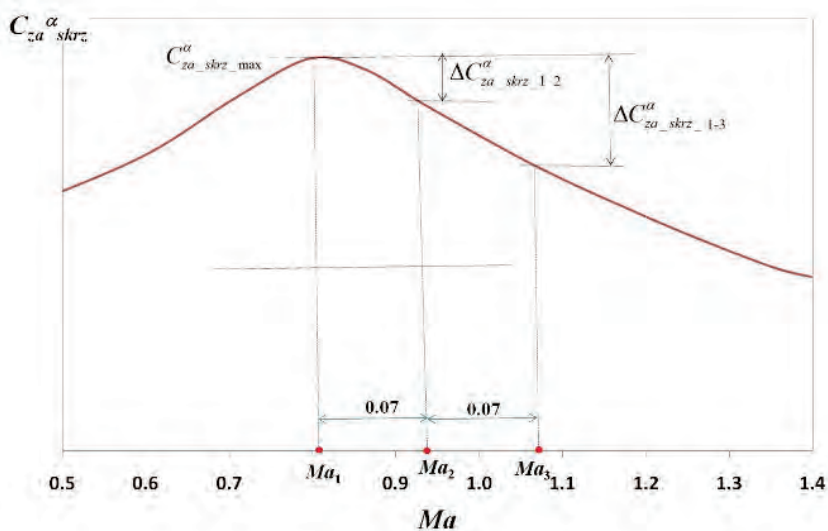
$$C_{za_skrz}^{\alpha} = \frac{\pi\lambda}{2} \quad (4.20)$$

Jest to taka sama wartość jak we wzorze (4.13). Zatem dla skrzydeł o dowolnym wydłużeniu, dla liczb Macha bliskich jedności, wartość pochodnej $C_{za_skrz}^{\alpha}$ jest taka sama jak dla skrzydeł o małym wydłużeniu. Stałość pochodnej oznacza, że dla ustalonej wartości kąta natarcia współczynnik siły nośnej skrzydła będzie stały dla liczb Macha bliskich jedności.

W zakresie transonicznym przebieg pochodnej $C_{za_skrz}^{\alpha}$ silnie zależy od kształtu skrzydła i grubości profili. Poglądowo pokazano to na rys. 4.8.



skrzydła o dużym wydłużeniu

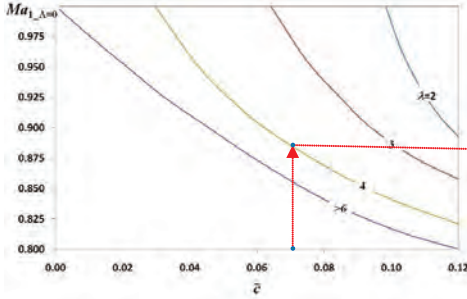


skrzydła o małym wydłużeniu

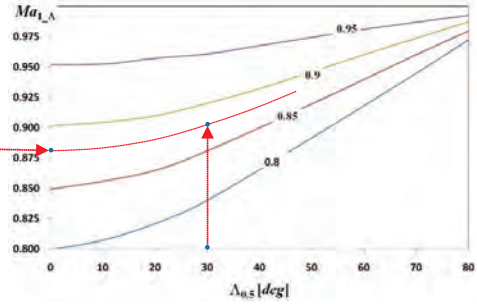
Rys. 4.8. Pochodna C_{za}^{α} w zakresie transonicznym

Dla skrzydła o małym skosie i dużym wydłużeniu obserwuje się szybkie zmiany pochodnej C_{za}^{α} w zakresie transonicznym. Do liczby Macha Ma_1 po-

chodna ta rośnie i może być obliczona z zależności dotyczących zakresu poddźwiękowego. Dla Ma_1 osiąga ona wartość $C_{za_skrz_max}^\alpha$. Wartość Ma_1 zależy od wydłużenia skrzydła i grubości profilu. Dla skrzydła prostego można ją odczytać z rys. 4.9. Jeżeli skrzydło jest skośne, to dodatkowo należy wykorzystać rys. 4.10. Na rysunkach tych pokazano sposób określenia tej liczby dla skrzydła o wydłużeniu $\lambda = 4$, grubości względnej profilu $\bar{c} = 0.07$ i kącie skosu $\Lambda_{0.5} = 30^\circ$.



Rys. 4.9. Liczba Macha Ma_1 skrzydła prostego



Rys. 4.10. Liczba Macha Ma_1 skrzydła skośnego

Po przekroczeniu Ma_1 obserwuje się spadek wartości $C_{za_skrz}^\alpha$. Minimum jest osiągane dla:

$$Ma_2 = Ma_1 + 0.07 \quad (4.21)$$

Powyżej Ma_2 pochodna $C_{za_skrz}^\alpha$ rośnie aż do:

$$Ma_3 = Ma_2 + 0.07 \quad (4.22)$$

Liczba Macha Ma_3 jest większa od jedności. Powyżej tej liczby $C_{za_skrz}^\alpha$ maleje i zmienia się jak dla zakresu naddźwiękowego.

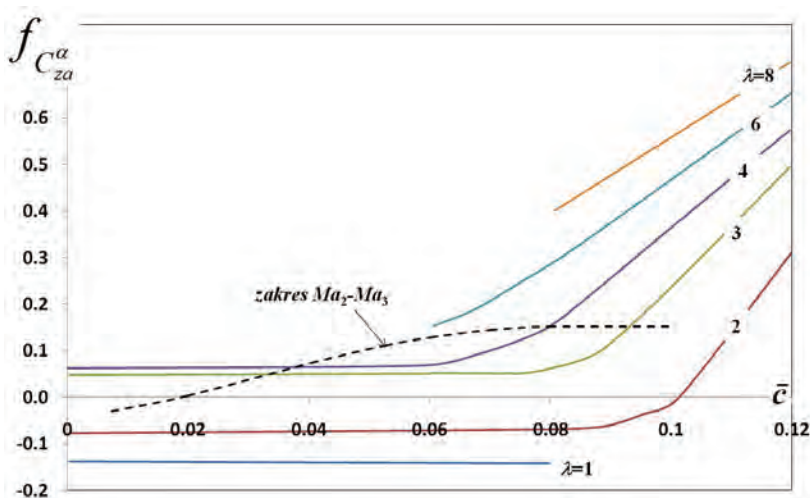
Zakres zmian pochodnej $C_{za_skrz}^\alpha$ obliczyć można ze wzoru:

$$\Delta C_{za_skrz}^\alpha = f_{C_{za}^\alpha} \cdot C_{za_skrz_max}^\alpha \quad (4.23)$$

Dla spadku $\Delta C_{za_skrz_1-2}^\alpha$ pomiędzy Ma_1 i Ma_2 współczynnik $f_{C_{za}^\alpha}$ zależy od grubości względnej profilu i wydłużenia skrzydła. Natomiast na spadek

$\Delta C_{za_skrz_1-3}^\alpha$ (dotyczący zakresu od Ma_1 do Ma_3) ma wpływ tylko grubość względna profilu. Współczynnik $f_{C_{za}^\alpha}$ występujący we wzorze (4.23) pokazano na rys. 4.11. Przebieg $f_{C_{za}^\alpha}$ odnoszący się do zakresu $Ma_1 \div Ma_3$ wykreślono linią przerywaną.

Z rys. 4.11 wynika, że zmniejszając wydłużenie i stosując cieńsze profile, można zredukować efekt spadku pochodnej $C_{za_skrz}^\alpha$ pomiędzy liczbami Macha Ma_1 i Ma_2 .



Rys. 4.11. Współczynnik $f_{C_{za}^\alpha}$

Przykład 4.3

Oblicz pochodną $C_{za_skrz}^\alpha$ samolotu w zakresie transonicznym dla danych zgodnych z przykładem 1.1 i 2.4.

Rozwiązanie:

Z rys. 4.9 wynika, że dla $\bar{c} = 0.04$ i $\lambda = 3$ liczba Macha początku spadku przebiegu $C_{za_skrz}^\alpha$ jest równa $Ma_{1_A=0} = 1$. Zatem również mamy $Ma_{1_A=40} = 1$. Zgodnie z (4.21) i (4.22) jest:

$$\begin{aligned} Ma_2 &= Ma_{1_A=40} + 0.07 = 1 + 0.07 = 1.07, \\ Ma_3 &= Ma_2 + 0.07 = 1.07 + 0.07 = 1.14 \end{aligned} \quad (P4.3.1)$$

- Dla liczby Macha $Ma_{1_{\Lambda=40}} = 1$ wykorzystując wzór (P4.2.5), oblicza się wartość maksymalną pochodnej:

$$\begin{aligned} C_{za_skrz_max}^{\alpha} &= \frac{18.84}{2 + \sqrt{13.842 - 8.461 Ma^2}} = \\ &= \frac{18.84}{2 + \sqrt{13.842 - 8.461 \cdot 1^2}} = 4.361 \end{aligned} \quad (P4.3.2)$$

- Dla $Ma_2 = 1.07$ z rys. 4.11 dla $\bar{c} = 0.04$ i $\lambda = 3$ mamy $f_{C_{za}^{\alpha}} = 0.05$. Ze wzoru (4.23):

$$\Delta C_{za_skrz}^{\alpha} = f_{C_{za}^{\alpha}} \cdot C_{za_skrz_max}^{\alpha} = 0.05 \cdot 4.361 = 0.218 \quad (P4.3.3)$$

Zatem wartość pochodnej jest równa:

$$\left(C_{za_skrz}^{\alpha} \right)_{Ma_2} = C_{za_skrz_max}^{\alpha} - \Delta C_{za_skrz}^{\alpha} = 4.361 - 0.218 = 4.143 \quad (P4.3.4)$$

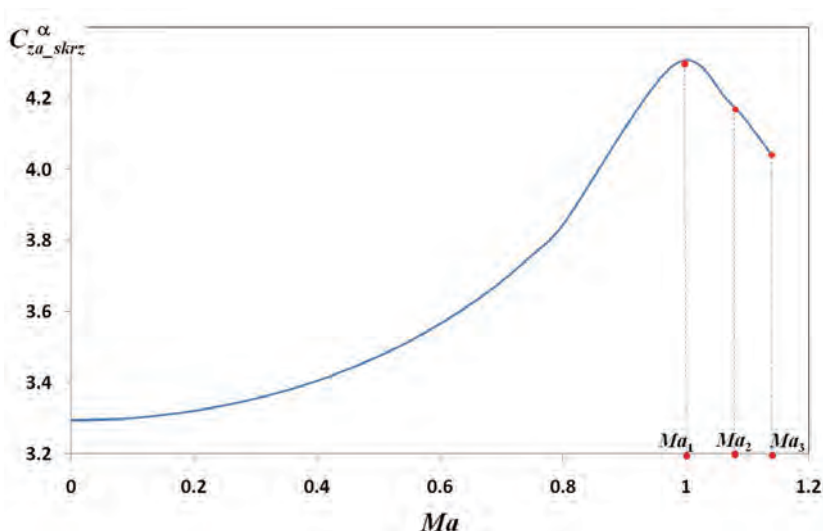
Dla $Ma_3 = 1.14$ z rys. 4.11 dla $\bar{c} = 0.04$ mamy $f_{C_{za}^{\alpha}} = 0.074$. Ze wzoru (4.23):

$$\Delta C_{za_skrz}^{\alpha} = f_{C_{za}^{\alpha}} \cdot C_{za_skrz_max}^{\alpha} = 0.074 \cdot 4.361 = 0.323 \quad (P4.3.5)$$

Zatem wartość pochodnej jest równa:

$$\left(C_{za_skrz}^{\alpha} \right)_{Ma_3} = C_{za_skrz_max}^{\alpha} - \Delta C_{za_skrz}^{\alpha} = 4.361 - 0.323 = 4.039 \quad (P4.3.6)$$

Na rys. P4.3.1 pokazano ponownie przebieg pochodnej $C_{za_skrz}^{\alpha}$ z rys. P4.2.1, który uzupełniono o punkty odnoszące się do obliczonych powyżej liczb Macha.



Rys. P4.3.1. Pochodna siły nośnej skrzydła $C_{za_skrz}^{\alpha}$

Omówiony powyżej sposób obliczania pochodnej $C_{za_skrz}^{\alpha}$ ma zastosowanie do liczby Macha $Ma = 1.4$. W praktyce, w zakresie transonicznym, wartość pochodnej $C_{za_skrz}^{\alpha}$ otrzymuje się poprzez płynne połączenie przebiegów $C_{za_skrz}^{\alpha}(Ma)$ otrzymanych dla zakresów poddźwiękowego i naddźwiękowego. Należy mieć na uwadze, że skrzydła o dużej grubości względnej profili i bez skosu będą miały gwałtowniejszy spadek siły nośnej niż skrzydła skośne o cienkich profilach.

C. Zakres naddźwiękowy

Metoda I

Dla czysto naddźwiękowego przepływu ($Ma > 1 / \cos \Lambda_0$) do obliczenia pochodnej $C_{za_skrz}^{\alpha}$ stosuje się teoretyczną zależność:

$$C_{za_skrz}^{\alpha} = f \cdot \frac{4}{\sqrt{Ma^2 - 1}} \quad (4.24)$$

Występujący we wzorze ułamek dotyczy płaskiej płytki pozostającej w opływie naddźwiękowym. Natomiast współczynnik korekcyjny f zależny jest od parametrów geometrycznych skrzydła – zbieżności η , wydłużenia λ , kąta skosu skrzydła Λ oraz od liczby Macha. W ogólnym przypadku jego wyznaczenie wiąże się z koniecznością obliczania całek eliptycznych 2. rodzaju. Na rys. 4.12 pokazano

wartości tego współczynnika dla skrzydeł o różnej zbieżności η . Widać, że wraz ze wzrostem liczby Macha, bez względu na kształt skrzydła, wartość współczynnika f dąży do wartości $f = 1$. Zatem zwiększanie liczby Macha powoduje, że wartość pochodnej $C_{za_skrz}^\alpha$ zbliża się do pochodnej otrzymanej dla płaskiej płytki pozostającej w opływie naddźwiękowym.

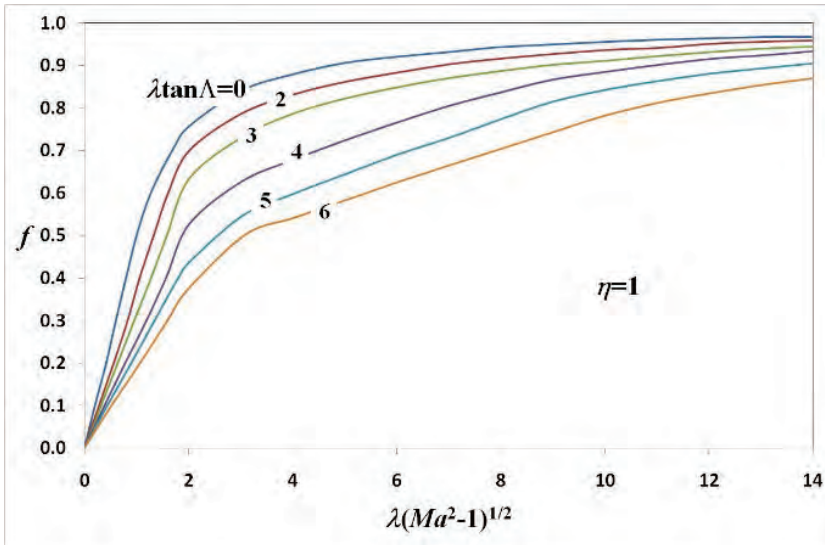
W przypadku naddźwiękowej krawędzi natarcia dla skrzydeł skośnych o zbieżności $\eta = 1$ można zastosować teoretycznie otrzymany wzór:

$$C_{za_skrz}^\alpha = 2c_{1n} \cos \Lambda_0 + c_{2n} H \quad (4.25)$$

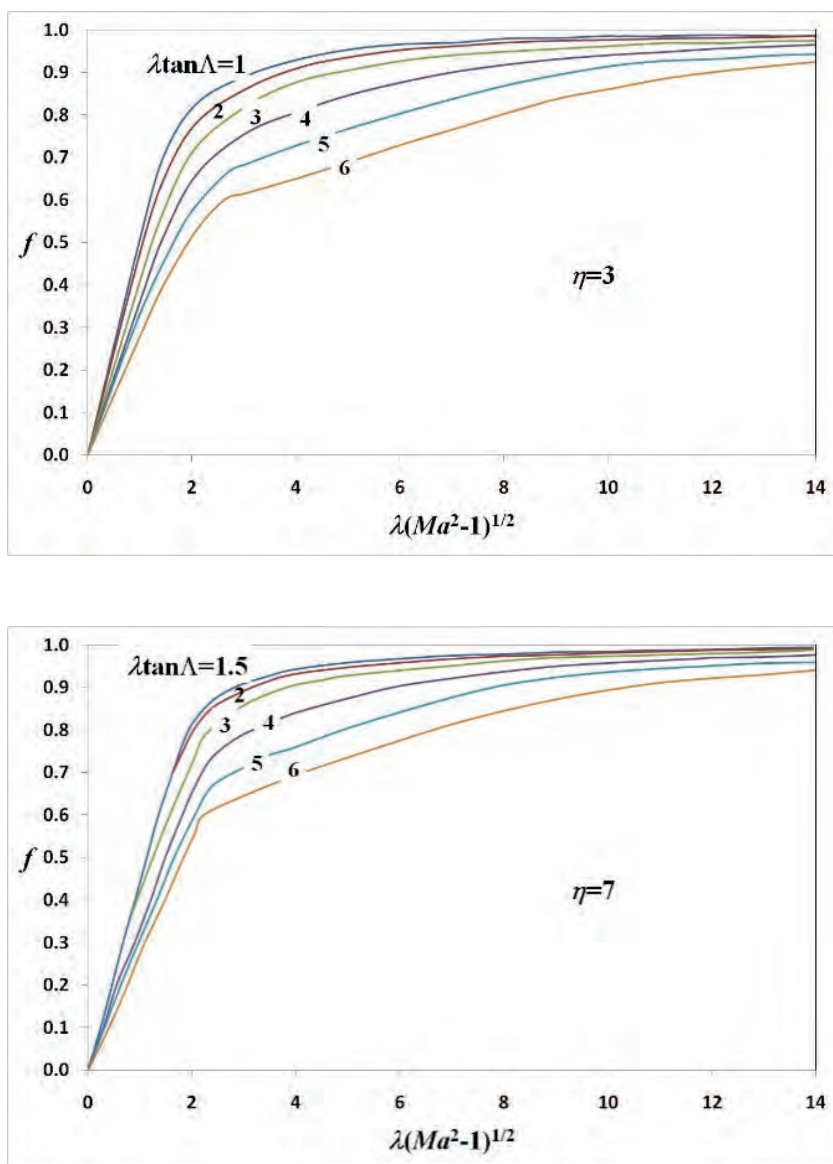
H oblicza się ze wzoru (2.53). Jeżeli górny i dolny obrys profilu zbiegają się w jednym punkcie, to $H = 0$. Współczynniki c_{1n} i c_{2n} są odpowiednio równe:

$$c_{1n} = \frac{2}{\sqrt{Ma^2 \cos^2 \Lambda_0 - 1}} \quad (4.26)$$

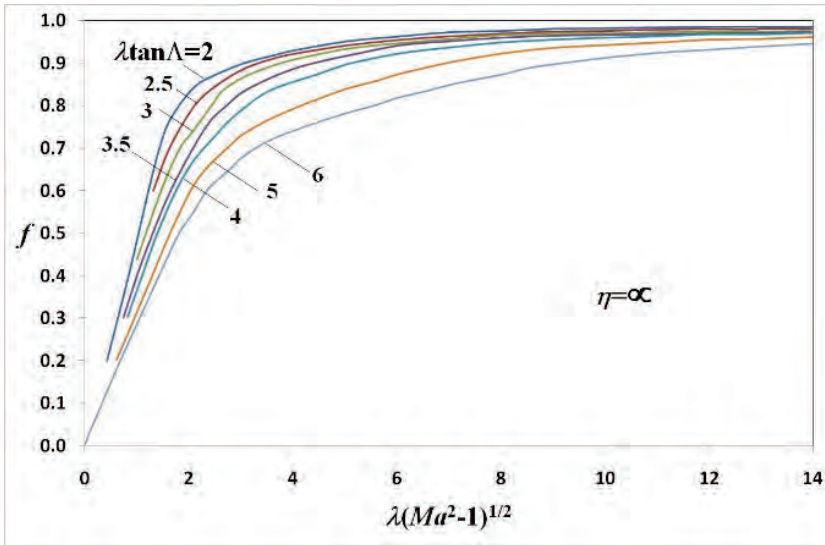
$$c_{2n} = \frac{1.2Ma^4 \cos^4 \Lambda_0 - 2Ma^2 \cos^2 \Lambda_0 + 2}{(Ma^2 \cos^2 \Lambda_0 - 1)^2},$$



Rys. 4.12. Współczynnik korekcyjny f do obliczania $C_{z_skrz}^\alpha$ w zakresie naddźwiękowym dla skrzydeł o różnej zbieżności



Rys. 4.12. cd. Współczynnik korekcyjny f do obliczania $C_{z_skrz}^\alpha$ w zakresie nadźwiękowym dla skrzydeł o różnej zbieżności



Rys. 4.12. cd. Współczynnik korekcyjny f do obliczania $C_{z_skrz}^\alpha$ w zakresie naddźwiękowym dla skrzydeł o różnej zbieżności

Metoda II

W literaturze można również znaleźć inne metody określania pochodnej $C_{za_skrz}^\alpha$. Ponieważ w zakresie prędkości naddźwiękowych rozkład ciśnień na profilu jest zasadniczo inny niż w zakresie poddźwiękowym, to zamiast siły nośnej rozpatruje się siłę normalną, która jest prostopadła do płaszczyzny skrzydła. Dotyczy jej współczynnik C_z . Tak jak wynika to ze wzoru 2.9, dla małych kątów natarcia jest on bliski współczynnikowi C_{za} . Dlatego pochodne obu współczynników – siły nośnej $C_{za_skrz}^\alpha$ i siły normalnej $C_{z_skrz}^\alpha$ – są sobie bliskie. Jedną z metod obliczania pochodnej $C_{z_skrz}^\alpha$ bazuje na szeregu wykresów opracowanych na podstawie badań dla skrzydeł o różnym kształcie. Pokazano je na rys. 4.13 dla skrzydeł skośnych i na rys. 4.14 dla skrzydeł prostych. Wykresy te nie uwzględniają kształtu noska profilu skrzydła. Metoda jest poprawna dla liczb Macha $Ma > 1.4$.

Dla skrzydeł skośnych korzysta się z lewej strony wykresów – jeżeli $\beta/\tan\Lambda_0 < 1$, lub z prawej – gdy $\tan\Lambda_0/\beta < 1$. Dla skrzydła prostokątnego lewa strona wykresu dotyczy przypadku $\lambda\beta < 1$ zaś prawa ma zastosowanie, gdy $1/(\lambda\beta) < 1$. Wyznaczona wartość $C_{z_skrz}^\alpha$ musi być zmodyfikowana, jeżeli krawędź natarcia skrzydła staje się naddźwiękowa. Wielkość modyfikacji zależy od kształtu

noska profili skrzydła. W celu modyfikacji wprowadza się współczynnik poprawkowy $f_{C_z^\alpha}$. Pokazano go na rys. 4.15. Lewa strona tego wykresu dotyczy przypadku, gdy $\beta/\tan\Lambda_0 < 1$, zaś prawa, gdy $\tan\Lambda_0/\beta < 1$. Wartość współczynnika $f_{C_z^\alpha}$ zależy od kształtu krawędzi natarcia. Parametrem, w oparciu o który klasyfikuje się „ostrość” krawędzi natarcia, jest różnica położenia dwóch punktów leżących na górnej powierzchni profilu. Odpowiadają one 0.15% i 6% cięciwy aerodynamicznej. Różnica ta jest odniesiona do długości cięciwy. Sposób określenia parametru $\bar{y}$ ilustruje rys. 4.16. Wartość parametru zależy liniowo od grubości profilu:

$$\bar{y} = a \cdot \bar{c} \quad (4.27)$$

Przykładowe wartości współczynnika a podano w tabeli 4.1.

Tabela 4.1

Współczynniki do obliczania parametru $\bar{y}$

<i>Profil</i>	<i>a</i>	<i>Profil</i>	<i>a</i>
NACA 4-cyfrowe NACA 5-cyfrowe	25	NACA serii 66	18.2
NACA serii 63	22	dwuwypukłe	11.7
NACA serii 64	20.5	podwójny klin	5.9
NACA serii 65	19.2		

Znając wartość $\bar{y}$ oblicza się występującą na rysunku wielkość $\Delta y_\perp$:

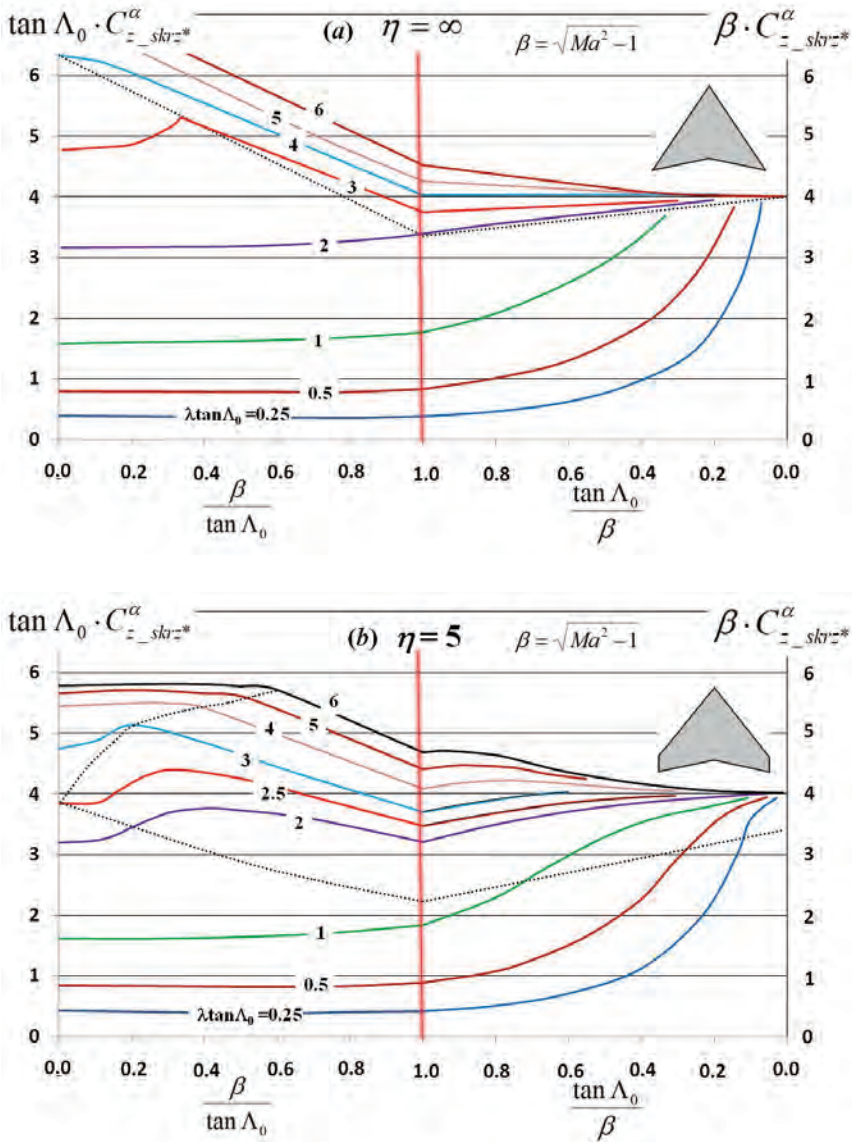
$$\Delta y_\perp = \frac{\bar{y}}{\cos\Lambda_0} \quad (4.28)$$

Po odczytaniu współczynnika $f_{C_z^\alpha}$ można określić $C_{z_skrz}^\alpha$ z uwzględnieniem kształtu noska profilu skrzydła:

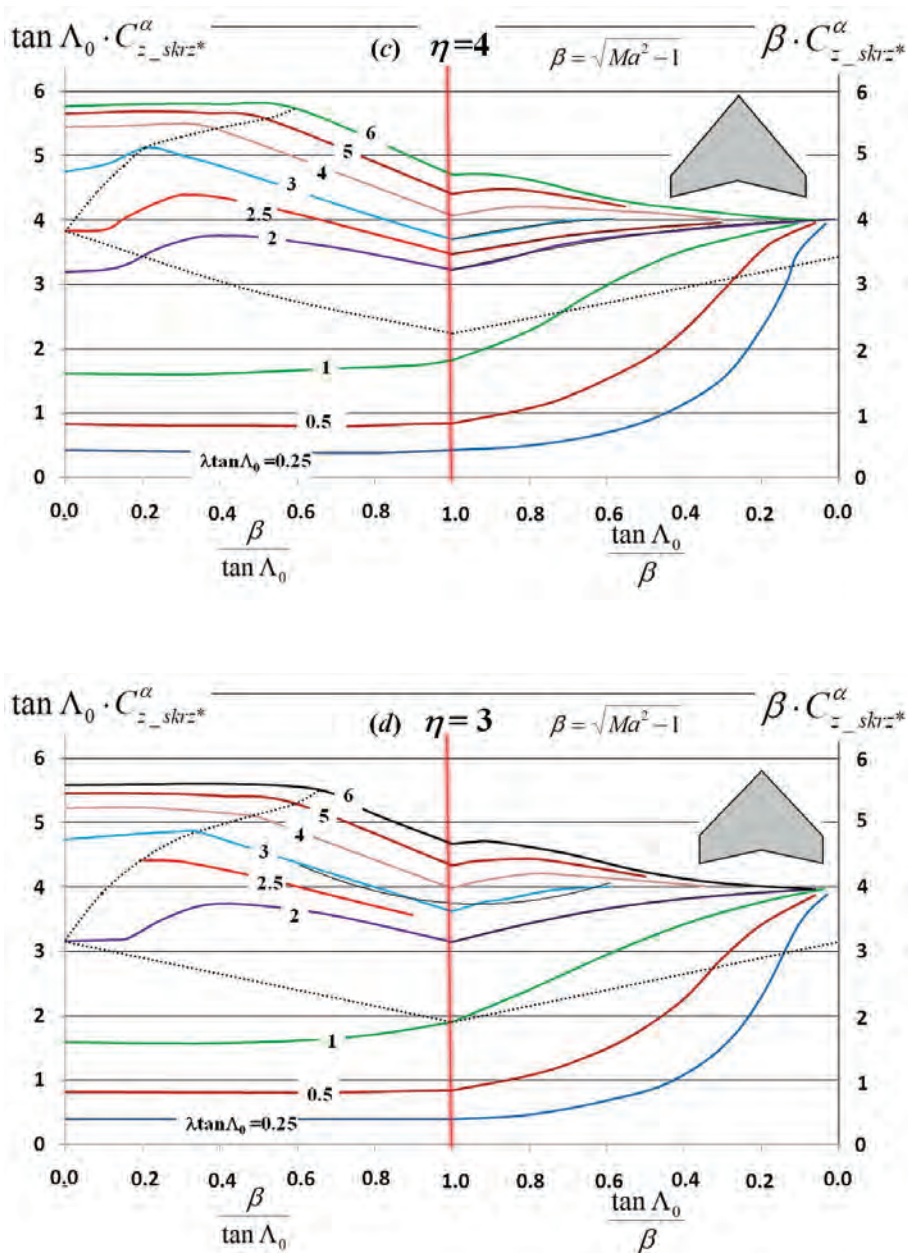
$$C_{z_skrz}^\alpha = f_{C_z^\alpha} \cdot C_{z_skrz}^\alpha \quad (4.29)$$

Dla płaskiej płytki współczynnik $f_{C_z^\alpha}$ jest równy jedności.

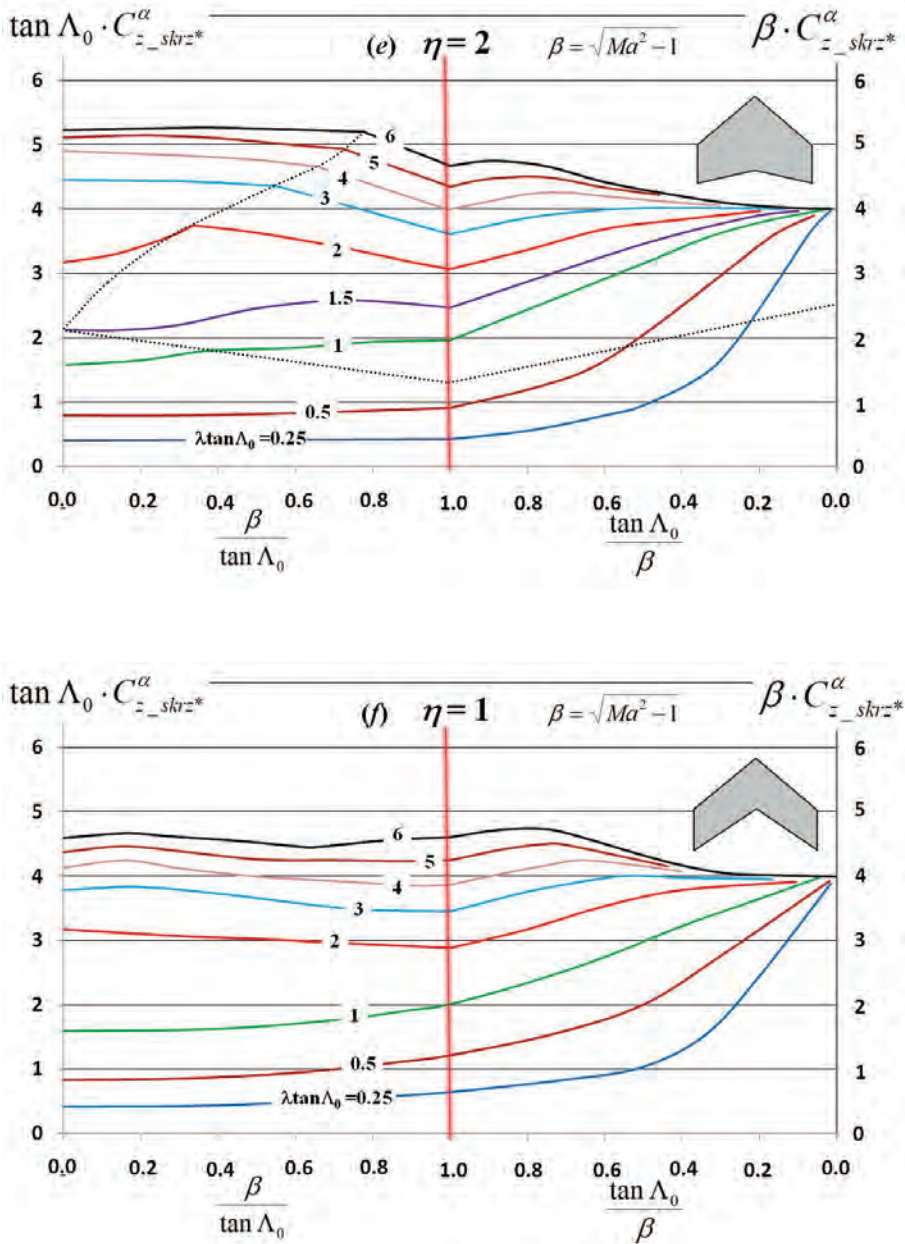
Do obliczania pochodnej $C_{z_skrz}^\alpha$ możliwe jest też zastosowanie specjalizowanego oprogramowania komputerowego z zakresu numerycznej mechaniki płynów.



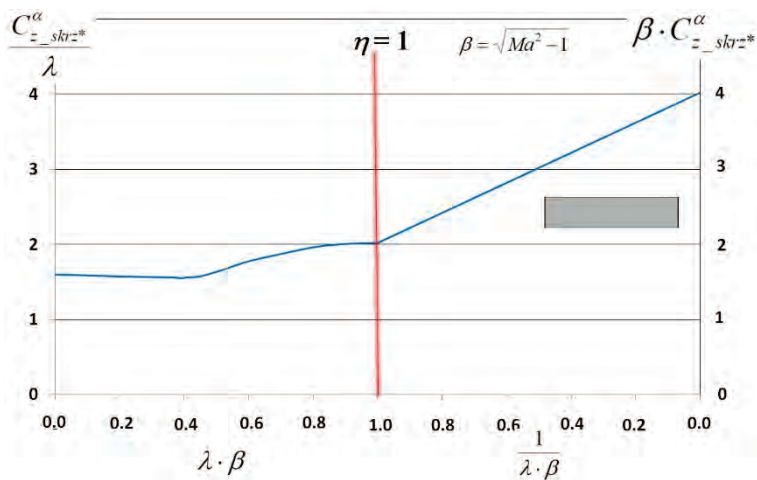
Rys. 4.13. Wykresy do obliczania $C_{z_skrz}^\alpha$ w zakresie nadźwiękowym dla skrzydeł skończonych



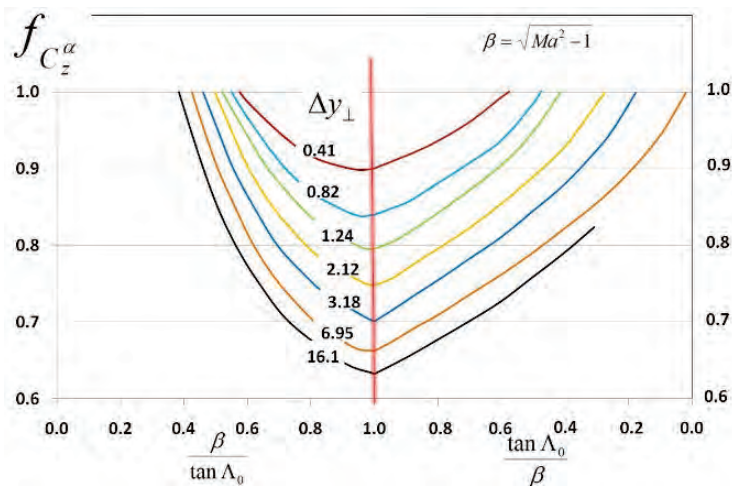
Rys. 4.13. cd. Wykresy do obliczania $C_{z_skrz}^\alpha$ w zakresie nadźwiękowym dla skrzydeł skośnych



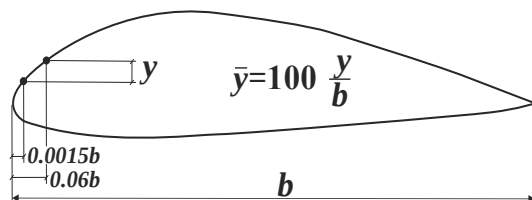
Rys. 4.13. cd. Wykresy do obliczania $C_{z_{skrz}}^{\alpha}$ w zakresie naddźwiękowym dla skrzydeł skośnych



Rys. 4.14. Wykresy do obliczania $C_{z_{skrz}}^{\alpha}$ w zakresie naddźwiękowym dla skrzydeł prostych



Rys. 4.15. Współczynnik poprawkowy $f_{C_z^{\alpha}}$ uwzględniający kształt profilu



Rys. 4.16. Określanie parametru $\bar{y}$

Przykład 4.4

Oblicz pochodną $C_{za_skrz}^\alpha$ skrzydła samolotu w zakresie naddźwiękowym dla danych zgodnych z przykładem 1.1 i 2.4.

Rozwiązanie:

Metoda I

Obliczenia oparte są na rys. 4.12. Aby je wykonać, należy odczytać wartości współczynnika f dotyczące wartości:

$$\lambda \tan \Lambda_0 = 3 \cdot \tan 40^\circ = 2.52 \quad (\text{P4.4.1})$$

Obliczenia zostaną pokazane dla $Ma = 1.6$. Dla tej liczby Macha:

$$\lambda \sqrt{Ma^2 - 1} = 3 \sqrt{1.6^2 - 1} = 3.747 \quad (\text{P4.4.2})$$

Z rysunku dotyczącego $\eta = 3$ odczytuje się:

- dla $\lambda \tan \Lambda_0 = 2$ $f_2 = 0.898$
- dla $\lambda \tan \Lambda_0 = 3$ $f_3 = 0.868$
- oblicza się wartość dla $\lambda \tan \Lambda_0 = 2.52$:

$$f_I = 0.898 + \frac{0.868 - 0.898}{3 - 2} (2.52 - 2) = 0.883 \quad (\text{P4.4.3})$$

• Z rysunku dotyczącego $\eta = 7$ odczytuje się:

- dla $\lambda \tan \Lambda_0 = 2$ $f_2 = 0.927$
- dla $\lambda \tan \Lambda_0 = 3$ $f_3 = 0.897$
- oblicza się wartość dla $\lambda \tan \Lambda_0 = 2.52$:

$$f_{II} = 0.927 + \frac{0.897 - 0.927}{3 - 2} (2.52 - 2) = 0.911 \quad (\text{P4.4.4})$$

• Oblicza się wartość współczynnika dotyczącą $\eta = 4.16$:

$$f = f_I + \frac{f_{II} - f_I}{7 - 3} (4.16 - 3) = 0.883 + \frac{0.911 - 0.883}{7 - 3} (4.16 - 3) = 0.891 \quad (\text{P4.4.5})$$

- Ze wzoru (4.24) oblicza się współczynnik:

$$C_{za_skrz}^{\alpha} = f \cdot \frac{4}{\sqrt{Ma^2 - 1}} = 0.891 \cdot \frac{4}{\sqrt{1.6^2 - 1}} = 2.854 \quad (P4.4.6)$$

W tabeli poniżej zebrano wynik dotyczące różnych liczb Macha w zakresie naddźwiękowym.

Ma	1.4	1.6	1.8	2.0
$\lambda \sqrt{Ma^2 - 1}$	2.94	3.75	4.49	5.2
f dla $\eta = 3$	0.837	0.883	0.907	0.923
f dla $\eta = 7$	0.872	0.911	0.929	0.939
f dla $\eta = 4.16$	0.847	0.891	0.913	0.927
$C_{za_skrz}^{\alpha}$ (4.24)	3.46	2.854	2.442	2.142

Metoda II

Obliczenia oparte są na rysunkach 4.13 i 4.15. Pokazane zostaną dla liczby Macha $Ma = 1.6$:

$$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1} = \sqrt{1.6^2 - 1} = 1.249 \quad (P4.4.7)$$

$$\frac{\tan \Lambda_0}{\beta} = \frac{\tan 40^\circ}{1.249} = 0.672 \quad (P4.4.8)$$

Otrzymana wartość pokazuje, że należy wykorzystać prawe strony rysunków.

- Z rysunku 4.13 dotyczącego $\eta = 4$ odczytuje się:

$$- \text{ dla } \lambda \tan \Lambda_0 = 2.5 \quad \beta \cdot C_{z_skrz*}^{\alpha} = 3.768$$

$$- \text{ dla } \lambda \tan \Lambda_0 = 3 \quad \beta \cdot C_{z_skrz*}^{\alpha} = 3.981$$

- oblicza się wartość dla $\lambda \tan \Lambda_0 = 2.52$:

$$(\beta \cdot C_{z_skrz*}^{\alpha})_I = 3.768 + \frac{3.981 - 3.768}{3 - 2.5} (2.52 - 2.5) = 3.775 \quad (P4.4.9)$$

- Z rysunku 4.13 dotyczącego $\eta = 5$ odczytuje się:

$$- \text{ dla } \lambda \tan \Lambda_0 = 2.5 \quad \beta \cdot C_{z_skrz*}^{\alpha} = 3.791$$

$$- \text{ dla } \lambda \tan \Lambda_0 = 3 \quad \beta \cdot C_{z_skrz*}^{\alpha} = 3.992$$

- oblicza się wartość dla $\lambda \tan \Lambda_0 = 2.52$:

$$(\beta \cdot C_{z_skrz*}^\alpha)_II = 3.791 + \frac{3.992 - 3.791}{3 - 2.5} (2.52 - 2.5) = 3.798 \quad (P4.4.10)$$

- Oblicza się wartość dotyczącą $\eta = 4.16$:

$$\begin{aligned} \beta \cdot C_{z_skrz*}^\alpha &= (\beta \cdot C_{z_skrz*}^\alpha)_I + \frac{(\beta \cdot C_{z_skrz*}^\alpha)_II - (\beta \cdot C_{z_skrz*}^\alpha)_I}{5 - 4} (4.16 - 4) = \\ &= 3.775 + \frac{3.798 - 3.775}{5 - 4} (4.16 - 4) = 3.779 \end{aligned} \quad (P4.4.11)$$

- Stąd:

$$C_{z_skrz*}^\alpha = \frac{\beta \cdot C_{z_skrz*}^\alpha}{\beta} = \frac{3.779}{1.249} = 3.026 \quad (P4.4.12)$$

Dla profilu NACA 64-204 o grubości $\bar{c} = 0.04$ dla $a = 20.5$ (tabela 4.1) oblicza się:

$$\text{– ze wzoru (4.27)} \quad \bar{y} = a \cdot \bar{c} = 20.5 \cdot 0.04 = 0.82 \quad (P4.4.13)$$

$$\text{– ze wzoru (4.28)} \quad \Delta y_\perp = \frac{\bar{y}}{\cos \Lambda_0} = \frac{0.82}{\cos 40^\circ} = 1.07 \quad (P4.4.14)$$

Z rysunku 4.15 (prawa strona) dla $\frac{\tan \Lambda_0}{\beta} = 0.672$ odczytuje się:

$$\text{dla} \quad \Delta y_\perp = 0.82 \quad f_{C_z^\alpha - 1} = 0.915$$

$$\text{dla} \quad \Delta y_\perp = 1.24 \quad f_{C_z^\alpha - 2} = 0.879$$

Dla $\Delta y_\perp = 1.07$ oblicza się wartość współczynnika $f_{C_z^\alpha}$:

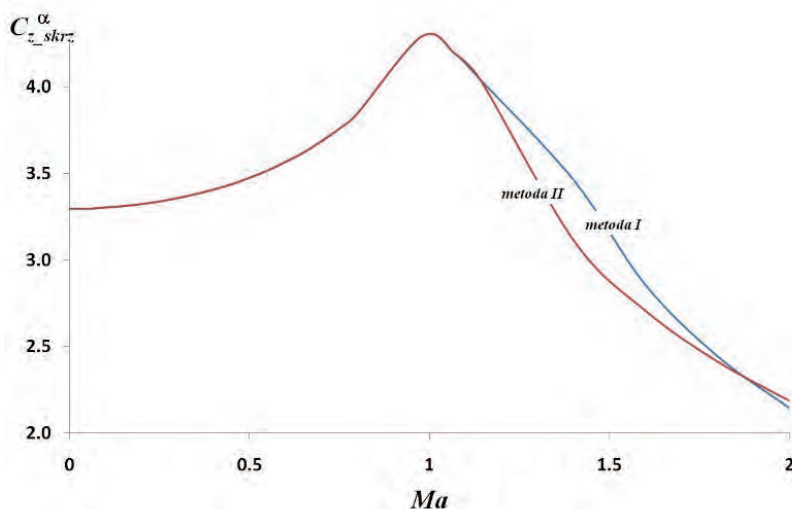
$$\begin{aligned} f_{C_z^\alpha} &= f_{C_z^\alpha - 1} + \frac{f_{C_z^\alpha - 2} - f_{C_z^\alpha - 1}}{1.24 - 0.82} (1.07 - 0.82) = \\ &= 0.915 + \frac{0.879 - 0.915}{1.24 - 0.82} (1.07 - 0.82) = 0.894 \end{aligned} \quad (P4.4.15)$$

Ze wzoru (4.29) oblicza się wartość pochodnej:

$$C_{z_skrz}^{\alpha} = f_{C_z^{\alpha}} \cdot C_{z_skrz*}^{\alpha} = 0.894 \cdot 3.026 = 2.705 \quad (\text{P4.4.16})$$

W tabeli poniżej zebrano wyniki dotyczące różnych liczb Macha w zakresie naddźwiękowym. Natomiast rys. P4.4.1 przedstawia przebieg z rys. P4.3.1 uzupełniony wynikami obliczeń wykonanych metodami I i II dla zakresu naddźwiękowego.

Ma	1.4	1.6	1.8	2
$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1}$	0.98	1.249	1.497	1.732
$\frac{\tan \Lambda_0}{\beta}$	0.856	0.672	0.561	0.484
$\beta \cdot C_{z_skrz*}^{\alpha}$ rys. 4.13	3.624	3.779	3.851	3.891
$C_{z_skrz*}^{\alpha}$	3.70	3.026	2.573	2.247
$f_{C_z^{\alpha}}$ rys. 4.15	0.84	0.894	0.937	0.972
$C_{z_skrz}^{\alpha}$ wz. (4.29)	3.11	2.705	2.412	2.184



Rys. P4.4.1. Pochodna siły nośnej skrzydła $C_{za_skrz}^{\alpha}$

4.1.3. Maksymalna wartość współczynnika siły nośnej skrzydła

Maksymalna wartość współczynnika siły nośnej C_{za_max} zależy przede wszystkim od liczby Reynoldsa i liczby Macha. Wyznaczenie C_{za_max} jest trudne nawet w trakcie badań w tunelu aerodynamicznym. Osiągnięcie założonej wartości tego współczynnika wymaga niekiedy modyfikacji konstrukcji już na etapie lotów testowych. Ponieważ zasadniczym elementem samolotu wytwarzającym siłę nośną jest skrzydło, przyjmuje się, że wartość C_{za_max} samolotu pokrywa się z $C_{za_max_skrz}$.

Maksymalna wartość współczynnika siły nośnej skrzydła zależy m.in. od kształtu krawędzi natarcia. Parametrem, w oparciu o który klasyfikuje się „ostrość” krawędzi natarcia, jest $\bar{y}$ określone wzorem (4.27). Dotyczy go rys. 4.16.

A. Zakres poddźwiękowy

Skrzydła „tępe”

W zakresie poddźwiękowym, dla skrzydeł o dużym wydłużeniu, wartość $C_{za_max_skrz}$ zależy przede wszystkim od kształtu profilu. Mniejsze znaczenie ma kształt skrzydła. Natomiast, jeżeli wydłużenie skrzydła jest małe, to kształt skrzydła staje się istotny. Dla samolotów mających skrzydła o umiarkowanym skosie i dużym wydłużeniu oraz profile o dużym promieniu krawędzi natarcia (duże $\bar{y}$) wartość $C_{za_max_skrz}$ zależy przede wszystkim od charakterystyk profilu. Zakładając zgodność liczb Reynoldsa dla skrzydła i profilu, można przyjąć, że w zakresie poddźwiękowym:

$$C_{za_max_skrz} = 0.9 \begin{cases} C_{za_max_prof} \cos \Lambda_{0,25} & \text{dla } \lambda > 6 \\ C_{za_max_prof} \sqrt{\cos \Lambda_{0,25}} & \text{dla } \lambda < 6 \end{cases} \quad (4.30)$$

Analogicznie do wzoru (4.10) uwzględniono tu, że skos skrzydła zmniejsza wartość współczynnika siły nośnej.

Metoda I – ostra krawędź natarcia, duże wydłużenie

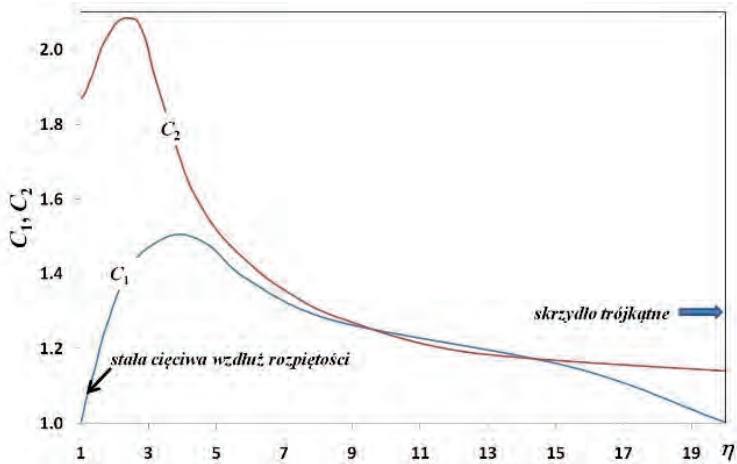
Dla skrzydeł trapezowych, bez skręcenia, mających stały wzdłuż rozpiętości profil o ostrej krawędzi natarcia wartość $C_{za_max_skrz}$ będzie zależna od kształtu górnej powierzchni skrzydła w rejonie krawędzi natarcia. Związane jest to z powstającymi tam wirami. Jeżeli spełniony jest warunek:

$$\lambda > \frac{4}{C_1 \cos \Lambda_0} \quad (4.31)$$

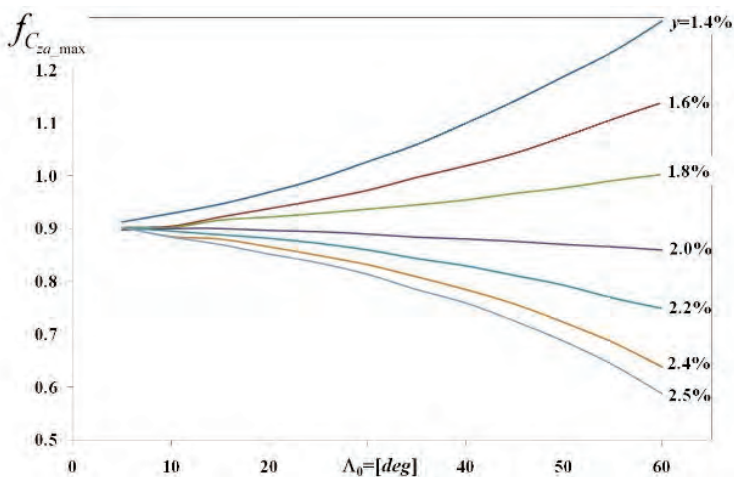
to do obliczenia $C_{za_max_skrz}$ można zastosować następujący wzór:

$$C_{za_max_skrz} = C_{za_max_prof} \cdot f_{C_{za_max}}(\bar{y}, \Lambda_0) + \Delta C_{za_max} \quad (4.32)$$

We wzorze (4.31) wielkość C_1 zależy od zbieżności skrzydła η . Pokazano to na rys. 4.17. Natomiast występujący w (4.32) mnożnik $f_{C_{za_max}}(\bar{y}, \Lambda_0)$ jest współczynnikiem poprawkowym zależnym od skosu krawędzi natarcia i parametru $\bar{y}$. Rysunek 4.18 ilustruje przebieg współczynnika $f_{C_{za_max}}$ dla skrzydła bez skręcenia geometrycznego i aerodynamicznego (stały profil wzdłuż rozpiętości). Dotyczy on zakresu nieściśliwego (dla $Ma = 0.2$). Widać, że małe wartości $\bar{y}$ zwiększają maksymalną wartość $C_{za_max_skrz}$.

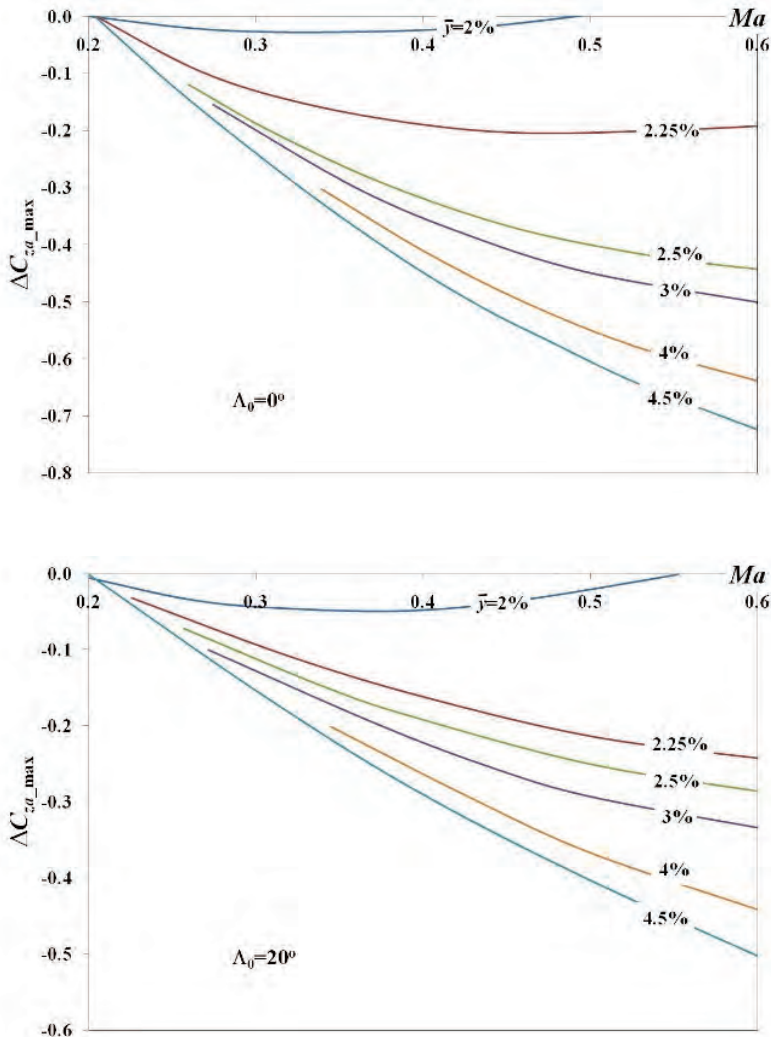


Rys. 4.17. Współczynniki C_1 i C_2

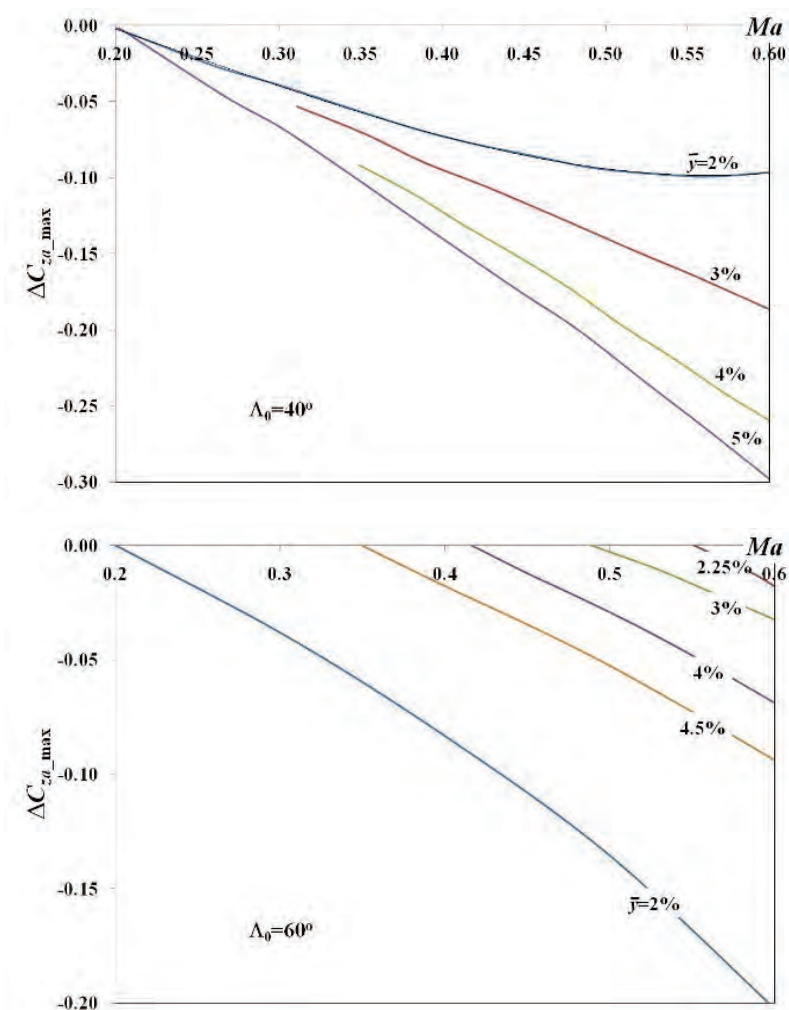


Rys. 4.18. Współczynnik poprawkowy $f_{C_{za_max}}(\bar{y}, \Lambda_0)$

Składnik ΔC_{za_max} zależy od określonego wzorem (4.27) parametru $\bar{y}$, skosu krawędzi natarcia Λ_0 i liczby Macha. Ma on wartość ujemną i uwzględnia się go w zakresie liczb Macha od 0.2 do 0.6. Jego bezwzględna wartość rośnie ze wzrostem $\bar{y}$ i liczby Macha. Pokazano to na rys. 4.19.



Rys. 4.19. Składnik ΔC_{za_max} dla zakresu poddźwiękowego



Rys. 4.19. cd. Składnik ΔC_{z0_max} dla zakresu poddźwiękowego

Metoda II – ostra krawędź natarcia, małe wydłużenie

W przypadku skrzydeł z ostrą krawędzią natarcia i małym wydłużeniem, które spełniają nierówność:

$$\lambda \leq \frac{3}{C_1 \cos \Lambda_0} \quad (4.33)$$

współczynnik maksymalnej siły nośnej jest równy:

$$C_{za_max_skrz} = C_{za_max_bazowe} + \Delta C_{za_max} \quad (4.34)$$

W oparciu o wartości: współczynnika C_1 , wydłużenie skrzydła λ , kąta skosu krawędzi natarcia Λ_0 , liczby Macha i parametru $\bar{y}$ można określić wartość $C_{za_max_bazowe}$, obliczając wcześniej parametr:

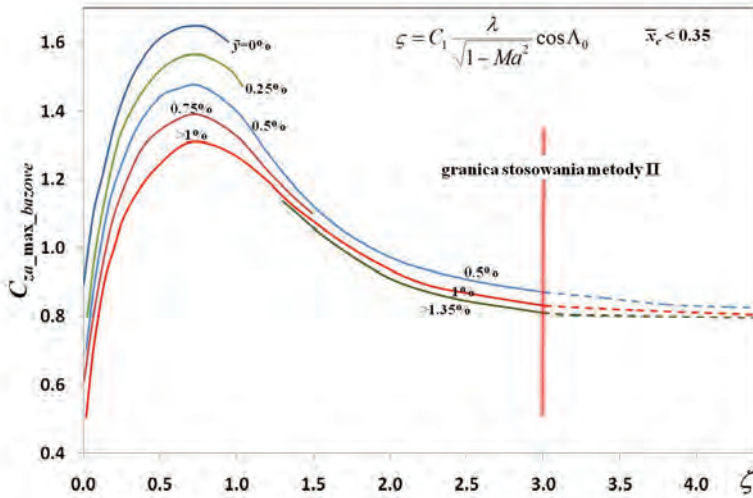
$$\zeta = C_1 \frac{\lambda}{\sqrt{1 - Ma^2}} \cos \Lambda_0 \quad (4.35)$$

Przykładowe przebiegi pokazano na rys. 4.20 dla skrzydeł o symetrycznych profilach i różnym położeniu grubości maksymalnej.

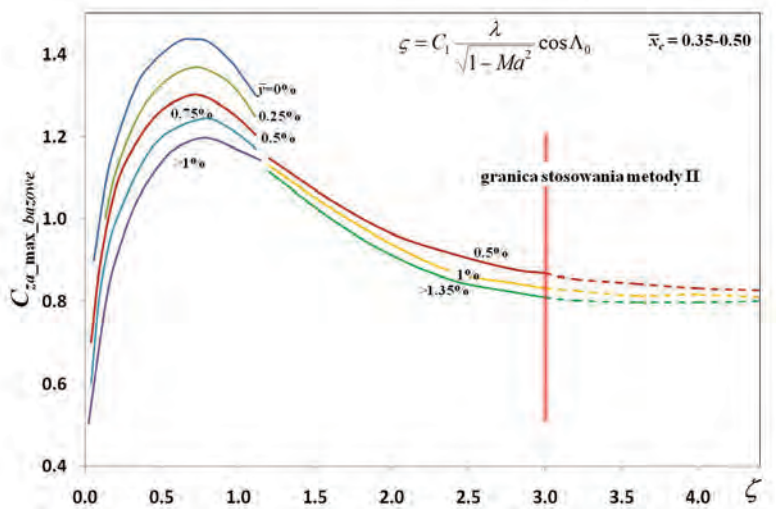
Z kolei występujący w (4.35) przyrost ΔC_{za_max} odczytuje się z wykresu 4.21 dla parametru:

$$\zeta = C_2 \lambda \tan \Lambda_0 \quad (4.36)$$

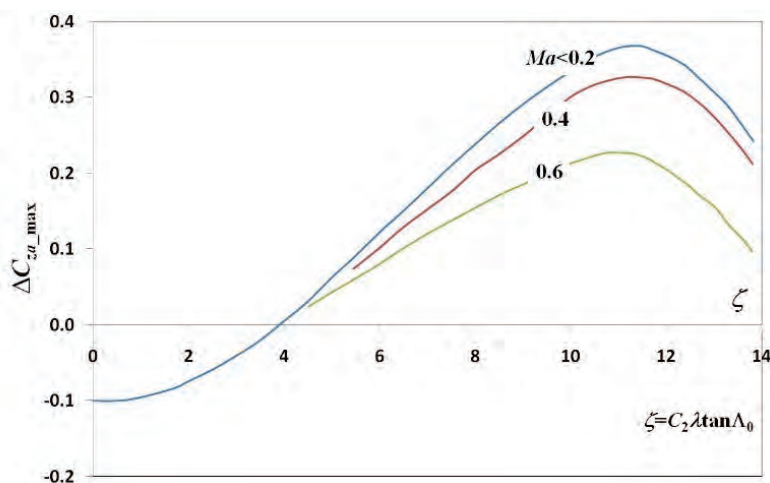
gdzie C_2 bierze się z wykresu na rys. 4.17 w oparciu o wartość zbieżności skrzydła η .



Rys. 4.20. Wartość $C_{za_max_bazowe}$



Rys. 4.20. cd. Wartość $C_{za_max_bazowe}$



Rys. 4.21. Składnik ΔC_{za_max} dla zakresu poddźwiękowego

Jeżeli spełniona jest relacja:

$$\frac{3}{C_1 \cos \Lambda_0} < \lambda < \frac{4}{C_1 \cos \Lambda_0} \quad (4.37)$$

można alternatywnie stosować metodę I lub II.

Przykład 4.5

Oblicz maksymalną wartość współczynnika siły nośnej $C_{za_max_skrz}$ skrzydła samolotu w zakresie poddźwiękowym dla danych zgodnych z przykładem 1.1 i 2.4.

Rozwiązanie:

- Z rys. 4.17 dla $\eta = 4.16$ odczytuje się wartości $C_1 = 1.503$.
- Sprawdza się spełnienie warunków (4.31) i (4.33), obliczając:

$$\begin{aligned}\frac{3}{C_1 \cos \Lambda_0} &= \frac{3}{1.503 \cdot \cos 40^\circ} = 2.606, \\ \frac{4}{C_1 \cos \Lambda_0} &= \frac{4}{1.503 \cdot \cos 40^\circ} = 3.474\end{aligned}\quad (P4.5.1)$$

Widać, że zachodzi relacja (4.37). Zatem do obliczenia $C_{za_max_skrz}$ można wykorzystać obie metody.

Metoda I

- Na podstawie określonej w przykładzie 4.4 wartości parametru $\bar{y} = 0.82$ i rys. 4.18 mamy:

$$f_{C_{za_max}}(\bar{y}, \Lambda_0) = f_{C_{za_max}}(0.82, 40^\circ) = 1.1 \quad (P4.5.2)$$

- Przyjmuje się, że dla profilu NACA 64-204 maksymalna wartość współczynnika siły nośnej jest równa $C_{za_max_prof} = 1.0$.
- Z rys. 4.19 dotyczącego $\Lambda_0 = 40^\circ$ odczytuje się wartości ΔC_{za_max} dla wybranych liczb Macha.

W tabeli poniżej zebrano otrzymane wyniki obliczeń.

Ma	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
$C_{za_max_prof}$	1.0				
$f_{C_{za_max}}$	1.1				
ΔC_{za_max}	$-9.82 \cdot 10^{-4}$	$-1.63 \cdot 10^{-2}$	$-2.98 \cdot 10^{-2}$	$-3.98 \cdot 10^{-2}$	$-3.86 \cdot 10^{-2}$
$C_{za_max_skrz}$	1.1	1.08	1.07	1.06	1.06

Metoda II

Pokazane zostaną obliczenia dla $Ma = 0.4$.

- Z rys. 4.17 dla $\eta = 4.16$ odczytuje się wartości $C_1 = 1.503$ i $C_2 = 1.6563$.
- Oblicza się parametr:

$$\zeta = C_1 \frac{\lambda}{\sqrt{1 - Ma^2}} \cos \Lambda_0 = 1.503 \frac{3}{\sqrt{1 - 0.4^2}} \cos 40^\circ = 3.768 \quad (P4.5.3)$$

- Z rys. 4.20 odnoszącego się do $\bar{x}_c = 0.4$ dla $\zeta = 3.768$ odczytuje się:
dla $\bar{y} = 0.5$ $C_{za_max_bazowe} = 0.825$
dla $\bar{y} = 1.0$ $C_{za_max_bazowe} = 0.811$
dla $\bar{y} = 0.82$ przeprowadza się interpolację:

$$C_{za_max_bazowe} = 0.825 + \frac{0.811 - 0.825}{1 - 0.5} (0.82 - 0.5) = 0.816 \quad (P4.5.4)$$

- Oblicza się parametr:

$$\zeta = C_2 \lambda \tan \Lambda_0 = 1.6563 \cdot 3 \cdot \tan 40^\circ = 4.17 \quad (P4.5.5)$$

Z rys. 4.21 wynika, że bez względu na wartość liczby Macha $\Delta C_{za_max} \approx 0$.
Dlatego na podstawie (4.34) mamy:

$$C_{za_max_skrz} = C_{za_max_bazowe} + \Delta C_{za_max} = 0.816 + 0 = 0.816 \quad (P4.5.6)$$

W tabeli poniżej pokazano wyniki otrzymane dla różnych liczb Macha:

Ma	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
$C_{za_max_skrz}$	0.822	0.82	0.816	0.813	0.811

Otrzymane wartości są mniejsze niż otrzymane metodą I. Należy jednak zwrócić uwagę, że $C_{za_max_bazowe}$ odczytano poza granicą stosowalności metody II.

B. Zakres transoniczny

Dla skrzydeł o dużym wydłużeniu nie ma inżynierskich metod służących obliczeniu maksymalnej wartości współczynnika siły nośnej. Natomiast dla skrzydeł o małym wydłużeniu, które zbudowane są oparciu o profile symetryczne, w zakresie liczb Macha od 0.6 do 1.2 wartość C_{za_max} można określić, powiększając C_{za_max} uzyskane dla $Ma = 0.6$ o przyrost zależny od geometrii skrzydła:

$$C_{za_max} = (C_{za_max})_{Ma=0.6} + \Delta C_{za_max} \quad (4.38)$$

$(C_{za_max})_{Ma=0.6}$ oblicza się w oparciu o metodę dotyczącą zakresu poddźwiękowego.

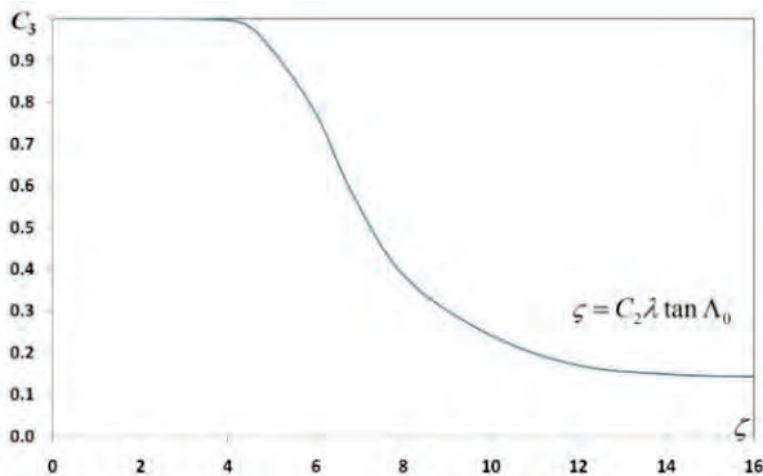
Aby określić przyrost ΔC_{za_max} , należy:

– obliczyć parametr: $\zeta = C_2 \lambda \tan \Lambda_0$ (4.39)

– z rys. 4.22 odczytać odpowiadającą mu wartość współczynnika C_3 ;

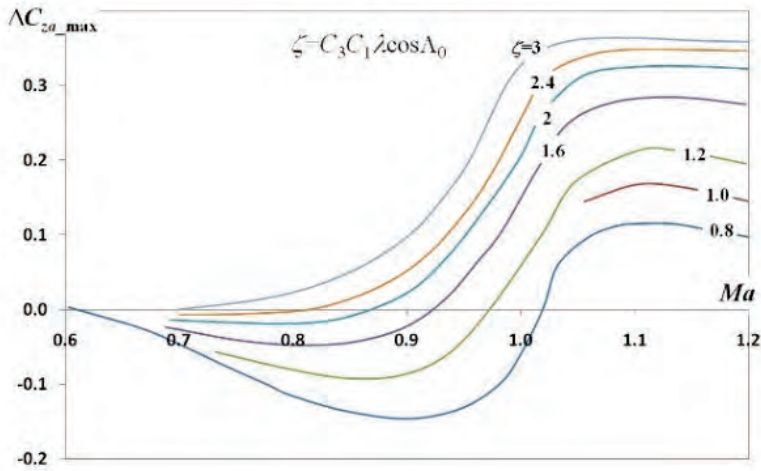
– obliczyć parametr: $\zeta = C_3 C_1 \lambda \cos \Lambda_0$ (4.40)

– odczytać z rys. 4.23¹ odpowiadającą mu oraz liczbie Macha wartość ΔC_{za_max}



Rys. 4.22. Współczynnik korekcyjny C_3

¹ Rysunek dotyczy skrzydeł z profilami symetrycznymi w zakresie liczb Reynoldsa $1 \cdot 10^6 \div 15 \cdot 10^6$



Rys. 4.23. Składnik ΔC_{za_max} w zakresie transonicznym

Przykład 4.6

Oblicz maksymalną wartość współczynnika siły nośnej $C_{za_max_skrz}$ skrzydła samolotu w zakresie transonicznym dla danych zgodnych z przykładem 1.1 i 2.4.

Rozwiązanie:

Pokazane zostaną obliczenia dla $Ma = 1.0$.

W przykładzie 4.5 określono wartości $C_1 = 1.503$ i $C_2 = 1.6563$.

- Z (4.39) oblicza się parametr:

$$\zeta = C_2 \lambda \tan \Lambda_0 = 1.6563 \cdot 3 \cdot \tan 40^\circ = 4.17 \quad (P4.6.1)$$

- Z rys. 4.22 odczytuje się $C_3 = 0.988$.
- Z (4.40) oblicza się parametr:

$$\zeta = C_3 C_1 \lambda \cos \Lambda_0 = 0.988 \cdot 1.503 \cdot 3 \cdot \cos 40^\circ = 3.412 \quad (P4.6.2)$$

- Ekstrapolując przebiegi z rys. 4.23, otrzymano $\Delta C_{za_max} = 0.378$.

W przykładzie 4.5 obliczono $(C_{za_max})_{Ma=0.6} = 1.06$. Zatem z (4.38) mamy:

$$C_{za_max} = (C_{za_max})_{Ma=0.6} + \Delta C_{za_max} = 1.06 + 0.378 = 1.438 \quad (P4.6.3)$$

W tabeli poniżej zebrano wyniki odnoszące się do innych liczb Macha z zakresu transonicznego.

Ma	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
ΔC_{za_max}	0.04	0.12	0.378	0.372	0.364
$C_{za_max_skrz}$	1.1	1.18	1.438	1.432	1.424

C. Zakres naddźwiękowy

W zakresie prędkości transonicznych i naddźwiękowych wartość $C_{za_max_skrz}$ często wynika nie z cech aerodynamicznych skrzydła, ale z ograniczeń wytrzymałościowych, trudności w sterowaniu i zagrożenia powstawaniem drgań konstrukcji. Wartość $C_{za_max_skrz}$ zależy od liczby Macha i pochodnej $C_{z_skrz}^\alpha$. Eksperymentalne przebiegi pokazano na rys. 4.24.

Można je aproksymować wielomianem

$$C_{za_max_skrz} = \frac{a}{Ma^3} + \frac{b}{Ma^2} + \frac{c}{Ma} + d \quad (4.41)$$

Współczynniki wielomianu zależą od parametru:

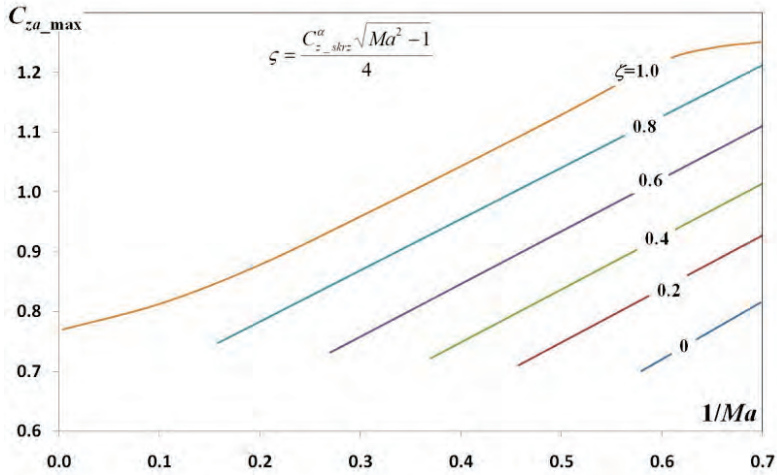
$$\zeta = \frac{C_{z_skrz}^\alpha \sqrt{Ma^2 - 1}}{4} \quad (4.42)$$

Ich wartości zawiera tabela.

Tabela 4.2

Wartości współczynników wielomianu do obliczania $C_{za_max_skrz}$

$\zeta = \frac{C_{z_skrz}^\alpha \sqrt{Ma^2 - 1}}{4}$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
a	0	0	0	0	0	-1.679
b	0	0	0	0	0	1.858
c	0.97	0.896	0.885	0.882	0.859	0.218
d	0.138	0.299	0.394	0.493	0.611	0.77



Rys. 4.24. Maksymalny współczynnik siły nośnej C_{za_max} dla zakresu naddźwiękowego

Przykład 4.7

Oblicz maksymalną wartość współczynnika siły nośnej $C_{za_max_skrz}$ skrzydła samolotu w zakresie naddźwiękowym dla danych zgodnych z przykładem 1.1 i 2.4.

Rozwiązanie:

Pokazane zostaną obliczenia dla $Ma = 1.6$. W przykładzie 4.4 określono pochodną $C_{z_skrz}^\alpha = 2.705$. Stąd, na podstawie (4.42):

$$\zeta = \frac{C_{z_skrz}^\alpha \sqrt{Ma^2 - 1}}{4} = \frac{2.705 \sqrt{1.6^2 - 1}}{4} = 0.844 \quad (P4.7.1)$$

Z rysunku 4.24:

– dla $\zeta = 0.8$:

$$\begin{aligned} C_{za_max_skrz} &= \frac{a}{Ma^3} + \frac{b}{Ma^2} + \frac{c}{Ma} + d = \\ &= \frac{0}{1.6^3} + \frac{0}{1.6^2} + \frac{0.859}{1.6} + 0.611 = 1.148 \end{aligned} \quad (P4.7.2)$$

– dla $\zeta = 1.0$:

$$C_{za_max_skrz} = \frac{a}{Ma^3} + \frac{b}{Ma^2} + \frac{c}{Ma} + d =$$

$$= \frac{-1.679}{1.6^3} + \frac{1.858}{1.6^2} + \frac{0.211}{1.6} + 0.77 = 1.218 \quad (P4.7.3)$$

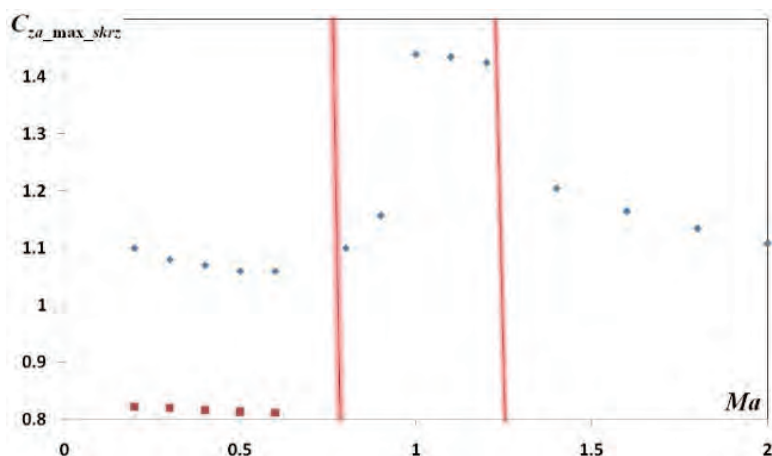
– dla $\zeta = 0.844$ (interpolacja):

$$C_{za_max_skrz} = 1.148 + \frac{1.218 - 1.148}{1 - 0.8} (0.844 - 0.8) = 1.163 \quad (P4.7.4)$$

Wyniki obliczeń dla różnych liczb Macha przedstawiono w tabeli.

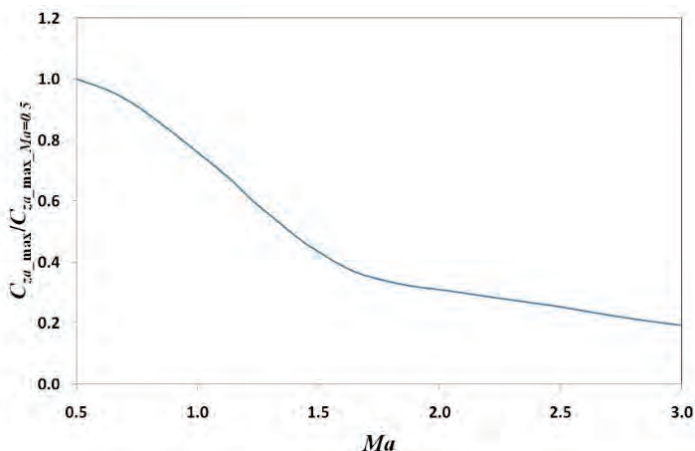
Ma	1.4	1.6	1.8	2
$C_{za_skrz_Ma}^\alpha$	3.11	2.705	2.412	2.184
$\zeta = \frac{C_{z_skrz}^\alpha \sqrt{Ma^2 - 1}}{4}$	0.762	0.884	0.902	0.946
$C_{za_max_skrz}$	1.205	1.164	1.134	1.108

Rysunek P4.7.1 przedstawia obliczone w przykładach P4.5÷P4.7 wartości $C_{za_max_skrz}$.



Rys. P4.7.1. Maksymalny współczynnik siły nośnej C_{za_max}

Do oszacowania wartości C_{za_max} można wykorzystać też rys. 4.25 otrzymany na podstawie analizy danych pomiarowych. Zawiera on przebieg wartości C_{za_max} odniesionej do wartości C_{za_max} uzyskanej dla $Ma = 0.5$. Widać, że nie wykazuje on zmian wartości współczynnika C_{za_max} dotyczących zakresu transonicznego podobnych do pokazanych na rys. P4.7.1.



Rys. 4.25. Zmiana ΔC_{za_max} w zależności od liczby Macha

4.1.4. Krytyczny kąt natarcia skrzydła

A. Zakres poddźwiękowy

Metoda I

Dla skrzydeł o dużym wydłużeniu, spełniających warunek (4.31), krytyczny kąt natarcia można w przybliżeniu obliczyć, zakładając liniową zależność charakterystyki $C_{za}(\alpha)$ aż do tego kąta:

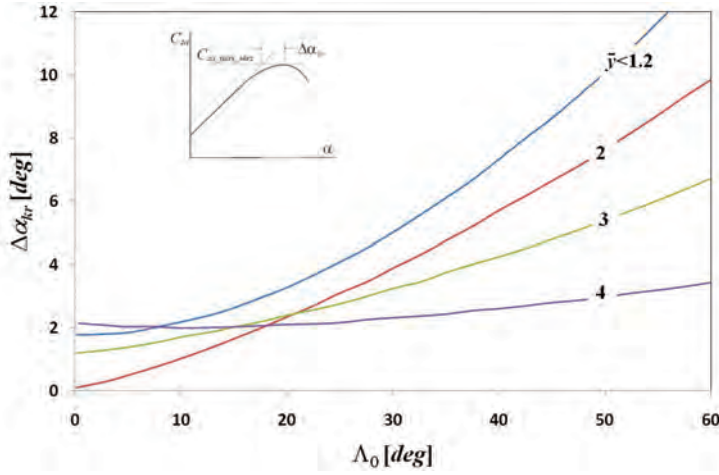
$$\alpha_{kr_skrz} = \frac{C_{za_max_skrz}}{C_{za_skrz}^\alpha} + \alpha_{0_skrz} + \Delta\alpha_{kr} \quad (4.43)$$

gdzie

$C_{za_max_skrz}$ – oblicza się ze wzoru (4.32);

α_{0_skrz} – jest kątem zerowej siły nośnej skrzydła opisanym w rozdziale 4.1.1.

$\Delta\alpha_{kr}$ – jest poprawką wynikającą z efektów nieliniowych dotyczących przepływu wirowego wokół skrzydła. Jej wartość dla zakresu $0.2 \leq Ma \leq 0.6$ można odczytać z rys. 4.26.



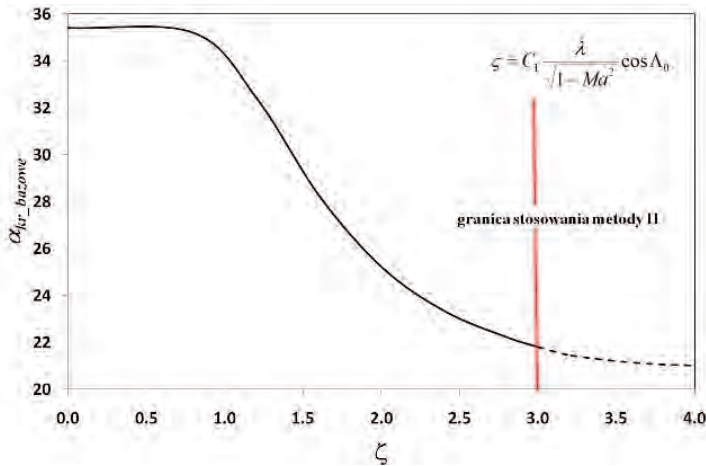
Rys. 4.26. Zmiana $\Delta\alpha_{kr}$ w zależności od liczby Macha

Metoda II

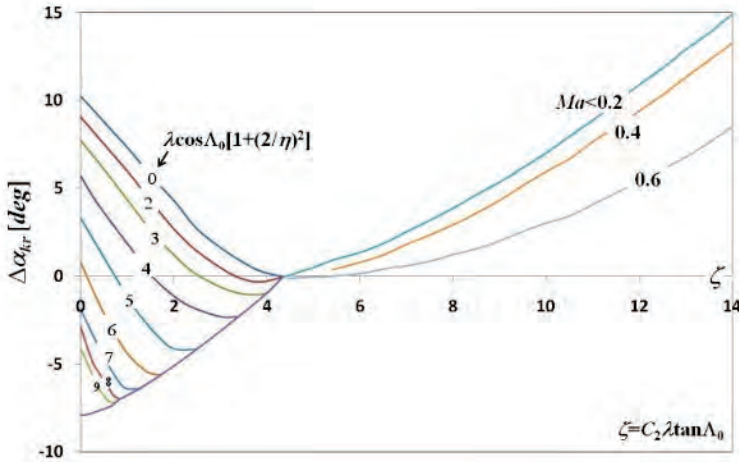
W przypadku skrzydeł z ostrą krawędzią natarcia i o małym wydłużeniu, które spełniają warunek (4.33), krytyczny kąt natarcia oblicza się z zależności:

$$\alpha_{kr_skrz} = \alpha_{kr_bazowe} + \Delta\alpha_{kr} \quad (4.44)$$

Wartość kąta bazowego odczytać można z rys. 4.27, wykorzystując parametr ζ określony wzorem (4.35), tak jak przy wyznaczaniu $C_{za_max_bazowe}$. Natomiast rys. 4.28 pozwala wyznaczyć przyrost $\Delta\alpha_{kr}$ w oparciu o parametr ζ obliczony ze wzoru (4.36).



Rys. 4.27. Wartość α_{kr_bazowe}



Rys. 4.28. Zmiana $\Delta\alpha_{kr}$ w zależności od liczby Macha

Jeżeli zachodzi relacja (4.37), to do określenia krytycznego kąta natarcia można zastosować zależności (4.43) lub (4.44).

Przykład 4.8

Oblicz kąt α_{kr_skrz} skrzydła samolotu w zakresie poddźwiękowym dla danych zgodnych z przykładem 1.1 i 2.4.

Rozwiązanie:

W przykładzie 4.5 pokazano, że spełniona jest relacja (4.37). Zatem krytyczny kąt natarcia można policzyć ze wzorów (3.43) lub (4.44).

Obliczenia ze wzoru (4.43) dla $Ma = 0.4$

- W przykładzie 4.2 określono wzór pozwalający obliczyć pochodną $C_{za_skrz}^\alpha$:

$$C_{za_skrz}^\alpha = \frac{18.84}{2 + \sqrt{13.842 - 8.461 Ma^2}} = \frac{18.84}{2 + \sqrt{13.842 - 8.461 \cdot 0.4^2}} = 3.404 \quad (P4.8.1)$$

- W przykładzie 4.5 (metoda I) określono wartość $C_{za_max_skrz} = 1.07$.
- W przykładzie 4.1 określono wartość

$$\alpha_{0_skrz} = -3.033 \cdot 10^{-2} rad \quad (-1.74 deg)$$

- W przykładzie 4.4 określono wartość $\bar{y} = 0.82$. Z rys. 4.26 dla $\Lambda_0 = 40^\circ$ odczytuje się $\Delta\alpha_{kr} = 7.32^\circ$.

- Ze wzoru (4.43) oblicza się²:

$$\begin{aligned}\alpha_{kr_skrz} &= \frac{C_{za_max_skrz}}{C_{za_skrz}^\alpha} + \alpha_{0_skrz} + \Delta\alpha_{kr} = \\ &= 57.29 \frac{1.07}{3.404} - 1.74 + 7.32 = 23.59^\circ\end{aligned}\quad (P4.8.2)$$

W tabeli przedstawiono wynik obliczeń dla różnych liczb Macha z zakresu poddźwiękowego.

Ma	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
α_{0_skrz}	-1.74°				
$\Delta\alpha_{kr}$	7.32°				
$C_{za_max_skrz}$	1.1	1.08	1.07	1.06	1.06
$C_{za_skrz}^\alpha$	3.32	3.35	3.404	3.47	3.56
α_{kr_skrz}	24.56°	24.02°	23.59°	23.07°	22.62°

Obliczenia ze wzoru (4.44) dla $Ma = 0.4$

- Z rys. 4.17 dla $\eta = 4.16$ odczytuje się wartości $C_1 = 1.503$ i $C_2 = 1.6563$.
 – Oblicza się parametr:

$$\zeta = C_1 \frac{\lambda}{\sqrt{1 - Ma^2}} \cos \Lambda_0 = 1.503 \frac{3}{\sqrt{1 - 0.4^2}} \cos 40^\circ = 3.768 \quad (P4.8.3)$$

- Z rys. 4.27 odczytuje się $\alpha_{kr_bazowe} = 21.05^\circ$.
 – Oblicza się parametr:

$$\zeta = C_2 \lambda \tan \Lambda_0 = 1.6563 \cdot 3 \cdot \tan 40^\circ = 4.17 \quad (P4.8.4)$$

Z rys. 4.28 wynika, że bez względu na wartość liczby Macha $\Delta\alpha_{kr} \approx 0$. Dlatego na podstawie (4.44) mamy:

$$\alpha_{kr_skrz} = \alpha_{kr_bazowe} + \Delta\alpha_{kr} = 21.05 + 0 = 21.05^\circ \quad (P4.8.5)$$

² Mnożnik „57.29” wynika z przeliczenia radianów na stopnie.

W tabeli poniżej pokazano wyniki otrzymane dla różnych liczb Macha:

Ma	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
$\zeta = C_1 \frac{\lambda}{\sqrt{1-Ma^2}} \cos \Lambda_0$	3.52	3.62	3.77	3.99	4.32
α_{kr_skrz}	21.21°	21.14°	21.05°	20.96°	20.90°

Otrzymane wartości są mniejsze niż otrzymane w metodzie I. Należy jednak zwrócić uwagę, że α_{kr_bazowe} odczytano poza granicą stosowalności metody II.

B. Zakres transoniczny

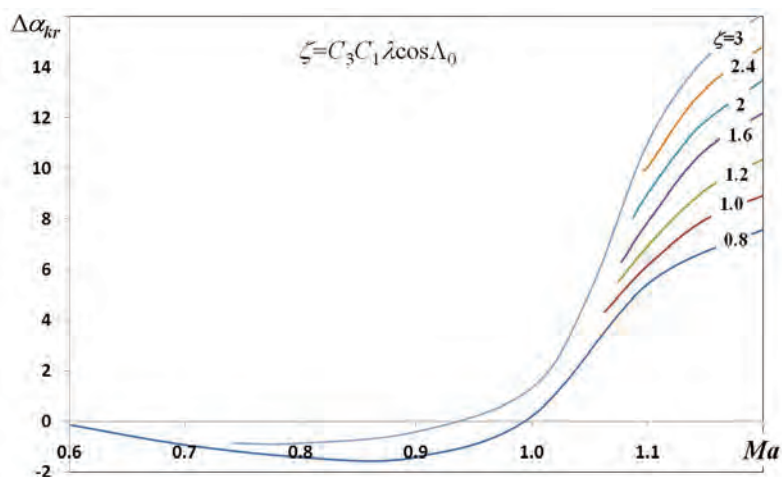
Podobnie jak w przypadku określania C_{za_max} jedynie dla skrzydeł o małym wydłużeniu, które zbudowane są oparciu o profile symetryczne, w zakresie liczb Macha od 0.6 do 1.2 możliwe jest określenie krytycznego kąta natarcia w zakresie transonicznym. Wykorzystuje się dane doświadczalne i oblicza się go ze wzoru:

$$\alpha_{kr_skrz} = (\alpha_{kr_skrz})_{Ma=0.6} + \Delta\alpha_{kr} \quad (4.45)$$

$(\alpha_{kr_skrz})_{Ma=0.6}$ wyznacza się w oparciu o metodę dotyczącą zakresu poddźwiękowego. Aby określić przyrost $\Delta\alpha_{kr}$, należy:

- obliczyć parametr: $\zeta = C_2 \lambda \tan \Lambda_0$ (4.46)
- z wykresu na rys. 4.22 odczytać odpowiadającą mu wartość współczynnika C_3 ;
- obliczyć parametr: $\zeta = C_3 C_1 \lambda \cos \Lambda_0$ (4.47)
- z wykresu na rys. 4.29³ odczytać odpowiadającą mu oraz liczbie Macha wartość $\Delta\alpha_{kr}$.

³ Rysunek dotyczy skrzydeł z profilami symetrycznymi w zakresie liczb Reynoldsa $1 \cdot 10^6 \div 15 \cdot 10^6$.



Rys. 4.29. Składowik $\Delta\alpha_{kr}$ w zakresie transonicznym

Przykład 4.9

Oblicz krytyczny kąt natarcia α_{kr_skrz} skrzydła samolotu w zakresie transonicznym dla danych zgodnych z przykładem 1.1 i 2.4.

Rozwiązanie:

Pokazane zostaną obliczenia dla $Ma = 1.0$.

W przykładzie 4.6 określono parametr $\zeta = C_3 C_1 \lambda \cos \Lambda_0 = 3.412$

Ekstrapolując przebiegi z rys. 4.29, otrzymano $\Delta\alpha_{kr} = 1.57^\circ$.

W przykładzie 4.8 obliczono $(\alpha_{kr_skrz})_{Ma=0.6} = 22.62^\circ$. Zatem z (4.45) mamy:

$$\alpha_{kr} = (\alpha_{kr_skrz})_{Ma=0.6} + \Delta\alpha_{kr} = 23.21 + 1.57 = 22.47^\circ \quad (P4.9.1)$$

W tabeli poniżej zebrano wyniki odnoszące się do innych liczb Macha z zakresu transonicznego.

Ma	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2
$\Delta\alpha_{kr}$	-0.77°	-0.22°	1.57°	11.48°	16.86°
α_{kr_skrz}	21.85°	22.4°	24.19°	34.1°	39.48°

C. Zakres naddźwiękowy

W zakresie prędkości naddźwiękowych wartość krytycznego kąta natarcia zależy od liczby Macha i pochodnej $C_{z_skrz}^\alpha$. Doświadczalną zależność pokazano na rys. 4.30. Podobnie jak w przypadku wyznaczania $C_{za_max_skrz}$ w zakresie naddźwiękowym należy obliczyć parametr określony wzorem (4.42) i z wykresów odczytać odpowiednią wartość α_{kr_skrz} . W zakresie malejącym przebiegi pokazane na rys. 4.30 można aproksymować wielomianem:

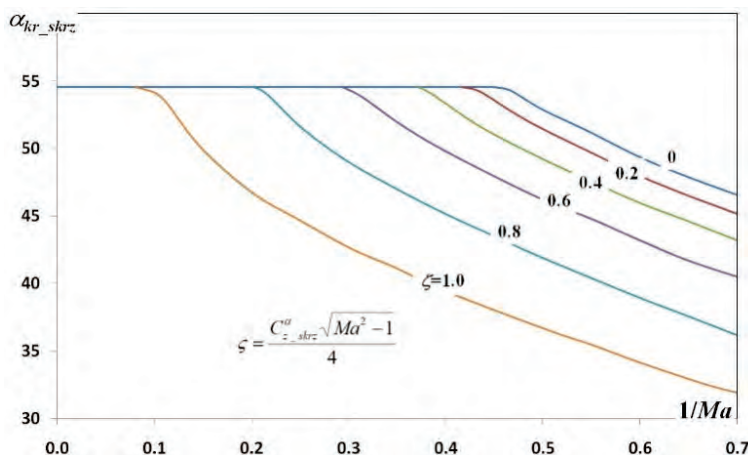
$$\alpha_{kr_skrz} = \frac{a}{Ma^5} + \frac{b}{Ma^4} + \frac{c}{Ma^3} + \frac{d}{Ma^2} + \frac{e}{Ma} + f \quad (4.48)$$

Współczynniki wielomianu zawiera tabela.

Tabela 4.3

Wartości współczynników wielomianu do obliczania α_{kr_skrz}

$\zeta = \frac{C_{z_skrz}^\alpha \sqrt{Ma^2 - 1}}{4}$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
a	0	0	0	0	0	-927.6
b	0	0	0	0	318.9	2205
c	0	0	-92.63	-63.18	-680.8	-2049
d	34.66	35.04	185	125.5	546.9	945.2
e	-73.31	-73.65	-150.9	-110.6	-226	-248.3
f	80.89	79.54	89.98	78.04	83.43	71.84



Rys. 4.30. Krytyczny kąt natarcia α_{kr_skrz} dla zakresu naddźwiękowego

Przykład 4.10

Obliczyć maksymalną krytyczny kąt natarcia α_{kr_skrz} skrzydła samolotu w zakresie naddźwiękowym dla danych zgodnych z przykładem 1.1 i 2.4.

Rozwiązanie:

Pokazane zostaną obliczenia dla $Ma = 1.6$.

W przykładzie 4.4 określono pochodną $C_{za_skrz}^\alpha = 2.705$. Stąd, na podstawie (4.42):

$$\zeta = \frac{C_{z_skrz}^\alpha \sqrt{Ma^2 - 1}}{4} = \frac{2.705 \sqrt{1.6^2 - 1}}{4} = 0.844 \quad (P4.10.1)$$

Z rys. 4.30:

– dla $\zeta = 0.8$:

$$\begin{aligned} \alpha_{kr_skrz} &= \frac{a}{Ma^5} + \frac{b}{Ma^4} + \frac{c}{Ma^3} + \frac{d}{Ma^2} + \frac{e}{Ma} + f = \\ &= \frac{0}{1.6^5} + \frac{318.9}{1.6^4} + \frac{-680.8}{1.6^3} + \frac{546.9}{1.6^2} + \frac{-226}{1.6} + 83.4 = 39.26^\circ \end{aligned} \quad (P4.10.2)$$

– dla $\zeta = 1.0$:

$$\begin{aligned} \alpha_{kr_skrz} &= \frac{a}{Ma^5} + \frac{b}{Ma^4} + \frac{c}{Ma^3} + \frac{d}{Ma^2} + \frac{e}{Ma} + f = \\ &= \frac{-927.6}{1.6^5} + \frac{2205}{1.6^4} + \frac{-2049}{1.6^3} + \frac{945.2}{1.6^2} + \frac{-248.3}{1.6} + 71.84 = 33.62^\circ \end{aligned} \quad (P4.10.3)$$

– dla $\zeta = 0.844$ (interpolacja):

$$\alpha_{kr_skrz} = 39.26 + \frac{33.62 - 39.26}{1 - 0.8} (0.844 - 0.8) = 38.02^\circ \quad (P4.10.4)$$

Wyniki obliczeń dla różnych liczb Macha przedstawiono w tabeli.

Ma	1.4	1.6	1.8	2
$C_{za_skrz_Ma}^\alpha$	3.11	2.705	2.412	2.184
$\zeta = \frac{C_{z_skrz}^\alpha \sqrt{Ma^2 - 1}}{4}$	0.762	0.884	0.902	0.946
α_{kr_skrz}	37.6°	38.02°	38.2°	38.34°

4.2. Współczynnik siły nośnej kadłuba

Kadłub generuje siłę nośną zależną od jego kąta natarcia. Przyjmując, że kąt natarcia samolotu α mierzony jest pomiędzy wektorem prędkości i średnią cięciwą aerodynamiczną skrzydła, kąt natarcia kadłuba jest równy:

$$\alpha_{kad} = \alpha - \phi_{skrz} \quad (4.49)$$

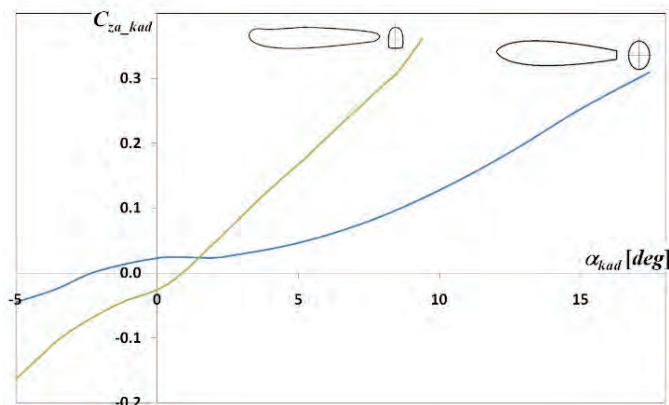
Kąt ϕ_{skrz} jest kątem zamocowania skrzydła do kadłuba. Kąty te pokazano na rys. 4.1.

Siła nośna kadłuba⁴ może być obliczona z zależności:

$$P_{za_kad} = C_{za_kad} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S_{kad_poprz} \quad (4.50)$$

Ze wzoru wynika, że siła ta odniesiona jest do przekroju poprzecznego kadłuba S_{kad_poprz} .

Najbardziej wiarygodne wartości współczynnika C_{za_kad} uzyskuje się z badań w tunelu aerodynamicznym. Przykład pokazano na rys. 4.31. Przy braku takich badań można posłużyć się inżynierskimi metodami opisanymi poniżej.



Rys. 4.31. Współczynnik C_{za_kad} dla dwóch różnych kształtów kadłuba

⁴ Niektóre z omówionych dalej metod pozwalają obliczyć nie współczynnik siły nośnej C_{za_kad} , ale współczynnik siły normalnej C_{z_kad} .

Przy dodatnim kącie siła nośna powstająca na nosie kadłuba jest dodatnia (skierowana do góry), na tylnej części ujemna (skierowana do dołu). Z teorii opływu cienkich ciał osiowosymetrycznych wynika, że część cylindryczna kadłuba nie wytwarza siły nośnej. W rzeczywistości wytwarza ona niewielką siłę nośną generowaną przez siły tarcia cylindra opływanego prostopadle do jego osi.

Współczynnik siły nośnej (prostopadłej do wektora prędkości) można przedstawić jako sumę składników zależnych od siły normalnej i siły osiowej. Wykorzystując związek analogiczny do (2.5), mamy:

$$C_{za_kad} = (C_{z_nos+cylinder} + C_{z_tyl} + \Delta C_{z_cylinder}) \cos \alpha_{kad} - C_{xa0_kad} \sin \alpha_{kad} \quad (4.51)$$

Pierwszy i drugi składnik w nawiasie dotyczą siły normalnej części nosowej i środkowej oraz tylnej. Mogą one być określone w oparciu o analizę potencjalnego opływu kadłuba. Otrzymuje się:

$$C_{z_nos+cylinder} = C_{z_nos+cylinder}^{\alpha} \sin \alpha_{kad} \cos \alpha_{kad} \quad (4.52)$$

$$C_{z_tyl} = C_{z_tyl}^{\alpha} \sin \alpha_{kad} \cos \alpha_{kad} \quad (4.53)$$

Dla małych kątów natarcia powyższe wzory upraszczają się:

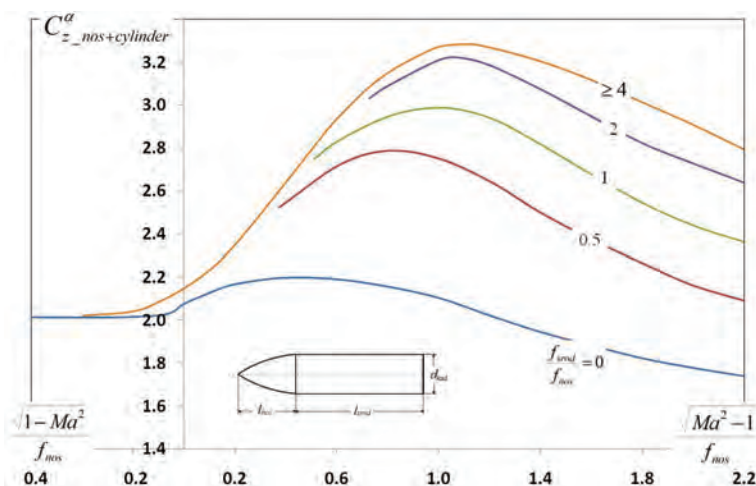
$$C_{z_nos+cylinder} \approx C_{z_nos+cylinder}^{\alpha} \alpha_{kad} \quad (4.54)$$

$$C_{z_tyl} \approx C_{z_tyl}^{\alpha} \alpha_{kad} \quad (4.55)$$

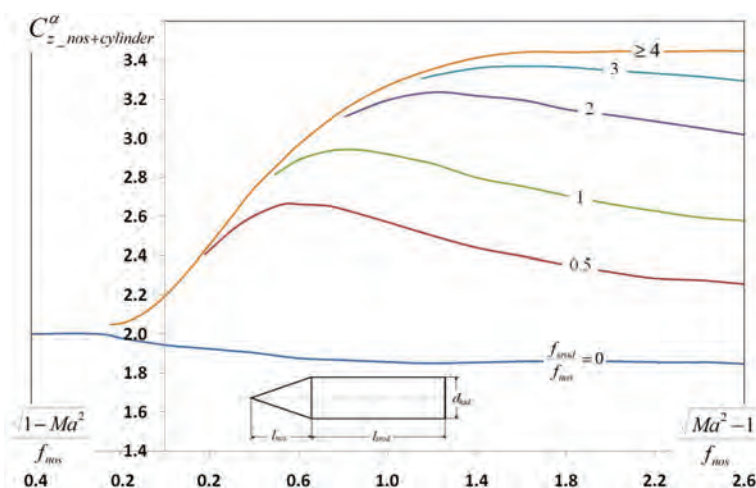
Znaki pochodnych $C_{z_nos+cylinder}^{\alpha}$ i $C_{z_tyl}^{\alpha}$ zależą od znaku pochodnych przekroji poprzecznych $\frac{dS_{kad_poprz}(x)}{dx}$. Dlatego mamy:

$$C_{z_nos+cylinder}^{\alpha} > 0, \quad C_{z_tyl}^{\alpha} < 0 \quad (4.56)$$

Teoretyczna wartość pochodnej $C_{z_nos+cylinder}^{\alpha}$ jest równa $C_{z_nos+cylinder}^{\alpha} \approx 2$. W rzeczywistości jej wartość zależy od stosunku smukłości części środkowej kadłuba do smukłości części nosowej. Wpływ na nią ma też liczba Macha. Na rys. 4.32 i 4.33 pokazano wartości tej pochodnej dla kombinacji ostrołuk–cylinder oraz stożek–cylinder.



Rys. 4.32. Pochodna $C_{z_nos+cylinder}^{\alpha}$ dla cylindrycznego kadłuba z noskiem ostrołukowym



Rys. 4.33. Pochodna $C_{z_nos+cylinder}^{\alpha}$ dla cylindrycznego kadłuba z noskiem stożkowym

Natomiast pochodną dla tylnej części kadłuba można oszacować ze wzoru:

$$C_{z_tyl}^{\alpha} = -2\xi_k \left[1 - \left(\frac{d_{dno}}{d_{kad_zast}} \right)^2 \right] \quad (4.57)$$

Współczynnik ξ_k uwzględnia wpływ zjawisk zachodzących w warstwie przyściennej, której grubość rośnie wzdłuż zwężającej się tylnej części kadłuba, oraz

pojawiającego się oderwania strumienia. W efekcie siła normalna powstająca na tylnej części kadłuba jest znacznie mniejsza niż siła określona teoretycznie. Orientacyjnie można przyjąć, że:

$$\xi_k \approx 0.15 \div 0.20 \quad (4.58)$$

Dla przepływu idealnego współczynnik ten jest równy 1.

Trzeci składnik $\Delta C_{z_cylinder}$ w nawiasie we wzorze (4.51) uwzględnia nieliniową zależność siły normalnej kadłuba od kąta natarcia. Pojawia się on nawet przy niewielkich kątach natarcia z powodu wpływu lepkości oddziałującej na kadłub (uwzględniając składową prędkości prostopadłą do jego osi). $\Delta C_{z_cylinder}$ można obliczyć z empirycznego wzoru:

$$\Delta C_{z_cylinder} \approx 0.624 f_{kad}^2 C_{x_o} \sin^2 \alpha_{kad} \tan \alpha_{kad} \quad (4.59)$$

C_{x_o} jest współczynnikiem oporu cylindra pozostającego w przepływie po-przecznym. Wstępnie można przyjąć: dla turbulentnej warstwy przyściennej $C_{x_o} = 0.35$, a dla laminarnej warstwy przyściennej $C_{x_o} = 1.2$. Ustalając charakter przepływu w warstwie laminarnej, należy pod uwagę brać liczbę Reynoldsa obli-
czoną w oparciu o wartość prędkości całkowitej oraz o długość kadłuba.

Ostatni składnik we wzorze (4.51) uwzględnia rzut siły osiowej na kierunek prostopadły do wektora prędkości. Sposób obliczania współczynnika siły oporu przy zerowej sile nośnej C_{xa0_kad} przedstawiony będzie w podrozdz. 5.1.2.

Jeżeli ograniczyć się jedynie do liniowej zależności pomiędzy siłą nośną i ką-tem natarcia oraz pominąć nieliniowy wpływ lepkości, to można przyjąć, że po-
chodna dotychczas całego kadłuba jest równa:

$$C_{z_kad}^\alpha = C_{z_nos+cylinder}^\alpha + C_{z_tyl}^\alpha \quad (4.60)$$

Przykład 4.11

Oblicz pochodną $C_{za_kad}^\alpha$ dla samolotu, którego dane zawarte są w przykła-
dzie 1.1, dla całego zakresu prędkości.

Rozwiązanie:

pochodna części tylnej ze wzoru (4.57). Przyjmując $\xi_k = 0.2$:

$$C_{z_tyl}^\alpha = -2\xi_k \left[1 - \left(\frac{d_{dno}}{d_{kad_zast}} \right)^2 \right] = -2 \cdot 0.2 \left[1 - \left(\frac{0.88}{1.5} \right)^2 \right] = -0.263 \quad (P4.11.1)$$

stosunek smukłości:

$$\frac{f_{srod}}{f_{nos}} = \frac{3.9}{3.4} = 1.15 \quad (P4.11.2)$$

Dla kadłuba o nosie ostrołukowym należy skorzystać z rys. 4.32. Oblicza się:

Zakres poddźwiękowy

Obliczenia $C_{z_nos+cylinder}^\alpha$ dla $Ma = 0.6$:

– parametr z rysunku: $\frac{\sqrt{1-Ma^2}}{f_{nos}} = \frac{\sqrt{1-0.6^2}}{3.4} = 0.235 \quad (P4.11.3)$

– odczyt z rysunku: $C_{z_nos+cylinder}^\alpha = 2.08$

– ze wzoru (4.60): $C_{z_kad}^\alpha = C_{z_nos+cylinder}^\alpha + C_{z_tyl}^\alpha = 2.08 - 0.263 = 1.817 \quad (P4.11.4)$

Zakres naddźwiękowy

Obliczenia $C_{z_nos+cylinder}^\alpha$ dla $Ma = 1.6$:

– parametr z rysunku: $\frac{\sqrt{Ma^2-1}}{f_{nos}} = \frac{\sqrt{1.6^2-1}}{3.4} = 0.367 \quad (P4.11.5)$

– odczyt z rysunku: $C_{z_nos+cylinder}^\alpha = 2.589$

– ze wzoru (4.60): $C_{z_kad}^\alpha = C_{z_nos+cylinder}^\alpha + C_{z_tyl}^\alpha = 2.589 - 0.263 = 2.326 \quad (P4.11.6)$

W tabeli zebrano otrzymane wartości pochodnej $C_{za_kad}^\alpha$.

Ma	0.2	0.6	0.8	1.4	1.6	1.8	2.0
$C_{z_nos+cylinder}^\alpha$	2.084	2.08	2.075	2.474	2.589	2.698	2.802
$C_{za_kad}^\alpha$	1.821	1.817	1.812	2.211	2.326	2.435	2.539

A. Zakres poddźwiękowy

Przedstawione powyżej zależności mają charakter ogólny. Dokładniejszy sposób określenia relacji pomiędzy siłą nośną i kątem natarcia kadłuba przedstawiono poniżej. Bazuje on na założeniu, że współczynnik siły nośnej kadłuba można przedstawić w postaci:

$$C_{za_kad} = C_{za_kad}^{\alpha} \alpha_{kad} + C_{za_kad}^{\alpha^2} \alpha_{kad}^2 \quad (4.61)$$

Metoda I

Metoda I ma zastosowanie dla niewielkich kątów natarcia. Bazuje ona na teorii opływu ciała smukłego. Dla większych kątów natarcia (np. powyżej 12°) daje ona wartości współczynnika C_{za_kad} mniejsze niż otrzymuje się w wyniku badań w tunelach aerodynamicznych.

Analizując mechanizm powstawania siły nośnej kadłuba osiowosymetrycznego, przyjmuje się, że opływ jego przedniej części jest potencjalny. Opływ tylnej części jest w pełni lepki i siła nośna powstaje jedynie w wyniku oddziaływania składowej opływu poprzecznej do osi podłużnej kadłuba.

Współczynnik $C_{za_kad}^{\alpha}$

W zakresie poddźwiękowym dla ciał osiowosymetrycznych występująca we wzorze (4.61) wielkość $C_{za_kad}^{\alpha}$ jest równa:

$$C_{za_kad}^{\alpha} = \frac{2\kappa_{md}}{S_{kad_poprz}} S_{kad_poprz_X_0} \quad (4.62)$$

Współczynnik κ_{md} związany jest z tzw. masą dodaną powietrza (tzn. masą, na którą oddziałuje kadłub). Zależy on od smukłości kadłuba f_{kad} . W zakresie $4 \leq f_{kad} \leq 20$ można go obliczyć z wielomianu:

$$\kappa_{md} = 0.00011 f_{kad}^3 - 0.00503 f_{kad}^2 + 0.08077 f_{kad} + 0.53174 \quad (4.63)$$

$S_{kad_poprz_X_0}$ jest przekrojem poprzecznym kadłuba w punkcie, w którym opływ kadłuba przestaje być potencjalny. Jest on położony w odległości X_0 od nosa kadłuba. Odległość ta powiązana jest ze współrzędną X_* punktu, w którym przekrój poprzeczny kadłuba zaczyna maleć i znak pochodnej staje się ujemny (tzn. $dS_{kad_poprz}(X)/dX < 0$):

$$X_0 = 0.378 \cdot l_{kad} + 0.527 \cdot X_* \quad (4.64)$$

Dla kadłubów o dużym wydłużeniu współczynnik $C_{za_kad}^\alpha$ może być obliczony z zależności:

$$C_{za_kad}^\alpha = \frac{2 \cdot S_{dno}}{S_{kad_poprz}} \quad (4.65)$$

Zakres kątów natarcia, w którym powyższy wzór jest poprawny, zależy od f_{kad} – im smukłość kadłuba jest większa, tym zakres kątów natarcia jest większy. Przy smukłości równej ok. 15 ma on zastosowanie w całym użytkowym zakresie kątów natarcia.

Współczynnik $C_{za_kad}^{\alpha^2}$

Współczynnik $C_{za_kad}^{\alpha^2}$ występujący w drugim składniku we wzorze (4.61) wynika z sił tarcia cylindrycznej części kadłuba pozostającej w opływie poprzecznym do jego osi. Należy go uwzględnić przy dużych kątach natarcia. Wyraża się on wzorem:

$$C_{za_kad}^{\alpha^2} = \frac{2\eta}{S_{kad_poprz}} \left(\int_{X_0}^{l_{kad}} C_{x_c} r dX \right) \quad (4.66)$$

Występują w nim następujące wielkości:

- C_{x_c} jest współczynnikiem oporu nieskończenie długiego cylindra pozostającego w ustalonym przepływie poprzecznym. Jego wartość można odczytać z rys. 4.34. Zależy ona od składowej poprzecznej prędkości opływu $Ma \cdot \sin \alpha_{kad}$;
- η jest współczynnikiem poprawkowym uwzględniającym wpływ smukłości kadłuba na jego opór w opływie lepkim w odniesieniu do oporu nieskończenie długiego cylindra:

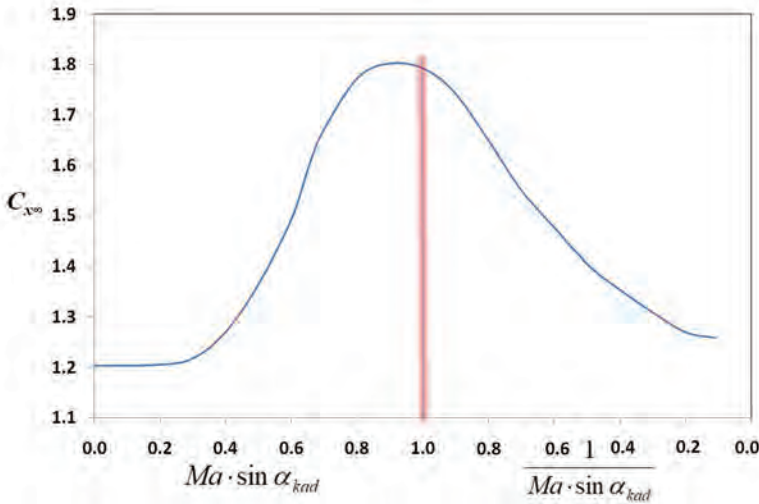
$$\eta = 1.04663 \cdot 10^{-5} \cdot f_{kad}^3 - 8.02506 \cdot 10^{-4} \cdot f_{kad}^2 + 2.41177 \cdot 10^{-2} \cdot f_{kad} + 5.13588 \cdot 10^{-1} \quad (4.67)$$

- r jest promieniem bieżącego przekroju kadłuba w odległości X od noska.

Przyjmując stałą wartość C_{x_∞} wzdłuż kadłuba współczynnik $C_{za_kad}^{\alpha^2}$ jest równy:

$$C_{za_kad}^{\alpha^2} = C_{x_\infty} \eta \frac{S_{kad_ (X_0 \div l_{kad})}}{S_{kad_ poprz}} \quad (4.68)$$

W tym przypadku $S_{kad_ (X_0 \div l_{kad})}$ jest powierzchnią poziomego przekroju kadłuba, poczynsz od punktu o współrzędnej X_0 do końca kadłuba. Jeżeli przyjąć, że siły lepkości dotyczą też przedniej części kadłuba, która pozostaje w przepływie potencjalnym, to powierzchnia $S_{kad_ (X_0 \div l_{kad})}$ staje się równa powierzchni przekroju poziomego kadłuba. W takim przypadku jej wartość jest nieco mniejsza niż obliczona ze wzoru (1.36) – dobrym przybliżeniem jest 80%.



Rys. 4.34. Współczynnik oporu nieskończenie długiego cylindra w ustalonym przepływie poprzecznym

Metoda II

Metoda II ma zastosowanie dla większych kątów natarcia. Daje ona wyniki, które są zawyżone w stosunku do wyników badań doświadczalnych.

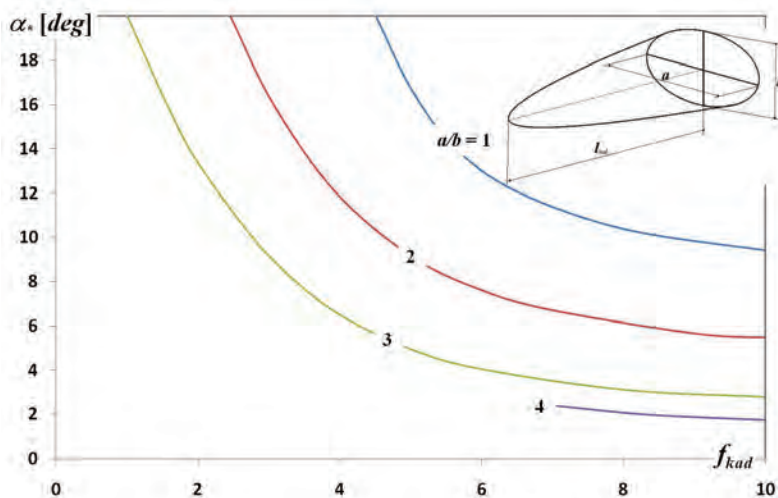
Metoda II dotyczy zarówno ciał osiowosymetrycznych, jak i ciał o przekroju eliptycznym. Zakłada się, że siła nośna jest sumą składnika wynikającego z przepływu potencjalnego oraz składnika związanego z przepływem wirowym. Metoda

bazuje na szeregu otrzymanych doświadczalnie krzywych. Przyjmuje się, że współczynnik siły nośnej w zakresie poddźwiękowym jest równy:

$$C_{za_kad} = \frac{S_{kad_poz}}{S_{kad_poprz}} \begin{cases} K_p \sin \alpha_{kad} \cos^2 \alpha_{kad} & \text{dla } \alpha_{kad} < \alpha_* \\ K_p \sin \alpha_{kad} \cos^2 \alpha_{kad} + K_v \sin^2 (\alpha_{kad} - \alpha_*) \cos (\alpha_{kad} - \alpha_*) & \text{dla } \alpha_{kad} > \alpha_* \end{cases} \quad (4.69)$$

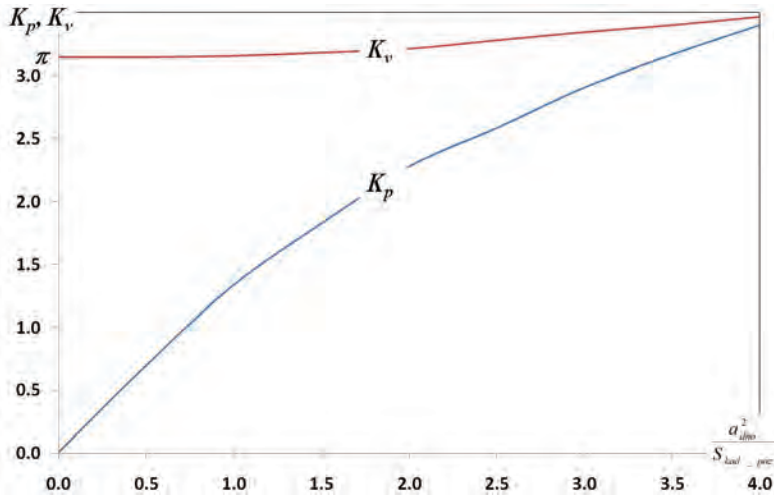
Pierwszy składnik dotyczy opływu potencjalnego, a drugi lepkiego. Drugi składnik uwzględnia się jedynie, gdy kąt natarcia kadłuba staje się większy od kąta α_* . Jest to kąt natarcia kadłuba, przy którym zaczyna powstawać siła nośna generowana przez wiry. Kąt ten określić można na podstawie rys. 4.35. Jego wartość zależy od ilorazu osi eliptycznego przekroju kadłuba oraz od jego smukłości – im smukłość jest większa, tym kąt α_* jest mniejszy. K_p jest współczynnikiem dotychczas siły nośnej dla przepływu potencjalnego, zaś K_v dotyczy siły nośnej związanej z przepływem wirowym. Oba współczynniki pokazano na rys. 4.36. Zależą one od długości osi a_{dno} dna kadłuba w rzucie poziomym⁵ i powierzchni poziomej kadłuba S_{kad_poz} .

Wzory (4.69) mają zastosowanie dla liczb Macha do 0.6 i dla kątów natarcia do 20° .



Rys. 4.35. Kąt początku powstawania wirów

⁵ Jeżeli dno ma przekrój kołowy, to $a_{dno} = d_{dno}$.

Rys. 4.36. Współczynniki K_p i K_v

Metoda III

Metoda III jest najbardziej ogólna i ma zastosowanie zarówno do kadłubów osiowosymetrycznych, jak i kadłubów o przekroju eliptycznym, w zakresie kątów natarcia $0^\circ \div 180^\circ$ i dla liczb Macha od 0 do 7. Siła nośna jest sumą składnika dotyczącego potencjalnego opływu ciała smukłego oraz członu, który uwzględnia poprzeczny opływ lepki. Metoda ta pozwala obliczyć współczynnik siły normalnej do osi podłużnej. Zastosowanie ma wzór:

$$C_{z_kad} = f_1 \frac{S_{dno}}{S_{kad_poprz}} \sin 2\alpha_{kad*} \cos \frac{\alpha_{kad*}}{2} + f_2 \eta C_{xco} \frac{S_{kad_poz}}{S_{kad_poprz}} \sin^2 \alpha_{kad*} \quad (4.70)$$

Ponieważ wzór ten dotyczy kątów natarcia z zakresu $0^\circ \div 180^\circ$, to w obliczeniach należy przyjąć:

$$\alpha_{kad*} = \begin{cases} \alpha_{kad} & \text{dla } 0^\circ < \alpha_{kad} < 90^\circ \\ 180^\circ - \alpha_{kad} & \text{dla } 90^\circ < \alpha_{kad} < 180^\circ \end{cases} \quad (4.71)$$

Mnożniki f_1 i f_2 we wzorze (4.70) określają stosunek siły normalnej powstającej w opływie ciała o przekroju niekołowym do siły normalnej powstającej podczas opływu ciała zastępczego⁶ o przekroju kołowym. Pierwszy składnik w (4.70)

⁶ Kadłub zastępczy to kadłub o przekrojach kołowych, których powierzchnia zmienia się wzdłuż długości kadłuba tak samo jak dla kadłuba rzeczywistego.

dotyczy opływu potencjalnego ciała smukłego, zaś drugi opływu lepkiego. Znaczenie współczynników η i $C_{x\infty}$ wyjaśniono, omawiając wzór (4.66).

Dla kadłubów o przekroju eliptycznym mnożnik f_1 jest równy:

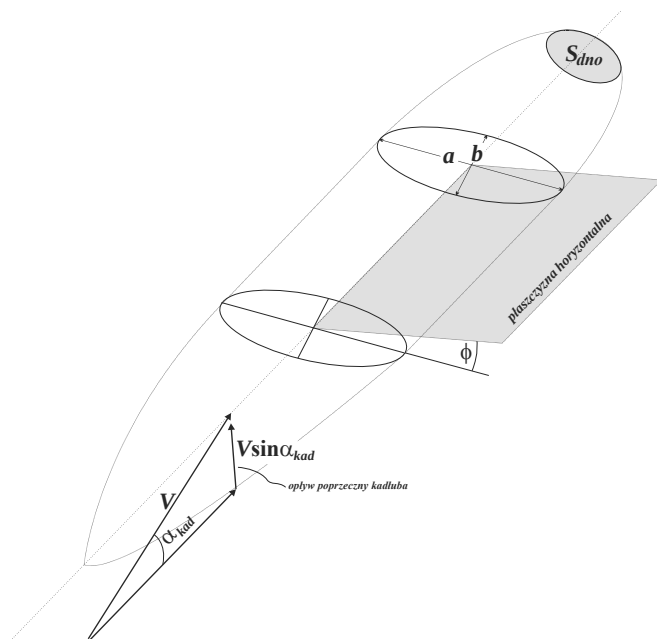
$$f_1 = e \cos^2 \varphi + \frac{1}{e} \sin^2 \varphi \quad (4.72)$$

gdzie e jest stosunkiem dużej osi a do małej osi b elipsy:

$$e = \frac{a}{b} \quad (4.73)$$

φ jest kątem przechylenia kadłuba mierzonym pomiędzy dużą osią elipsy i płaszczyzną horyzontu.

Powyższe oznaczenia pokazano na rys. 4.37.



Rys. 4.37. Kadłub o przekroju eliptycznym

Wartość mnożnika f_2 zależy od położenia osi eliptycznego przekroju kadłuba względem składowej poprzecznej przepływu.

- duża oś elipsy prostopadła do składowej poprzecznej:

$$f_2 = \frac{3}{2}\sqrt{e} \left\{ \frac{-1}{e^2 \left(1 - \frac{1}{e^2}\right)^{\frac{3}{2}}} \ln \left[e \left(1 + \sqrt{1 - \frac{1}{e^2}} \right) \right] + \frac{1}{1 - \frac{1}{e^2}} \right\} \quad (4.74)$$

– mała oś elipsy prostopadła do składowej poprzecznej:

$$f_2 = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{1}{e}} \left\{ \frac{e^2}{(e^2 - 1)^{\frac{3}{2}}} \arctan(\sqrt{e^2 - 1}) + \frac{1}{e^2 - 1} \right\} \quad (4.75)$$

Jeżeli przekrój kadłuba jest kołowy, należy przyjąć $f_2 = 1$.

Wzór (4.70) daje wartość współczynnika siły normalnej do osi podłużnej kadłuba. Aby obliczyć współczynnik siły nośnej (prostopadłej do wektora prędkości), należy zastosować zależność analogiczną do (2.5). Zgodnie z nią mamy:

$$C_{za_kad} = C_{z_kad} \cos \alpha_{kad} - C_{x_kad} \sin \alpha_{kad} \quad (4.76)$$

Sposób obliczenia współczynnika siły osiowej C_{x_kad} omówiony będzie w podrozdz. 5.1.2 i 5.4.2.

Przykład 4.12

Oblicz współczynnik siły nośnej kadłuba przy niezerowym kącie natarcia, którego dotyczy geometria określona w przykładzie 1.1, w zakresie poddźwiękowym. Rozwiązanie:

Metoda I

Szacując, że przekrój poprzeczny kadłuba zaczyna maleć w odległości $X_* = 4.79m$ od noska, ze wzoru (4.64) oblicza się odległość X_0 :

$$X_0 = 0.378 \cdot l_{kad} + 0.527 \cdot X_* = 0.378 \cdot 14.1 + 0.527 \cdot 4.79 = 7.85 m \quad (P4.12.1)$$

Jest ona mniejsza od sumy długości noska i części środkowej. Zatem pole przekroju poprzecznego w tym punkcie jest równe:

$$S_{kad_poprz_X_0} = S_{kad_poprz} = 1.77 m^3 \quad (P4.12.2)$$

Ze wzoru (4.63) mamy:

$$\begin{aligned}\kappa_{md} &= 0.00011 f_{kad}^3 - 0.00503 f_{kad}^2 + 0.08077 f_{kad} + 0.53174 = \\ &= 0.00011 \cdot 9.4^3 - 0.00503 \cdot 9.4^2 + 0.08077 \cdot 9.4 + 0.53174 = 0.937\end{aligned}\quad (P4.12.3)$$

Współczynnik $C_{za_kad}^\alpha$ oblicza się ze wzoru (4.62):

$$C_{za_kad}^\alpha = \frac{2\kappa_{md}}{S_{kad_poprz}} S_{kad_poprz_X_0} = \frac{2 \cdot 0.937}{1.77} 1.77 = 1.876 \quad (P4.12.4)$$

W przykładzie 4.11 dla $Ma = 0.6$ obliczono $C_{z_kad}^\alpha = 1.817$.

Ze wzoru (4.67) mamy:

$$\begin{aligned}\eta &= 1.04663 \cdot 10^{-5} \cdot f_{kad}^3 - 8.02506 \cdot 10^{-4} \cdot f_{kad}^2 + 2.41177 \cdot 10^{-2} \cdot f_{kad} + \\ &+ 5.13588 \cdot 10^{-1} = 1.04663 \cdot 10^{-5} \cdot 9.4^3 - 8.02506 \cdot 10^{-4} \cdot 9.4^2 + \\ &+ 2.41177 \cdot 10^{-2} \cdot 9.4 + 5.13588 \cdot 10^{-1} = 0.678\end{aligned}\quad (P4.12.5)$$

W rozpatrywanym zakresie liczb Macha i kątów natarcia maksymalna wartość iloczynu $Ma \cdot \sin \alpha_{kad}$ jest równa:

$$Ma \cdot \sin \alpha_{kad} = 0.8 \cdot \sin 20^\circ = 0.27 \quad (P4.12.6)$$

Zgodnie z rys. 4.34 (lewa strona wykresu) wartość $C_{x_{\alpha}}$ jest stała i równa:

$$C_{x_{\alpha}} = 1.2 \quad (P4.12.7)$$

Współczynnik $C_{za_kad}^{\alpha^2}$ oblicza się ze wzoru (4.68). Przyjmując, że $S_{kad_}(X_0 \div l_{kad}) = 0.8 S_{kad_poz}$, mamy:

$$C_{za_kad}^{\alpha^2} = C_{x_{\alpha}} \eta \frac{0.8 \cdot S_{kad_poz}}{S_{kad_poprz}} = 1.2 \cdot 0.678 \frac{0.8 \cdot 19.03}{1.77} = 6.99 \quad (P4.12.8)$$

Całkowity współczynnik siły nośnej kadłuba oblicza się ze wzoru (4.61):

$$C_{za_kad} = C_{za_kad}^\alpha \alpha_{kad} + C_{za_kad}^{\alpha^2} \alpha_{kad}^2 = 1.876 \cdot \alpha + 6.99 \cdot \alpha^2 \quad (P4.12.9)$$

Jest on odniesiony do przekroju poprzecznego kadłuba S_{kad_poprz} .

Metoda II

Dla smukłości $f_{kad} = 9.4$ i ilorazu $a/b = 1$ z rys. 4.35 odczytuje się $\alpha_* = 9.7^\circ$.

Oblicza się parametr do rys. 4.36:

$$\frac{a_{dno}^2}{S_{kad_poz}} = \frac{d_{dno}^2}{S_{kad_poprz}} = \frac{0.88^2}{19.03} = 4.07 \cdot 10^{-2} \quad (P4.12.10)$$

Dla tej wartości z rys. 4.36 odczytuje się $K_v = 3.1416$, $K_p = 6.52 \cdot 10^{-2}$. Zatem na podstawie (4.69) współczynnik siły nośnej kadłuba jest równy:

– dla kątów do 9.7° :

$$\begin{aligned} C_{za_kad} &= \frac{S_{kad_poz}}{S_{kad_poprz}} K_p \sin \alpha_{kad} \cos^2 \alpha_{kad} = \\ &= \frac{19.03}{1.77} 6.52 \cdot 10^{-2} \cdot \sin \alpha_{kad} \cos^2 \alpha_{kad} = \\ &= 0.7 \cdot \sin \alpha_{kad} \cos^2 \alpha_{kad} \end{aligned} \quad (P4.12.11)$$

– dla kątów powyżej 9.7° :

$$\begin{aligned} C_{za_kad} &= \frac{S_{kad_poz}}{S_{kad_poprz}} [K_p \sin \alpha_{kad} \cos^2 \alpha_{kad} + K_v \sin^2(\alpha_{kad} - \alpha_*) \cos(\alpha_{kad} - \alpha_*)] = \\ &= \frac{19.03}{1.77} \left[6.52 \cdot 10^{-2} \cdot \sin \alpha_{kad} \cos^2 \alpha_{kad} + 3.1416 \cdot \sin^2 \left(\alpha_{kad} - \frac{\alpha_*}{57.29} \right) \cos \left(\alpha_{kad} - \frac{\alpha_*}{57.29} \right) \right] = \\ &= 0.7 \cdot \sin \alpha_{kad} \cos^2 \alpha_{kad} + 33.78 \cdot \sin^2 \left(\alpha_{kad} - \frac{\alpha_*}{57.29} \right) \cos \left(\alpha_{kad} - \frac{\alpha_*}{57.29} \right) \end{aligned} \quad (P4.12.12)$$

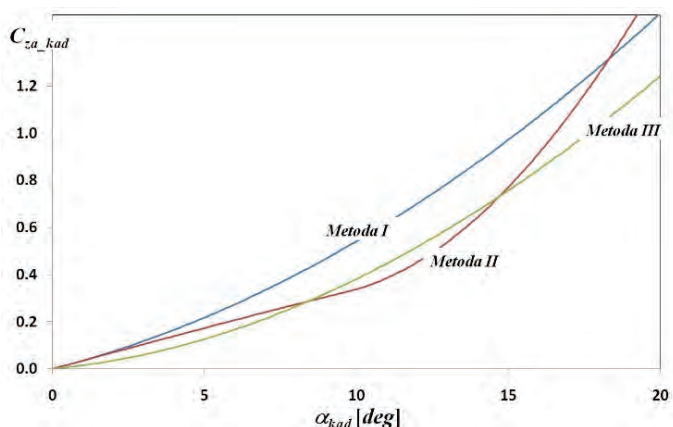
Metoda III

Ponieważ przyjęto, że przekrój kadłuba jest kołowy, to $a=b$ i mamy $f_1 = 1$, $f_2 = 1$. Zgodnie z (P.4.12.5) i (P4.12.7) mamy: $\eta = 0.678$, $C_{x_\infty} = 1.2$. Ze wzoru (4.70) otrzymuje się:

$$\begin{aligned} C_{z_kad} &= f_1 \frac{S_{dno}}{S_{kad_poprz}} \sin 2\alpha_{kad*} \cos \frac{\alpha_{kad*}}{2} + f_2 \eta C_{x_\infty} \frac{S_{kad_poz}}{S_{kad_poprz}} \sin^2 \alpha_{kad*} = \\ &= 1 \cdot \frac{0.608}{1.77} \sin 2\alpha_{kad*} \cos \frac{\alpha_{kad*}}{2} + 1 \cdot 0.678 \cdot 1.2 \frac{19.03}{1.77} \sin^2 \alpha_{kad*} = \\ &= 0.343 \sin 2\alpha_{kad*} \cos \frac{\alpha_{kad*}}{2} + 8.747 \sin^2 \alpha_{kad*} \end{aligned} \quad (P4.12.13)$$

Metoda II umożliwia prowadzenie obliczeń dla dużych kątów natarcia. Dlatego należy zwrócić uwagę, że współczynnik C_{x_o} pokazany na rys. 4.34 może przyjmować różne wartości – inne niż 1.2.

Na rys. P4.12.1 pokazano przebiegi współczynnika siły nośnej kadłuba obliczone z wykorzystaniem wszystkich metod, przy czym metodą II otrzymano współczynnik siły normalnej. Wartości C_{za_kad} odniesione są do powierzchni przekroju poprzecznego kadłuba.



Rys. P4.12.1. Współczynnik siły nośnej kadłuba

B. Zakres transoniczny

Ze względu na złożoność opływu kadłuba brak jest uogólnionych metod określenia współczynnika siły nośnej w zakresie transonicznym. Dlatego należy posługiwać się wynikami badań eksperymentalnych ciał o kształcie zbliżonym do kształtu badanego kadłuba.

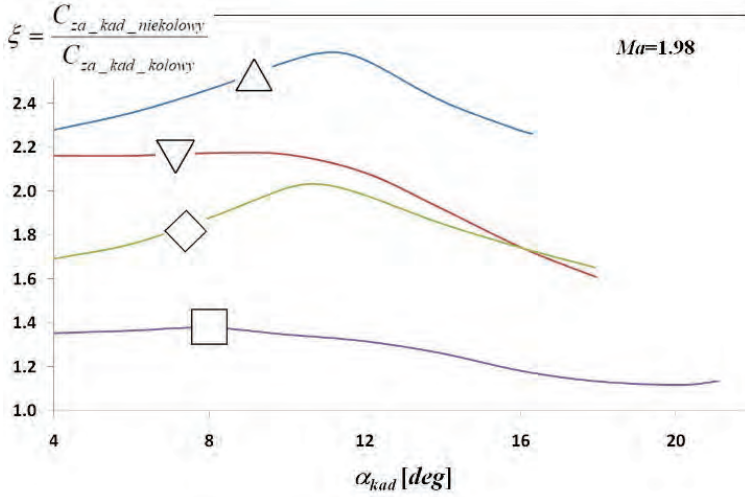
C. Zakres naddźwiękowy

Dla zakresu naddźwiękowego istnieją uogólnione metody obliczania współczynnika siły nośnej lub normalnej jedynie dla kadłubów o przekroju kołowym lub eliptycznym. Dla kadłubów o innych kształtach przekroji poprzecznych konieczne jest wykonanie badań. Współczynnik siły nośnej można też oszacować, wykorzystując otrzymane eksperymentalnie przebiegi podobne do pokazanych na rys. 4.36 dla liczby Macha 1.98. Pokazują one stosunek współczynnika siły nośnej kadłubów o przekrojach kwadratowych i trójkątnych do współczynnika siły nośnej kadłuba o przekroju kołowym. W celu wykorzystania tego rysunku należy:

- kadłub rzeczywisty zastąpić kadłubem zastępczym;

- dla kadłuba zastępczego obliczyć współczynnik siły nośnej;
- z rysunku 4.38 odczytać współczynnik ξ ;
- obliczyć współczynnik siły nośnej kadłuba o przekroju niekołowym:

$$C_{za_kad_niekolowy} = \xi \cdot C_{za_kad_kolowy} \quad (4.77)$$



Rys. 4.38. Stosunek współczynników siły nośnej kadłubów o różnych przekrojach

Dla ciał osiowosymetrycznych składających się z ostrołukowego lub stożkowego noska, cylindrycznej części środkowej oraz stożkowej części tylnej, w zakresie małych kątów natarcia, można przyjąć, że relacja pomiędzy kątem natarcia i współczynnikiem siły normalnej jest liniowa:

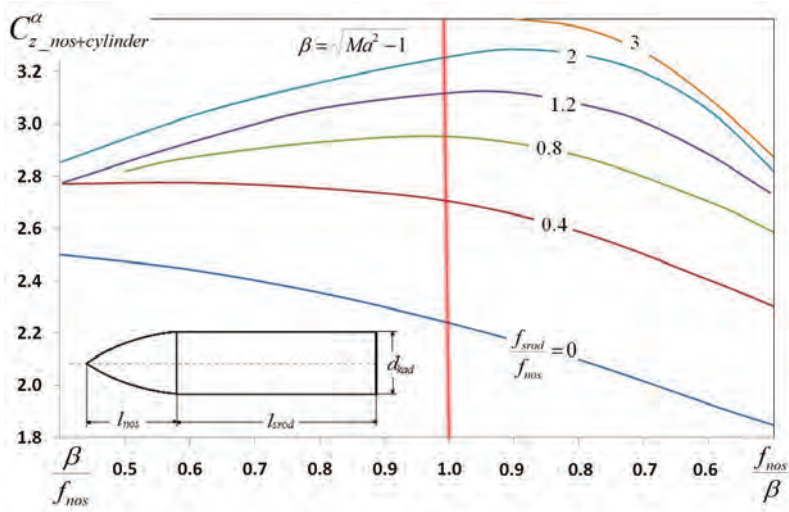
$$C_{z_kad_kolowy} = C_{z_kad}^{\alpha} \alpha_{kad} \quad (4.78)$$

Pochodna $C_{z_kad}^{\alpha}$ określona jest wzorem (4.60):

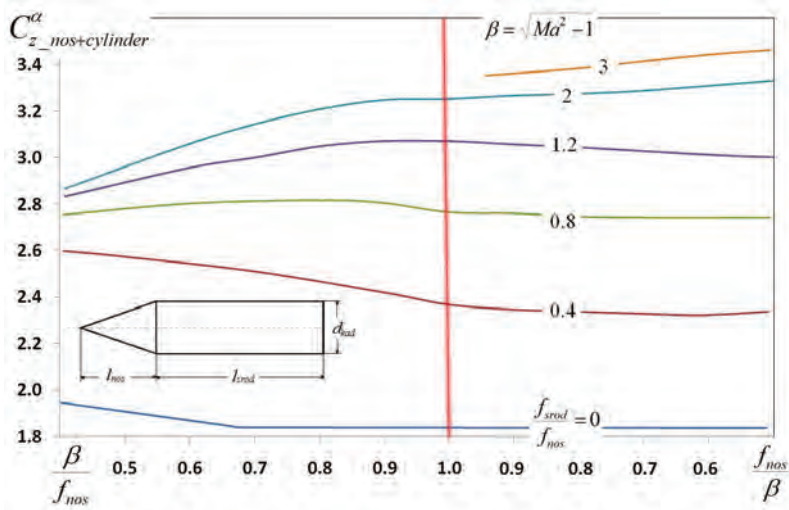
$$C_{z_kad}^{\alpha} = C_{z_nos+cylinder}^{\alpha} + C_{z_tyl}^{\alpha} = C_{z_nos+cylinder}^{\alpha} + \xi_k \cdot \Delta C_{z_tyl}^{\alpha} \quad (4.79)$$

Pierwszy składnik dotyczy układu nos + cylindryczna część środkowa, zaś drugi części tylnej kadłuba. $C_{z_nos+cylinder}^{\alpha}$ odczytuje się z rys. 4.39 lub 4.40. Można

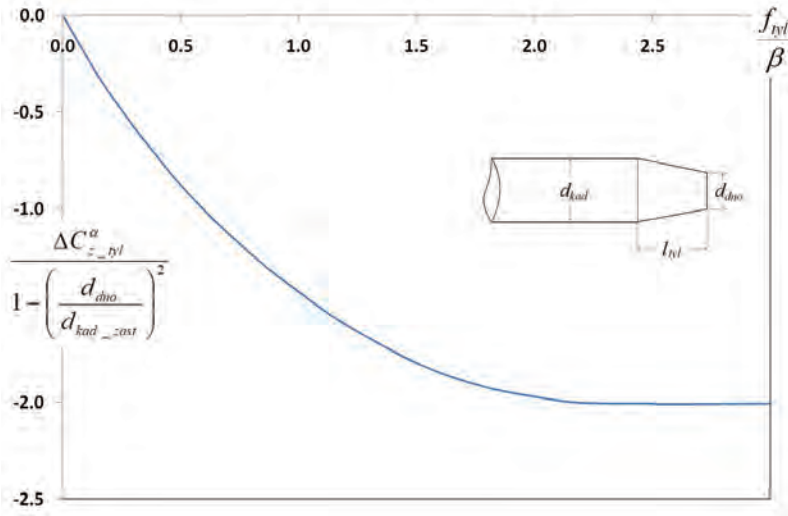
też wykorzystać prawą część rys. 4.32 i 4.33. $\Delta C_{z_tyl}^\alpha$ pokazano na rys. 4.41. Wartości współczynnika ξ_k określa zależność (4.58). Znajomość współczynnika C_{z_kad} pozwala obliczyć siłę nośną kadłuba ze wzoru (4.50).



Rys. 4.39. Pochodna $C_{z_nos+cylinder}^\alpha$ w zakresie naddźwiękowym (nos ostrołukowy)



Rys. 4.40. Pochodna $C_{z_nos+cylinder}^\alpha$ w zakresie naddźwiękowym (nos stożkowy)



Rys. 4.41. Zmiana $\Delta C_{z-tyl}^{\alpha}$ od zwężającej się części tylnej kadłuba

Jeżeli uwzględnić nieliniowość zależności siły nośnej kadłuba od jego kąta natarcia, można wykorzystać omówione poniżej metody obliczeniowe.

Metoda I

Metoda I ma zastosowanie dla kadłubów o przekroju kołowym lub eliptycznym w zakresie niedużych kątów natarcia. Zgodnie z tą metodą współczynnik siły nośnej kadłuba o przekroju kołowym jest równy:

$$C_{za_kad_kolowy} = 2 \frac{S_{dno}}{S_{kad_poprz}} \alpha_{kad} + C_{x_{so}} \frac{S_{kad_poz}}{S_{kad_poprz}} \alpha_{kad}^2 \quad (4.80)$$

Widać, że w tym przypadku:

$$C_{za_kad}^{\alpha} = 2 \frac{S_{dno}}{S_{kad_poprz}}, \quad C_{za_kad}^{\alpha^2} = C_{x_{so}} \frac{S_{kad_poz}}{S_{kad_poprz}} \quad (4.81)$$

Współczynniki te są analogiczne do współczynników dotyczących metody I dla zakresu poddźwiękowego. Występujący we wzorze (4.80) współczynnik $C_{x_{so}}$ można odczytać z rys. 4.34.

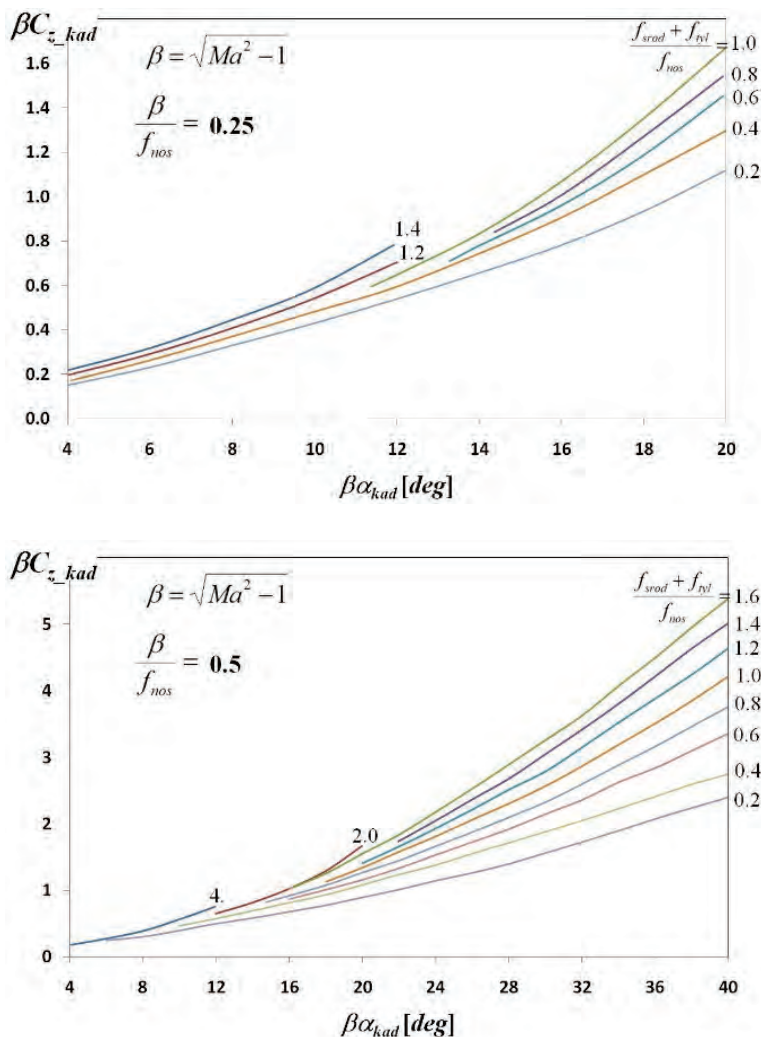
Jeżeli przekrój kadłuba jest eliptyczny, to współczynnik siły nośnej oblicza się ze wzoru:

$$C_{za_kad_elipsa} = f_1 \cdot C_{za_kad_kolowy} \quad (4.82)$$

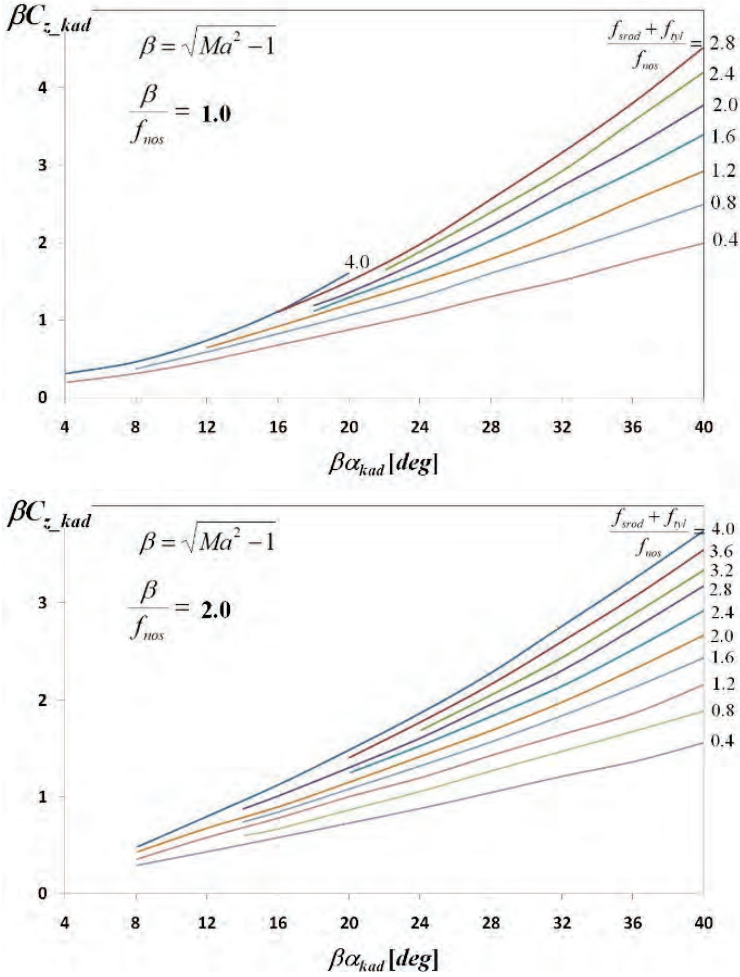
$C_{za_kad_kolowy}$ dotyczy kadłuba zastępczego o przekrojach kołowych, zaś mnożnik f_1 określony jest wzorem (4.72).

Metoda II

Metoda II ma również zastosowanie dla kadłubów o przekroju kołowym lub eliptycznym w zakresie umiarkowanych kątów natarcia. Pozwala ona obliczyć współczynnik siły normalnej C_{z_kad} . Metoda bazuje na otrzymanych doświadczalnie przebiegach dotyczących układu stożek–cylinder. Pokazano je na rys. 4.42.



Rys. 4.42. Współczynnik siły normalnej w zakresie naddźwiękowym



Rys. 4.42. cd. Współczynnik siły normalnej w zakresie naddźwiękowym

Metoda III

Do określenia współczynnika siły normalnej C_{z_kad} w zakresie naddźwiękowym można również wykorzystać metodę III opisaną dla zakresu poddźwiękowego. Dotyczy to w szczególności dużych kątów natarcia. Zastosowanie ma zatem wzór (4.70). W tym zakresie prędkości przyjmuje się $\eta = 1$. Należy również uwzględnić, że współczynnik $C_{x\infty}$ jest zmienny. Zatem:

$$C_{z_kad} = f_1 \frac{S_{dno}}{S_{kad_poprz}} \sin 2\alpha_{kad*} \cos \frac{\alpha_{kad*}}{2} + f_2 C_{x\infty} \frac{S_{kad_poz}}{S_{kad_poprz}} \sin^2 \alpha_{kad*} \quad (4.83)$$

Przykład 4.13

Oblicz współczynnik siły nośnej kadłuba przy niezerowym kącie natarcia, którego dotyczy geometria określona w przykładzie 1.1, w zakresie naddźwiękowym.

Rozwiązanie:

Charakterystyka liniowa – obliczenie C_{z_kad} dla $Ma = 1.8$.

W obliczeniach przyjęto $\xi_k = 0.2$.

1. Parametry do rys. 4.39:

$$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1} = \sqrt{1.8^2 - 1} = 1.5, \quad \frac{\beta}{f_{nos}} = \frac{1.5}{3.4} = 0.44, \quad \frac{f_{srod}}{f_{nos}} = \frac{3.9}{3.4} = 1.147$$

Z lewej strony rysunku odczytuje się:

$$- \text{ dla } \frac{f_{srod}}{f_{nos}} = 0.8 \quad \text{ i } \quad \frac{\beta}{f_{nos}} = 0.44 \quad C_{z_nos+cylinder}^{\alpha} = 2.789$$

$$- \text{ dla } \frac{f_{srod}}{f_{nos}} = 1.2 \quad \text{ i } \quad \frac{\beta}{f_{nos}} = 0.44 \quad C_{z_nos+cylinder}^{\alpha} = 2.803$$

$$- \text{ interpolacja dla } \frac{f_{srod}}{f_{nos}} = 1.147$$

$$C_{z_nos+cylinder}^{\alpha} = 2.789 + \frac{2.803 - 2.789}{1.2 - 0.8} (1.147 - 0.8) = 2.801$$

$$2. \quad \text{Parametr do rys. 4.41: } \frac{f_{tyl}}{\beta} = \frac{2.1}{1.5} = 1.403$$

$$\text{Odczytuje się: } \frac{\Delta C_{z_kad}^{\alpha}}{1 - \left(\frac{d_{dno}}{d_{kad}} \right)^2} = -1.732$$

$$\text{Stąd: } \Delta C_{z_tyl}^{\alpha} = -1.732 \left[1 - \left(\frac{d_{dno}}{d_{kad}} \right)^2 \right] = -1.732 \left[1 - \left(\frac{0.88}{1.5} \right)^2 \right] = -1.136$$

3. Ze wzoru (4.79) oblicza się:

$$C_{z_kad}^{\alpha} = C_{z_nos+cylinder}^{\alpha} + \xi_k \Delta C_{z_tyl}^{\alpha} = 2.801 - 0.2 \cdot 1.136 = 2.574 \quad (P4.13.1)$$

W tabeli poniżej zebrano wyniki obliczeń dla różnych liczb Macha z zakresu naddźwiękowego:

	<i>Ma</i>			
	1.4	1.6	1.8	2.0
$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1}$	0.98	1.249	1.5	1.732
β / f_{nos}	0.288	0.367	0.44	0.509
$C_{z_nos+cylinder}^{\alpha}$ rys. 4.39	2.668	2.747	2.801	2.853
f_{tyl} / β	2.14	1.681	1.403	1.212
$C_{z_tyl}^{\alpha} = \xi_k \Delta C_{z_tyl}^{\alpha}$	-0.261	-0.246	-0.227	-0.210
$C_{z_kad}^{\alpha}$	2.427	2.501	2.574	2.642

Charakterystyka nieliniowa

Metoda I

Zastosowanie wzoru (4.80) daje:

$$\begin{aligned}
 C_{za_kad_kolowy} &= 2 \frac{S_{dno}}{S_{kad_poprz}} \alpha_{kad} + C_{x_{so}} \frac{S_{kad_poz}}{S_{kad_poprz}} \alpha_{kad}^2 = \\
 &= 2 \frac{0.608}{1.77} \alpha_{kad} + C_{x_{so}} \frac{19.03}{1.77} \alpha_{kad}^2 = 0.687 \alpha_{kad} + 10.751 \cdot C_{x_{so}} \alpha_{kad}^2
 \end{aligned} \quad (P4.13.2)$$

Występuje tu współczynnik $C_{x_{so}}$, który jest zmienny. Jego wartości odczytuje się z rys. 4.34. Przykładowe obliczenia dla $Ma = 1.8$ i $\alpha_{kad} = 15^\circ$ są następujące:

- oblicza się: $Ma \cdot \sin \alpha_{kad} = 1.8 \cdot \sin 15^\circ = 0.466$
- z rys. 4.32 odczytuje się: $C_{x_{so}} = 1.3256$
- podstawiając do (P4.13.2) mamy:

$$C_{za_kad_kolowy} = 0.687\alpha_{kad} + 10.751 \cdot C_{x_\infty} \alpha_{kad}^2 =$$

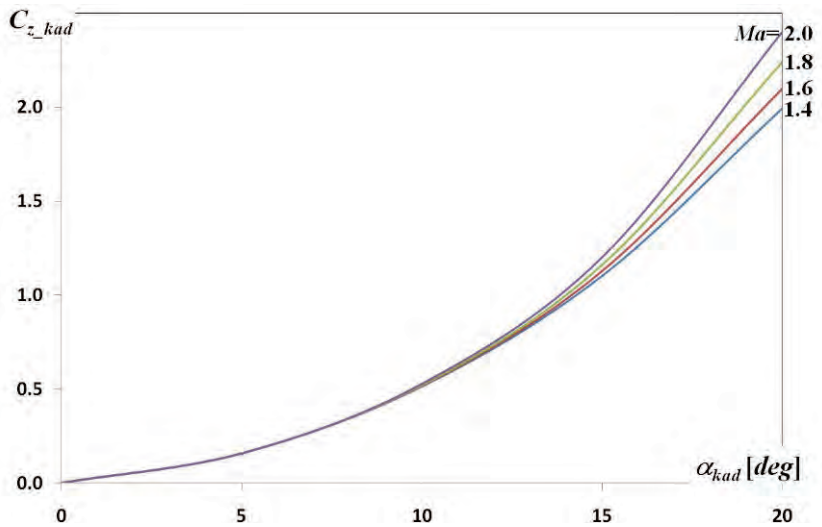
$$= 0.687 \frac{15}{57.29} + 10.751 \cdot 1.3256 \cdot \left(\frac{15}{57.29} \right)^2 = 1.157 \quad (P4.13.3)$$

W tabeli poniżej zestawiono wyniki obliczeń dla różnych liczb Macha i różnych kątów natarcia. Natomiast na rys. P4.13.1 pokazano otrzymane charakterystyki.

$Ma \cdot \sin \alpha_{kad}$		Ma			
		1.4	1.6	1.8	2
α_{kad} [deg]	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	5	0.1220	0.1395	0.1569	0.1743
	10	0.2431	0.2779	0.3126	0.3473
	15	0.3624	0.4142	0.4659	0.5177
	20	0.4789	0.5473	0.6157	0.6841

C_{x_∞}		Ma			
		1.4	1.6	1.8	2
α_{kad} [deg]	0	1.2000	1.2000	1.2000	1.2000
	5	1.2000	1.2000	1.2000	1.2000
	10	1.2002	1.2081	1.2220	1.2397
	15	1.2484	1.2826	1.3256	1.3808
	20	1.3381	1.4189	1.5255	1.6470

C_{z_kad}		Ma			
		1.4	1.6	1.8	2
α_{kad} [deg]	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	5	0.1582	0.1582	0.1582	0.1582
	10	0.5131	0.5156	0.5202	0.5260
	15	1.0999	1.1252	1.1569	1.1975
	20	1.9931	2.0990	2.2386	2.3978



Rys. P4.13.1. Współczynnik siły nośnej kadłuba w zakresie naddźwiękowym (metoda I)

Metoda II

Oblicza się iloraz: $\frac{f_{srod} + f_{tyl}}{f_{nos}} = \frac{3.4 + 2.1}{3.9} = 1.41$

Dla $Ma = 1.8$ i $\alpha_{kad} = 5^\circ$ oblicza się kolejno:

$$\beta = \sqrt{1.8^2 - 1} = 1.497, \quad \beta \alpha_{kad} = 1.497 \cdot 5 = 7.483, \quad \frac{\beta}{f_{nos}} = \frac{1.497}{3.9} = 0.384$$

Dla $\frac{\beta}{f_{nos}} = 0.25$ oraz $\frac{f_{srod} + f_{tyl}}{f_{nos}} = 1.41$ z rys. 4.42 odczytuje się $\beta C_{z_kad} = 0.418$

Dla $\frac{\beta}{f_{nos}} = 0.5$ oraz $\frac{f_{srod} + f_{tyl}}{f_{nos}} = 1.41$ z rys. 4.42 odczytuje się $\beta C_{z_kad} = 0.315$

Przeprowadza się iterację dla $\frac{\beta}{f_{nos}} = 0.384$:

$$\beta C_{z_kad} = 0.418 + \frac{0.315 - 0.418}{0.5 - 0.25} (0.384 - 0.25) = 0.363$$

Stąd:

$$\beta C_{z_kad} = \frac{\beta C_{z_kad}}{\beta} = \frac{0.363}{1.497} = 0.242$$

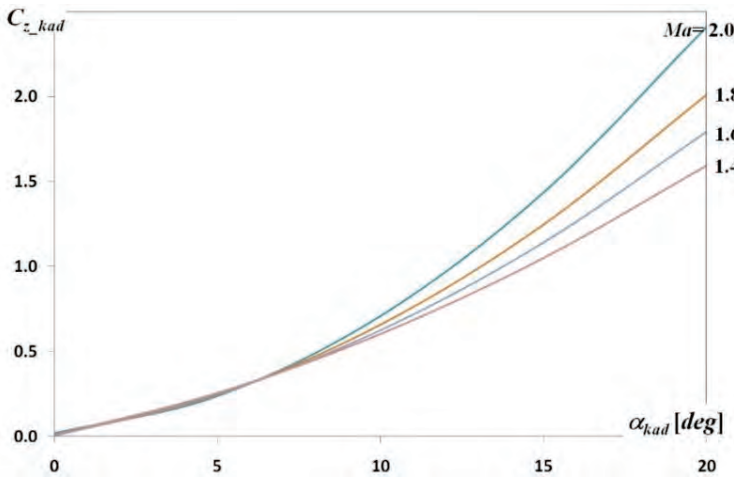
Poniżej w tabelach oraz na rys. P4.13.2 przedstawiono wynik otrzymane dla różnych liczb Macha i różnych kątów natarcia.

	<i>Ma</i>	1.4	βC_{z_kad}			<i>C_{z_kad}</i>
	β	0.980				
α_{kad} [deg]	β/f_{nos}	0.251	0.25	0.5	0.251	
0	$\beta\alpha_{kad}$	0.000	0.007	0.006	0.007	0.007
5		4.899	0.250	0.175	0.250	0.255
10		9.798	0.590	0.470	0.590	0.602
15		14.697	1.027	0.892	1.026	1.048
20		19.596	1.561	1.440	1.560	1.592

	<i>Ma</i>	1.6	βC_{z_kad}			<i>C_{z_kad}</i>
	β	1.249				
α_{kad} [deg]	β/f_{nos}	0.320	0.25	0.5	0.320	
0	$\beta\alpha_{kad}$	0.000	0.007	0.006	0.007	0.005
5		6.245	0.334	0.243	0.309	0.247
10		12.490	0.818	0.686	0.781	0.625
15		18.735	1.460	1.334	1.425	1.141
20		24.980	2.259	2.187	2.239	1.792

	<i>Ma</i>	1.8	βC_{z_kad}			<i>C_{z_kad}</i>
	β	1.497				
α_{kad} [deg]	β/f_{nos}	0.384	0.25	0.5	0.384	
0	$\beta\alpha_{kad}$	0.000	0.007	0.006	0.006	0.004
5		7.483	0.418	0.315	0.363	0.242
10		14.967	1.054	0.919	0.982	0.656
15		22.450	1.916	1.817	1.863	1.245
20		29.933	3.004	3.010	3.007	2.009

	Ma	2	βC_{z_kad}			C_{z_kad}
	β	1.732				
$\alpha_{kad} [deg]$	β/f_{nos}	0.444	0.25	0.5	0.444	
0	$\beta\alpha_{kad}$	0.000	0.124	0.006	0.032	0.019
5		8.660	0.489	0.390	0.413	0.238
10		17.321	1.438	1.170	1.229	0.710
15		25.981	2.968	2.343	2.483	1.434
20		34.641	5.082	3.911	4.173	2.409



Rys. P4.13.2. Współczynnik siły nośnej kadłuba w zakresie naddźwiękowym (metoda II)

Metoda III

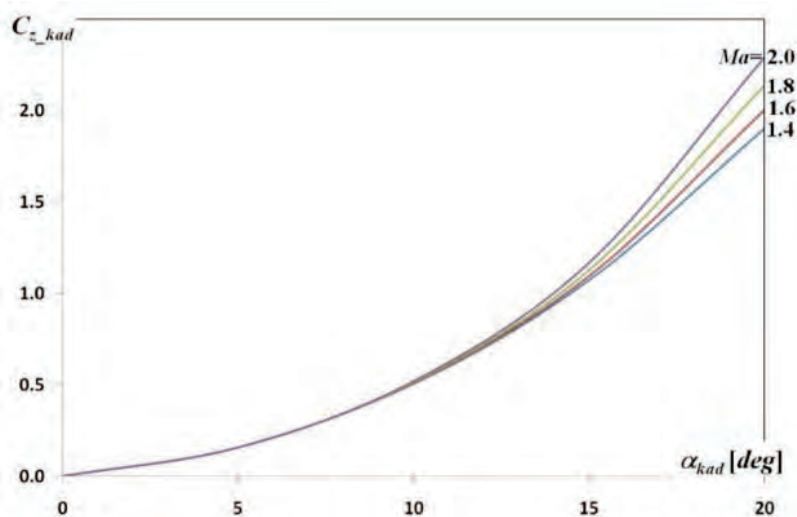
Ponieważ przyjęto, że przekrój kadłuba jest kołowy, to $a = b$, to mamy $f_1 = 1$, $f_2 = 1$.

W przykładzie 4.12 obliczono $\eta = 0.678$. W rozpatrywanym zakresie liczb Macha współczynnik oporu nieskończenie długiego cylindra w ustalonym przepływie poprzecznym C_{x_∞} jest zmienny. Określa się go z rys. 4.34. Wzór (4.70) daje:

$$\begin{aligned}
 C_{z_kad} &= f_1 \frac{S_{dno}}{S_{kad_poprz}} \sin 2\alpha_{kad*} \cos \frac{\alpha_{kad*}}{2} + f_2 \eta C_{x_\infty} \frac{S_{kad_poz}}{S_{kad_poprz}} \sin^2 \alpha_{kad*} = \\
 &= 1 \cdot \frac{0.608}{1.77} \sin 2\alpha_{kad*} \cos \frac{\alpha_{kad*}}{2} + 1 \cdot 1 \cdot C_{x_\infty} \frac{19.03}{1.77} \sin^2 \alpha_{kad*} = \quad (P4.13.4) \\
 &= 0.343 \sin 2\alpha_{kad*} \cos \frac{\alpha_{kad*}}{2} + 10.751 \cdot C_{x_\infty} \sin^2 \alpha_{kad*}
 \end{aligned}$$

Wykorzystując wartości $C_{x_{zo}}$ określone w metodzie I, w tabeli poniżej i na rys. P4.13.3 zebrano wyniki dotyczące różnych liczb Macha.

$C_{z_{kad}}$		Ma			
		1.4	1.6	1.8	2
α_{kad} [deg]	0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	5	0.1576	0.1576	0.1576	0.1576
$C_{z_{kad}}$		Ma			
		1.4	1.6	1.8	2
α_{kad} [deg]	10	0.5062	0.5088	0.5133	0.5190
	15	1.0695	1.0942	1.1252	1.1649
	20	1.9007	2.0023	2.1363	2.2892



Rys. P4.13.3. Współczynnik siły nośnej kadłuba w zakresie naddźwiękowym (metoda III)

4.3. Współczynnik siły nośnej usterzenia poziomego

Siła powstająca na usterzeniu jest równa:

$$P_{za_H} = C_{za_H} \frac{\rho_H V_H^2}{2} S_H \quad (4.84)$$

S_H jest powierzchnią odniesieniową usterzenia. V_H jest prędkością strumienia opływającego usterzenie. Prędkość ta jest mniejsza od prędkości w rejonie skrzydła.

Współczynnik siły nośnej usterzenia C_{za_H} zależy od jego kąta natarcia α_H oraz od kąta wychylenia steru wysokości δ_H , Zgodnie z rys. 4.1 kąt ten jest równy:

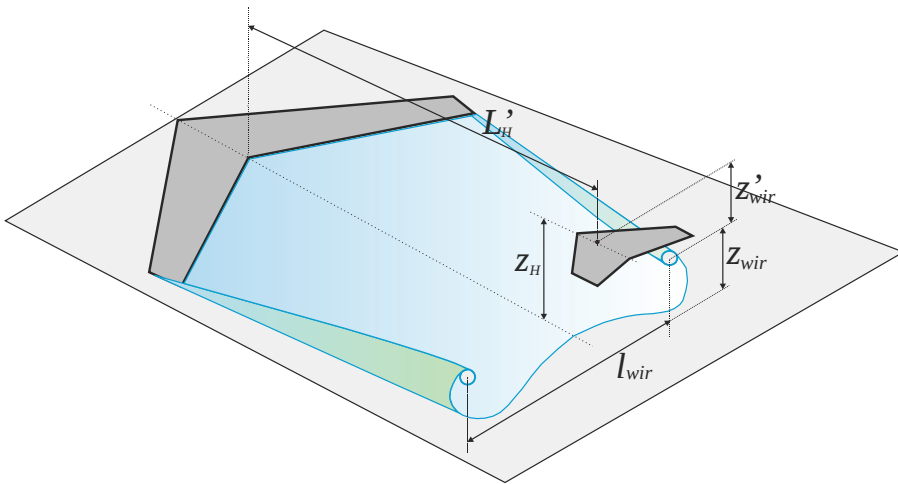
$$\alpha_H = \alpha + \phi_H - \varepsilon_H \quad (4.85)$$

ϕ_H jest kątem zaklinowania usterzenia. Jest on mierzony pomiędzy średnimi cięciami aerodynamicznymi skrzydła i usterzenia. Kąt ε_H to kąt skosu strumienia w obszarze usterzenia.

Współczynnik C_{za_H} można przedstawić następująco:

$$C_{za_H} = C_{za_H}^{\alpha_H} (\alpha_H - \alpha_{0H}) + C_{za_H}^{\delta_H} \delta_H \quad (4.86)$$

Pochodną $C_{za_H}^{\alpha_H}$ wyznacza się podobnie jak dla skrzydła (patrz podrozdz. 4.1.2).



Rys. 4.43. Powierzchnia wirowa za skrzydłem

Za skrzydłem wytwarzającym siłę nośną generowane jest pole wirowe. W oparciu o badania eksperymentalne przyjmuje się, że jest to powierzchnia, która formuje się na krawędzi spływu skrzydła i przemieszcza w dół, zwiijając w dwa wiry końcowe. Jeżeli skrzydło jest proste i ma duże wydłużenie, to powierzchnia ta jest w przybliżeniu płaska. W przypadku skrzydeł o dużym kącie skosu krawędzi spływu powierzchnia wirowa jest wygięta do góry w środkowej części (w pobliżu płaszczyzny symetrii samolotu). Natomiast wiry końcowe pozostają równoległe do kierunku napływającego na skrzydło strumienia i jednocześnie przemieszczają się w kierunku płaszczyzny symetrii. Wiry te wpływają na kąt natarcia usterzenia, odchylając strumień powietrza do dołu. Jednocześnie straty energii strumienia podczas opływu skrzydła powodują, że prędkość przepływu maleje. Maleje zatem ciśnienie dynamiczne w rejonie usterzenia.

4.3.1. Skos strumienia w obszarze usterzenia poziomego

Występujący we wzorze (4.85) kąt ε_H jest średnim kątem, o jaki strugi powietrza są odchylane do dołu. Jest on nazywany **kątem skosu strumienia w obszarze usterzenia poziomego**. Jest on tym większy, im większy jest kąt natarcia (współczynniki siły nośnej skrzydła). Przyjmuje się, że:

$$\varepsilon_H = \varepsilon_{0H} + \frac{\partial \varepsilon_H}{\partial \alpha} \alpha = \varepsilon_{0H} + \varepsilon_H^\alpha \alpha \quad (4.87)$$

ε_{0H} jest kątem skosu przy zerowej wartości kąta natarcia skrzydła. Wartość ε_{0H} mieści się w przedziale $0.5^\circ \div 1.5^\circ$. Wyniesienie usterzenia nad kadłub zmniejsza ten kąt. Z kolei pochodna ε_H^α zależy od wzajemnego położenia usterzenia i skrzydła oraz od geometrii skrzydła (zbieżności, skosu, wydłużenia).

A, B. Zakres poddźwiękowy i transoniczny

Z badań wynika, że pochodna ε_H^α jest proporcjonalna do pochodnej siły nośnej skrzydła $C_{za_skrz}^\alpha$. W zakresie transonicznym zmienia się ona w sposób podobny do pokazanego na rys. 4.8. Zmiany te są powiązane z wydłużeniem i grubością skrzydła.

W zakresie poddźwiękowym i transonicznym pochodną ε_H^α można wyznaczyć, używając wyników badań w tunelu aerodynamicznym lub poprzez przybliżone obliczenia inżynierskie:

$$\varepsilon_H^\alpha = \varepsilon_H^\alpha \Big|_{Ma=0} \frac{C_{za_skrz_Ma}^\alpha}{C_{za_skrz_Ma=0}^\alpha} \quad (4.88)$$

Gradient $\varepsilon_H^\alpha|_{Ma=0}$ dotyczący małych liczb Macha jest równy:

$$\varepsilon_H^\alpha|_{Ma=0} = 4.44 \left[K_\lambda K_\eta K_H \sqrt{\cos \Lambda_{0.25}} \right]^{1.19} \quad (4.89)$$

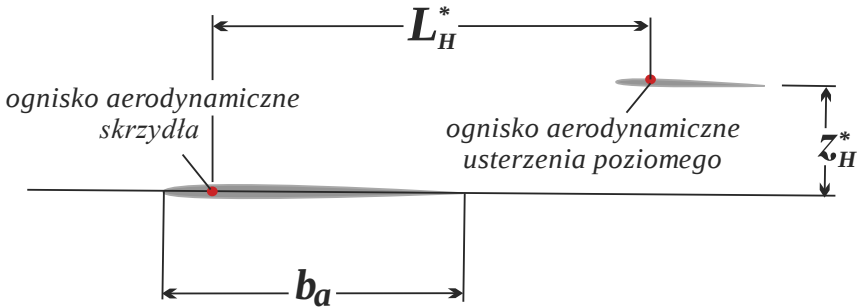
Występujące tu współczynniki zależą od geometrii skrzydła i położenia usterzenia poziomego:

$$K_\lambda = \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{1 + \lambda^{1.7}} \quad (4.90)$$

$$K_\eta = \frac{10\eta - 3}{7\eta} \quad (4.91)$$

$$K_H = \frac{1 - \frac{z_H^*}{l}}{\sqrt[3]{\frac{2L_H^*}{l}}} \quad (4.92)$$

gdzie z_H^* i L_H^* określają położenie ogniska aerodynamicznego usterzenia względem ogniska skrzydła, odległość L_H^* jest dodatnia, natomiast z_H^* jest dodatnie, jeżeli usterzenie leży powyżej płaszczyzny skrzydła, tak jak pokazano na rys. 4.44.

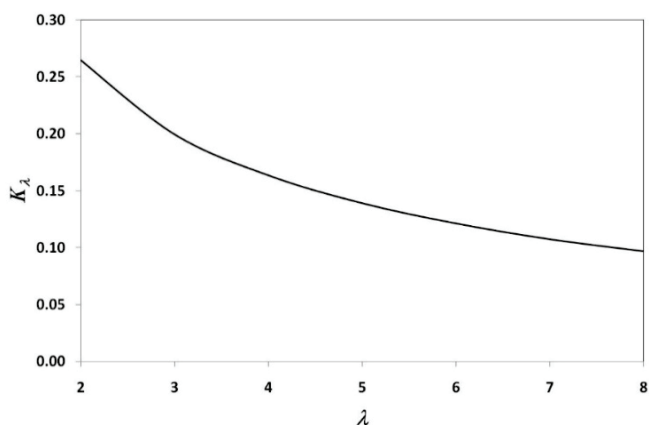


Rys. 4.44. Położenie ogniska aerodynamicznego usterzenia poziomego względem ogniska aerodynamicznego skrzydła

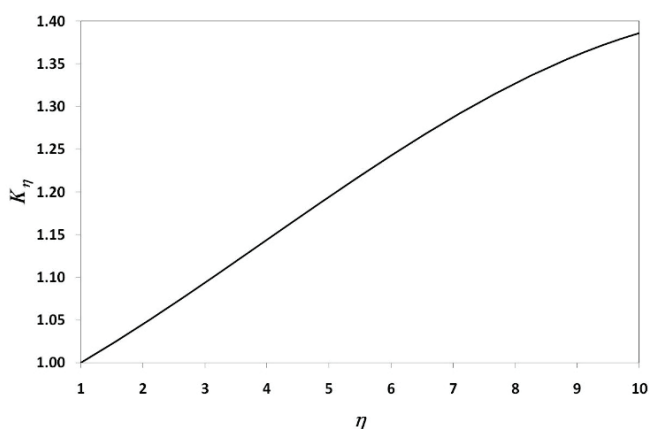
Na rys. 4.45÷4.47 pokazano współczynniki K_λ , K_η , K_H . Zakres stosowności wzoru (4.89) jest następujący:

- wydłużenie skrzydła: $2 \leq \lambda \leq 8$;

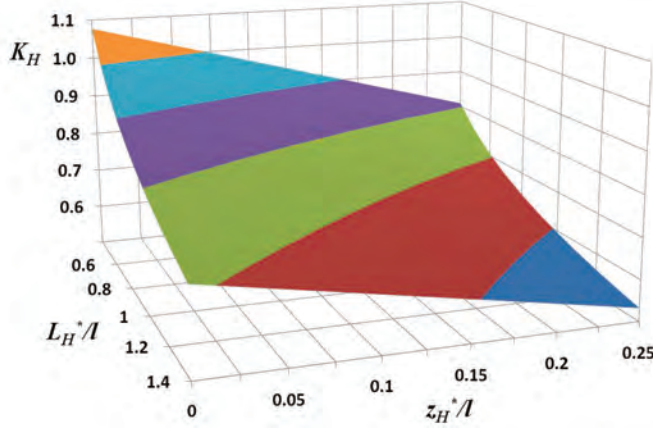
- zbieżność skrzydła: $\eta \geq 0.615$;
- kąt skosu linii $\frac{1}{4}$ cięciw skrzydła: $3.4^\circ \leq \Lambda_{0.25} \leq 56.5^\circ$;
- pionowe położenie usterzenia: $-0.177 \leq \frac{2z_H^*}{l} \leq 0.537$;
- poziome położenie usterzenia: $0.78 \leq \frac{2L_H^*}{l} \leq 2.44$;
- rozpiętość usterzenia: $0.28 \leq \frac{l_H}{l} \leq 0.8$.



Rys. 4.45. Współczynnik K_λ



Rys. 4.46. Współczynnik K_η



Rys. 4.47. Współczynnik K_H

Inny, oparty na badaniach doświadczalnych, wzór pozwalający obliczyć pochodną ε_H^α ma postać:

$$\varepsilon_H^\alpha \Big|_{Ma=0} = 0.367 \frac{C_{za_skrz}^\alpha}{\lambda^{0.725}} \left(\frac{b_{sr}}{L_H^*} \right)^{0.25} \left(\frac{10\eta - 3}{7\eta} \right) \left(1 - \frac{z_H^*}{l} \right) \quad (4.93)$$

C. Zakres naddźwiękowy

W zakresie naddźwiękowym obliczenie pochodnej $\varepsilon_H^\alpha \Big|_{Ma}$ wymaga zastosowania złożonych wykresów uwzględniających położenie usterzenia względem skrzydła. Pochodna ta jest proporcjonalna do pochodnej siły normalnej skrzydła względem kąta natarcia. Dla skrzydeł, które nie mają naddźwiękowej krawędzi natarcia i krawędzi spływu, można pochodną $\varepsilon_H^\alpha \Big|_{Ma}$ obliczyć ze wzoru:

$$\varepsilon_H^\alpha = \frac{1.62 \cdot C_{za_skrz_Ma}^\alpha}{\pi \lambda} \quad (4.94)$$

Przykład 4.14

Oblicz kąt skosu strumienia w obszarze usterzenia poziomego w oparciu o geometrię samolotu określoną w przykładzie 1.1 i wyniki z przykładów 4.2÷4.4.

Rozwiązanie – oblicza się kolejno:

- ze wzoru (4.90) współczynnik K_λ :

$$K_\lambda = \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{1 + \lambda^{1.7}} = \frac{1}{3} - \frac{1}{1 + 3^{1.7}} = 0.2 \quad (P4.14.1)$$

- ze wzoru (4.91) współczynnik K_η :

$$K_\eta = \frac{10\eta - 3}{7\eta} = \frac{10 \cdot 4.16 - 3}{7 \cdot 4.16} = 1.3255 \quad (\text{P4.14.2})$$

- ze wzoru (4.92) współczynnik K_H :

$$K_H = \frac{1 - \left| \frac{Z_H^*}{l} \right|}{\sqrt[3]{\frac{2L_H^*}{l}}} = \frac{1 - \left| \frac{-0.26}{9.14} \right|}{\sqrt[3]{\frac{2 \cdot 4.02}{9.14}}} = 1.01 \quad (\text{P4.14.3})$$

- ze wzoru (4.89) pochodną $\mathcal{E}_H^\alpha \big|_{Ma=0}$:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_H^\alpha \big|_{Ma=0} &= 4.44 \left[K_\lambda K_\eta K_H \sqrt{\cos \Lambda_{0.25}} \right]^{1.19} = \\ &= 4.44 \left[0.2 \cdot 1.3255 \cdot 1.01 \sqrt{\cos \frac{31}{57.29}} \right]^{1.19} = 0.846 \end{aligned} \quad (\text{P4.14.4})$$

- ze wzoru (P4.2.5) pochodną $C_{za_skrz_Ma=0}^\alpha$:

$$\begin{aligned} C_{za_skrz_Ma=0}^\alpha &= \frac{18.84}{2 + \sqrt{13.842 - 8.461 Ma^2}} = \\ &= \frac{18.84}{2 + \sqrt{13.842 - 8.461 \cdot 0^2}} = 3.293 \end{aligned} \quad (\text{P4.14.5})$$

Dla $Ma = 0.6$ otrzymuje się $C_{za_skrz}^\alpha = 0.915$.

Dalsze obliczenia wykonuje się z wykorzystaniem wzoru (4.88). Wymagają one uwzględnienia wyników z przykładów 4.2÷4.4. Na przykład dla $Ma = 1.07$:

$$\mathcal{E}_H^\alpha = \mathcal{E}_H^\alpha \big|_{Ma=0} \frac{C_{za_skrz_Ma}^\alpha}{C_{za_skrz_Ma=0}^\alpha} = 0.846 \frac{4.143}{3.293} = 1.06 \quad (\text{P4.14.6})$$

W zakresie naddźwiękowym wykorzystuje się wzór (4.94). Dla $Ma = 1.6$ mamy:

$$\varepsilon_H^\alpha = \frac{1.62 \cdot C_{za_skrz_Ma}^\alpha}{\pi \lambda} = \frac{1.62 \cdot 2.705}{3,14 \cdot 3} = 0.465 \quad (P4.14.7)$$

W tabeli poniżej zebrano wyniki obliczeń dla wszystkich zakresów prędkości.

Zakres	Poddźwiękowy		Transoniczny			Naddźwiękowy			
Ma	0	>0	1.0	1.07	1.14	1.4	1.6	1.8	2.0
$C_{za_skrz}^\alpha$	3.293	$\frac{18.84}{2 + \sqrt{13.842 - 8.461Ma^2}}$	4.361	4.143	4.039	3.11	2.705	2.412	2.184
ε_H^α	0.846	$\frac{4.84}{2 + \sqrt{13.842 - 8.461Ma^2}}$	1.120	1.064	1.037	0.535	0.465	0.415	0.376

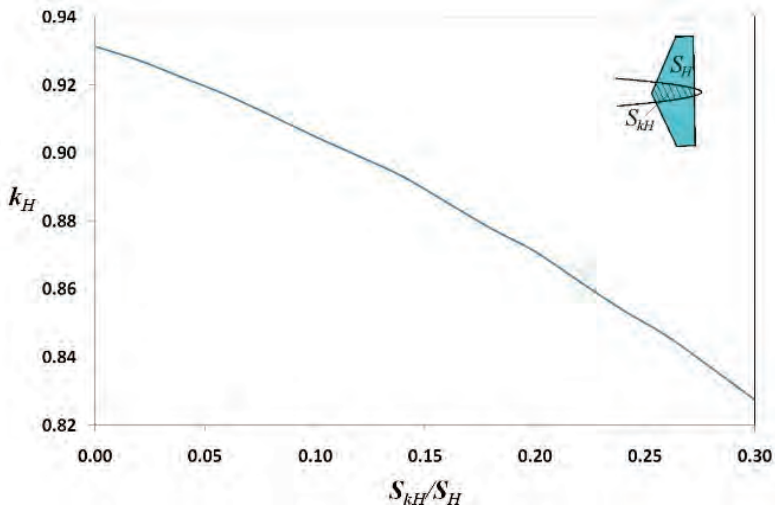
4.3.2. Współczynnik hamowania prędkości w obszarze usterzenia poziomego

Strumień powietrza przepływający wokół skrzydła i kadłuba jest hamowany. Dlatego wektor prędkości V_H nie tylko zmienia kierunek, ale również jest krótszy niż wektor V_s (patrz rys. 4.1). Zatem ciśnienie dynamiczne w obszarze usterzenia jest mniejsze niż w rejonie skrzydła. W obliczeniach wykorzystuje się tzw. **współczynnik hamowania strumienia w obszarze usterzenia poziomego** k_H . Jest on równy:

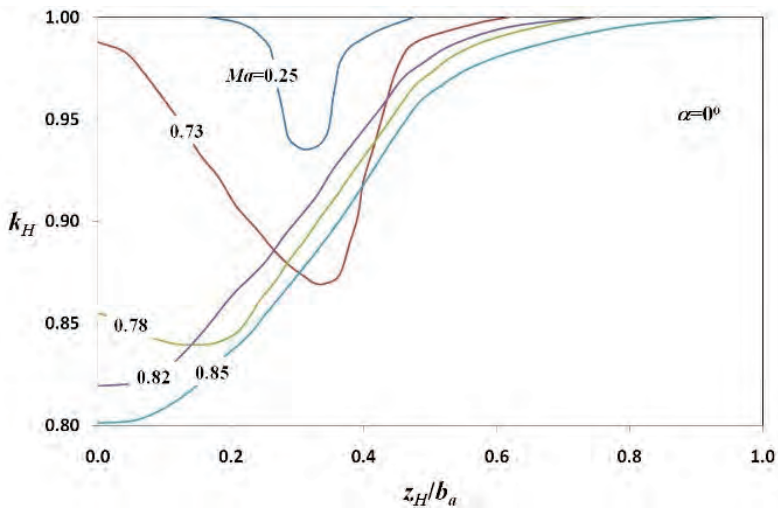
$$k_H = \frac{\frac{\rho V_H^2}{2}}{\frac{\rho V_s^2}{2}} = \frac{V_H^2}{V_s^2} \quad (4.95)$$

A. Zakres poddźwiękowy

Dla samolotów z usterzeniem poziomym zamocowanym w tylnej części kadłuba współczynnik ten mieści się w przedziale 0.85÷0.95 przy prędkościach poddźwiękowych. Na rys. 4.48 pokazano przykładowe wartości współczynnika k_H w zależności od stosunku powierzchni podkadłubowej usterzenia do powierzchni usterzenia. Natomiast rys. 4.49 przedstawia wpływ pionowego położenia usterzenia z_H (odniesionego do średniej cięciwy aerodynamicznej b_a) na k_H dla różnych liczb Macha dla kąta natarcia $\alpha = 0^\circ$. Widać silny wpływ liczby Macha na hamowanie strumienia, szczególnie gdy usterzenie leży w niewielkiej odległości nad płaszczyznę skrzydła.



Rys. 4.48. Współczynnik hamowania strumienia w obszarze usterzenia poziomego



Rys. 4.49. Wpływ pionowego położenia usterzenia poziomego na k_H

W uproszczonych obliczeniach dotyczących płaszczyzny symetrii samolotu można przyjąć, że współczynnik k_H jest równy:

$$k_H = 1 - \frac{2.42 \sqrt{C_{xa0_skrz}}}{\frac{x}{b_a} + 0.3} \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \frac{z}{z_w} \right) \quad (4.96)$$

gdzie:

- x jest odległością ogniska aerodynamicznego usterzenia poziomego od krawędzi spływu cięciwy środkowej skrzydła. Odległość ta jest mierzona wzdłuż linii środkowej śladu zaskrzydłowego;
- z jest odległością pionową ogniska aerodynamicznego usterzenia od śladu zaskrzydłowego. Zależy ona od aktualnego kąta natarcia α , kąta skosu strumienia ε_H (w punkcie będącym rzutem ogniska aerodynamicznego usterzenia poziomego na płaszczyznę, w której leżą wiry końcowe skrzydła) oraz kąta γ wynikającego z położenia ogniska aerodynamicznego usterzenia poziomego względem krawędzi spływu średniej cięciwy aerodynamicznej:

$$z = x \tan[\gamma - (\alpha - \varepsilon_H)] \quad (4.97)$$

Można tu przyjąć, że kąt ε_H oblicza się ze wzoru analogicznego do (4.94):

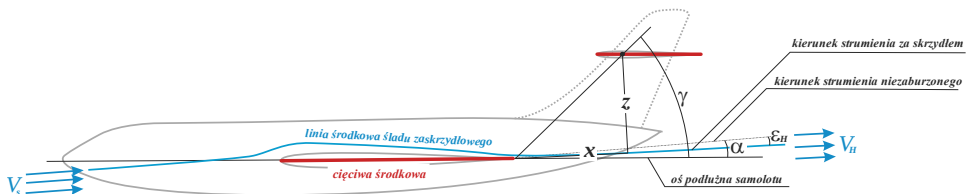
$$\varepsilon_H = \frac{1.62 \cdot C_{za_skrz}}{\pi \lambda} \quad (4.98)$$

C_{za_skrz} określa się, stosując wzór (4.5).

z_w we wzorze (4.96) jest połową szerokości wiru zaskrzydłowego w odległości x od krawędzi spływu cięciwy środkowej skrzydła. Obliczyć go można z zależności:

$$z_w = 0.68 \cdot b_a \sqrt{C_{xa0_skrz} \left(\frac{x}{b_a} + 0.15 \right)} \quad (4.99)$$

Na rys. 4.50 pokazano opisane powyżej kąty i odległości.



Rys. 4.50. Schemat do obliczeń współczynnika hamowania prędkości

Jeżeli obliczona ze wzoru (4.97) odległość z jest większa od z_w ($z > z_w$), to usterzenie znajduje się poza śladem zaskrzydłowym i współczynnik hamowania strumienia k_H jest równy 1 ($k_H = 1$).

B, C. Zakres transoniczny i naddźwiękowy

Dla zakresu transonicznego można stosować opisaną powyżej metodę określania współczynnika k_H . Występujący we wzorach współczynnik siły oporu przy zerowej sile nośnej C_{xa0_skrz} należy obliczać, pomijając opór falowy (podrozdz. 5.1.1 B. Zakres transoniczny).

W zakresie prędkości naddźwiękowych wartość współczynnika tłumienia strumienia maleje do wartości $0.75 \div 0.85$. Określa się go odrębnie dla obszarów z nielepkiem lub lepkiem przepływem strumienia powietrza. Obszar, dla którego przyjmuje się, że opływ jest nielepki, ograniczony jest falami uderzeniowymi lub rozrzedzeniowymi. W tym obszarze przepływ jest dwuwymiarowy i może być analizowany metodami dotyczącymi teorii fal uderzeniowych. Natomiast, jeżeli usterzenie znajduje się poza obszarem wyznaczonym przez fale uderzeniowe i rozrzedzeniowe generowane przez skrzydło, to do określenia współczynnika k_H można wykorzystać opisaną powyżej metodę dotyczącą zakresu poddźwiękowego. Współczynnik siły oporu C_{xa0_skrz} należy obliczać, uwzględniając opór falowy (podrozdz. 5.1.1 C. Zakres naddźwiękowy).

Przykład 4.15

Oblicz współczynnik tłumienia strumienia w obszarze usterzenia poziomego w oparciu o geometrię samolotu określoną w przykładzie 1.1 i wyniki z przykładów 4.2÷4.4.

Rozwiązanie:

Poniżej pokazano obliczenia dla kąta natarcia $\alpha = 4^\circ$ dla $Ma=0$:

Wykorzystuje się dane: z przykładu 4.1 $\alpha_{0_skrz} = -1.74^\circ$ oraz z przykładu 4.2 $C_{za_skrz}^\alpha = 3.293$.

- współczynnik siły nośnej ze wzoru (4.5):

$$C_{za_skrz} = C_{za_skrz}^\alpha (\alpha - \alpha_{0_skrz}) = 3.29 \frac{4 - (-1.74)}{57.29} = 0.33 \quad (P4.15.1)$$

- skos strumienia w ognisku aerodynamicznym usterzenia ze wzoru (4.98):

$$\varepsilon_H = \frac{1.62 \cdot C_{za_skrz}}{\pi \lambda} = \frac{1.62 \cdot 0.33}{3.14 \cdot 3} = 5.674 \cdot 10^{-2} \text{ rad } [3.25^\circ] \quad (P4.15.2)$$

Położenie ogniska aerodynamicznego usterzenia względem krawędzi spływu cięciwy środkowej skrzydła:

- na podstawie rys. P1.1.7 i P1.1.3 odległość pozioma:

$$x = X_{F_H} - (X_{b_0} + b_0) = 11.55 - (5.14 + 4.93) = 1.48 \text{ m} \quad (P4.15.3)$$

- przyjmując kąt $\gamma = 0$, odległość pionowa ze wzoru (4.97):

$$z = x \tan[\gamma - (\alpha - \varepsilon_H)] = 1.48 \tan \left[0 - \left(\frac{4 - 3.25}{57.29} \right) \right] = -1.936 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad (\text{P4.15.4})$$

- połowa szerokości wiru zaskrzydłowego ze wzoru (4.99):

$$\begin{aligned} z_w &= 0.68 \cdot b_a \sqrt{C_{xa0_skrz} \left(\frac{x}{b_a} + 0.15 \right)} = \\ &= 0.68 \cdot 3.44 \sqrt{5.7506 \cdot 10^{-3} \left(\frac{1.48}{3.44} + 0.15 \right)} = 0.135 \text{ m} \end{aligned} \quad (\text{P4.15.5})$$

Wartość $C_{xa0_skrz} = 5.7506 \cdot 10^{-3}$ obliczona została w przykładzie 5.1.

- współczynnik tłumienia strumienia ze wzoru (4.96):

$$\begin{aligned} k_H &= 1 - \frac{2.42 \sqrt{C_{xa0_skrz}}}{\frac{x}{b_a} + 0.3} \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \frac{z}{z_w} \right) = \\ &= 1 - \frac{2.42 \sqrt{5.7506 \cdot 10^{-3}}}{\frac{1.48}{3.44} + 0.3} \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \frac{(-1.936 \cdot 10^{-2})}{0.135} \right) = 0.761 \end{aligned} \quad (\text{P4.15.6})$$

W tabelach poniżej zgromadzono wynik obliczeń dla różnych liczb Macha.

Dane do obliczeń dla różnych liczb Macha

Zakres	Poddźwiękowy		Transoniczny			Naddźwiękowy			
Ma	0	0.6	1	1.07	1.14	1.4	1.6	1.8	2
C_{xa0}	0.0058	0.0058	0.0058	0.0058	0.0058	0.0144	0.0133	0.0128	0.0123
$C_{za_skrz}^\alpha$	3.293	3.564	4.361	4.143	4.039	3.110	2.705	2.412	2.185
z_w	0.135	0.135	0.135	0.135	0.135	0.214	0.206	0.201	0.198

Wyniki obliczeń dla $Ma = 0$

α [deg]	C_{za_skrz}	ε_H [deg]	z	k_H
0	0.100	0.99	0.025	0.770
2	0.215	2.12	0.003	0.749
4	0.330	3.25	-0.019	0.761
6	0.445	4.38	-0.042	0.803
8	0.560	5.52	-0.064	0.864
10	0.675	6.65	-0.087	0.928
12	0.790	7.78	-0.109	0.978
14	0.905	8.91	-0.132	1.000
16	1.020	10.05	-0.154	1.000

Wyniki obliczeń dla $Ma = 0.6$

α [deg]	C_{za_skrz}	ε_H [deg]	z	k_H
0	0.108	1.07	0.028	0.774
2	0.233	2.29	0.008	0.751
4	0.357	3.52	-0.012	0.754
6	0.482	4.74	-0.032	0.783
8	0.606	5.97	-0.052	0.831
10	0.730	7.20	-0.072	0.889
12	0.855	8.42	-0.093	0.943
14	0.979	9.65	-0.113	0.983
16	1.104	10.87	-0.133	1.000

Wyniki obliczeń dla $Ma = 1.0$

α [deg]	C_{za_skrz}	ε_H [deg]	z	k_H
0	0.132	1.30	0.034	0.785
2	0.285	2.80	0.021	0.763
4	0.437	4.30	0.008	0.751
6	0.589	5.80	-0.005	0.750
8	0.741	7.30	-0.018	0.759
10	0.894	8.80	-0.031	0.780
12	1.046	10.30	-0.044	0.808
14	1.198	11.80	-0.057	0.843
16	1.350	13.30	-0.070	0.880

Wyniki obliczeń dla $Ma = 1.07$

α [deg]	C_{za_skrz}	ε_H [deg]	z	k_H
0	0.126	1.24	0.032	0.782
2	0.270	2.66	0.017	0.759
4	0.415	4.09	0.002	0.749
6	0.560	5.51	-0.013	0.754
8	0.704	6.94	-0.027	0.773
10	0.849	8.36	-0.042	0.805
12	0.994	9.79	-0.057	0.844
14	1.138	11.21	-0.072	0.887
16	1.283	12.64	-0.087	0.929

Wyniki obliczeń dla $Ma = 1.14$

α [deg]	C_{za_skrz}	ε_H [deg]	z	k_H
0	0.123	1.21	0.031	0.780
2	0.264	2.60	0.015	0.757
4	0.405	3.99	0.000	0.749
6	0.546	5.38	-0.016	0.757
8	0.687	6.77	-0.032	0.782
10	0.828	8.15	-0.048	0.818
12	0.969	9.54	-0.063	0.862
14	1.110	10.93	-0.079	0.908
16	1.251	12.32	-0.095	0.949

Wyniki obliczeń dla $Ma = 1.4$

α [deg]	C_{za_skrz}	ε_H [deg]	z	k_H
0	0.094	0.93	0.024	0.615
2	0.203	2.00	0.000	0.603
4	0.312	3.07	-0.024	0.615
6	0.420	4.14	-0.048	0.650
8	0.529	5.21	-0.072	0.704
10	0.637	6.28	-0.096	0.770
12	0.746	7.35	-0.120	0.841
14	0.854	8.42	-0.145	0.906
16	0.963	9.49	-0.169	0.958

Wyniki obliczeń dla $Ma = 1.6$

α [deg]	C_{za_skrz}	ε_H [deg]	z	k_H
0	0.082	0.81	0.021	0.627
2	0.177	1.74	-0.007	0.618
4	0.271	2.67	-0.034	0.643
6	0.365	3.60	-0.062	0.697
8	0.460	4.53	-0.090	0.770
10	0.554	5.46	-0.117	0.851
12	0.649	6.39	-0.145	0.924
14	0.743	7.32	-0.173	0.977
16	0.838	8.25	-0.201	1.000

Wyniki obliczeń dla $Ma = 1.8$

α [deg]	C_{za_skrz}	ε_H [deg]	z	k_H
0	0.073	0.72	0.019	0.634
2	0.157	1.55	-0.012	0.629
4	0.242	2.38	-0.042	0.664
6	0.326	3.21	-0.072	0.732
8	0.410	4.04	-0.102	0.818
10	0.494	4.87	-0.133	0.903
12	0.578	5.70	-0.163	0.968
14	0.663	6.53	-0.194	0.999
16	0.747	7.36	-0.225	1.000

Wyniki obliczeń dla $Ma = 2.0$

α [deg]	C_{za_skrz}	ε_H [deg]	z	k_H
0	0.066	0.65	0.017	0.639
2	0.143	1.41	-0.015	0.638
4	0.219	2.16	-0.048	0.682
6	0.295	2.91	-0.080	0.761
8	0.371	3.66	-0.112	0.855
10	0.448	4.41	-0.145	0.938
12	0.524	5.16	-0.177	0.990
14	0.600	5.91	-0.210	1.000
16	0.677	6.67	-0.243	1.000

4.4. Współczynnik siły nośnej samolotu – część statyczna i od sterowania

Siła nośna samolotu jest sumą siły generowanej przez skrzydło, kadłub i usterzenie poziome⁷. Można zatem przyjąć, że:

$$P_{za} = C_{za} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S = P_{za_skrz} + P_{za_kad} + P_{za_H} \cos \varepsilon_H \quad (4.100)$$

Poszczególne siły są odpowiednio równe:

- zgodnie z (4.4) siła nośna skrzydła:

$$P_{za_skrz} = C_{za_skrz} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S \quad (4.101)$$

- zgodnie z (4.50) siła nośna kadłuba:

$$P_{za_kad} = C_{za_kad} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S_{kad_poprz} \quad (4.102)$$

- zgodnie z (4.84) siła nośna usterzenia poziomego:

$$P_{za_H} = C_{za_H} \frac{\rho_H V_H^2}{2} S_H \quad (4.103)$$

Stąd współczynnik siły nośnej całego samolotu jest równy:

$$\begin{aligned} C_{za} &= C_{za_skrz} + C_{za_kad} \bar{S}_{kad} + C_{za_H} k_H \bar{S}_H \cos \varepsilon_H \approx \\ &\approx C_{za_skrz} + C_{za_kad} \bar{S}_{kad} + C_{za_H} k_H \bar{S}_H \end{aligned} \quad (4.104)$$

Wprowadzono tu względne wartości powierzchni odniesieniowych kadłuba i usterzenia poziomego:

$$\bar{S}_{kad} = \frac{S_{kad_poprz}}{S}, \quad \bar{S}_H = \frac{S_H}{S} \quad (4.105)$$

⁷ Jest to przybliżenie, ponieważ nie uwzględnia interferencji aerodynamicznej.

Wykorzystując wzory (4.5), (4.61)⁸, (4.49), (4.85), (4.87), można część statyczną i część od sterowania współczynnika siły nośnej samolotu przedstawić następująco:

$$C_{za} = \underbrace{C_{za0} + C_{za}^{\alpha}\alpha}_{\text{cz. statyczna}} + \underbrace{C_{za}^{\delta_H}\delta_H + C_{za}^{\phi_H}\phi_H}_{\text{sterowanie}} \quad (4.106)$$

Poszczególne składniki są odpowiednio równe:

$$C_{za0} = -C_{za_skrz}^{\alpha}\alpha_{0_skrz} - C_{za_kad}^{\alpha}(\phi_{skrz} + \alpha_{0_kad})\bar{S}_{kad} - C_{za_H}^{\alpha_H}(\alpha_{0H} + \varepsilon_{0H})k_H\bar{S}_H \quad (4.107)$$

$$C_{za}^{\alpha} = C_{za_skrz}^{\alpha} + C_{za_kad}^{\alpha}\bar{S}_{kad} + C_{za_H}^{\alpha_H}(1 - \varepsilon_H^{\alpha})k_H\bar{S}_H \quad (4.108)$$

$$C_{za}^{\delta_H} = C_{za_H}^{\delta_H}k_H\bar{S}_H \quad (4.109)$$

$$C_{za}^{\phi_H} = C_{za_H}^{\alpha_H}k_H\bar{S}_H \quad (4.110)$$

Pochodne siły nośnej skrzydła i usterzenia poziomego oblicza się, wykorzystując metody opisane w podrozdz. 4.1.2. Natomiast do kadłuba odnosi się podrozdz. 4.2.

Dwa ostatnie składniki w (4.106) dotyczą sterowania, przy czym składnik $C_{za}^{\phi_H}\phi_H$ występuje tylko wtedy, gdy usterzenie poziome jest przestawne. Jeżeli kąt ϕ_H jest stały, to składnik ten należy włączyć do C_{za0} . Warto zauważyć, że dla wielu samolotów usterzenie jest konstruowane w oparciu o profile symetryczne. W takim przypadku kąt α_{0H} jest równy zeru.

4.4.1. Część statyczna współczynnika C_{za}

Wpływ interferencji aerodynamicznej

Interferencja aerodynamiczna zmienia siły nośne powstające na skrzydle, kadłubie i usterzeniu. W obliczeniach nie rozpatruje się kadłuba osobno, natomiast uwzględnia się siłę nośną generowaną przez układ skrzydło–kadłub oraz układ usterzenie poziome–kadłub:

⁸ We wzorze (4.61) pominięto człon zawierający α_{kad}^2 .

$$P_{za} = C_{za} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S = P_{za_skrz+kad} + P_{za_H+kad} \cos \varepsilon_H \quad (4.111)$$

W tym przypadku, występujące w części statycznej wzoru (4.106) współczynniki C_{za0} i C_{za}^α są odpowiednio równe:

$$C_{za0} = -C_{za_skrz+kad}^\alpha \alpha_{0_skrz} - C_{za_H+kad}^{\alpha_H} (\alpha_{0H} + \varepsilon_{0H}) k_H \bar{S}_H \quad (4.112)$$

$$C_{za}^\alpha = C_{za_skrz+kad}^\alpha + C_{za_H+kad}^{\alpha_H} (1 - \varepsilon_H^\alpha) k_H \bar{S}_H \quad (4.113)$$

Występujące tu pochodne siły nośnej układu skrzydło–kadłub i usterzenia oblicza się, wykorzystując pochodne izolowanych powierzchni nośnych, które należy pomnożyć przez współczynniki interferencji:

$$C_{za_skrz+kad}^\alpha = C_{za_skrz_zewn}^\alpha \cdot f_{S_*_skrz/kad} \quad (4.114)$$

$$C_{za_H+kad}^{\alpha_H} = C_{za_H_zewn}^{\alpha_H} \cdot f_{S_*_H/kad} \quad (4.115)$$

Pochodne $C_{za_skrz_zewn}^\alpha$ i $C_{za_H_zewn}^{\alpha_H}$ dotyczą skrzydła „zewnątrznego” i usterzenia „zewnątrznego” (patrz rys. 1.6). Pochodne te oblicza się metodami opisanymi w podrozdz. 4.1.2 dla odpowiedniego zakresu prędkości. Również od zakresu prędkości zależą współczynniki interferencji $f_{S_*_skrz/kad}$ i $f_{S_*_H/kad}$.

A. Zakres poddźwiękowy

W zakresie poddźwiękowym i transonicznym pochodne $C_{za_skrz_zewn}^\alpha$ i $C_{za_H_zewn}^{\alpha_H}$ wylicza się ze wzoru (4.17), w którym do obliczeń należy przyjąć wydłużenia skrzydła utworzonego z zewnętrznych części skrzydła rzeczywistego. Sposób budowania takiego skrzydła „zewnątrznego” (obliczeniowego) pokazano na rys. 1.6. Skrzydło to ma mniejszą rozpiętość niż skrzydło rzeczywiste i inną zbieżność. Zatem:

$$C_{za_skrz_zewn}^\alpha = \frac{2\pi\lambda_{zewn}}{2 + \sqrt{\frac{\lambda_{zewn}^2}{\left(\frac{C_{za_prof}^\alpha}{2\pi}\right)^2} (1 + \tan^2 \Lambda_{c_{max}} - Ma^2) + 4}} \quad (4.116)$$

Współczynniki $f_{S_{*_skrz}/kad}$ i $f_{S_{*_H}/kad}$ można przedstawić, wykorzystując wzór (4.19):

$$f_{S_{*_skrz}/kad} = \frac{S_{zewn}}{S} \cdot 1.07 \cdot \left(1 + \frac{d_{kad/skrz}}{l} \right)^2 \quad (4.117)$$

$$f_{S_{*_H}/kad} = \frac{S_{H_zewn}}{S_H} \cdot 1.07 \cdot \left(1 + \frac{d_{kad/H}}{l_H} \right)^2 \quad (4.118)$$

gdzie: $d_{kad/skrz}$ – średnica kadłuba w rejonie mocowania skrzydła; l – rozpiętość skrzydła; S_{zewn} – powierzchnia skrzydła „zewnątrznego” (bez części podkadłubowej); $d_{kad/H}$ – średnica kadłuba w rejonie mocowania usterzenia; l_H – rozpiętość usterzenia; S_{H_zewn} – powierzchnia usterzenia bez części podkadłubowej.

Niekiedy dla $f_{S_{*_skrz_kad}}$ przyjmuje się inne wyrażenie:

$$f_{S_{*_skrz}/kad} = (K_{nos+ps} + K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz}) \frac{S_{zewn}}{S} \quad (4.119)$$

K_{nos+ps} uwzględnia wpływ nosa oraz części kadłuba leżącej przed skrzydłem „zewnątrznym” na siłę nośną. Współczynnik ten jest najczęściej niewielki. Można go obliczyć ze wzoru:

$$K_{nos+ps} = \frac{C_{z_nos+ps}^\alpha S_{kad_poprz}}{C_{za_skrz_zewn}^\alpha S_{zewn}} \quad (4.120)$$

Zakładając, że część kadłuba pomiędzy noskiem i skrzydłem „zewnątrznym” jest cylindrem, można przyjąć, że pochodna siły normalnej⁹ $C_{z_nos+ps}^\alpha$ jest równa $C_{z_nos+ps}^\alpha = C_{z_nos+cylinder}^\alpha = 2$. Wynika to z przebiegów pokazanych na rys. 4.32 i 4.33 (ich lewa strona).

Drugi i trzeci składnik w (4.119) uwzględniają wzajemną interferencję skrzydła i kadłuba. W zakresie poddźwiękowym można je obliczyć ze wzorów:

⁹ Pochodna jest odniesiona do przekroju poprzecznego kadłuba.

$$K_{skrz/kad} = 0.176 \left(\frac{d_{kad/skrz}}{l} \right)^2 + 0.824 \frac{d_{kad/skrz}}{l} + 1 \quad (4.121)$$

$$K_{kad/skrz} = 0.824 \left(\frac{d_{kad/skrz}}{l} \right)^2 + 1.176 \frac{d_{kad/skrz}}{l} \quad (4.122)$$

Zatem ich suma jest równa:

$$K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz} = \left(1 + \frac{d_{kad/skrz}}{l} \right)^2 \quad (4.123)$$

Przykład 4.16

Oblicz pochodną siły nośnej układów skrzydło–kadłub $C_{za_skrz+kad}^\alpha$ oraz usterzenie poziome–kadłub $C_{za_H+kad}^{\alpha_H}$ w zakresie poddźwiękowym dla $Ma = 0$ i $Ma = 0.6$ dla samolotu, którego geometrię określono w przykładzie 1.1. Należy uwzględnić wyniki z przykładu 2.8.

Rozwiązanie – oblicza się kolejno:

Skrzydło „zewnątrzne”

– ze wzoru (4.117):

$$f_{S_{*_skrz/kad}} = \frac{S_{zewn}}{S} \cdot 1.07 \cdot \left(1 + \frac{d_{kad/skrz}}{l} \right)^2 = \frac{21}{28} \cdot 1.07 \cdot \left(1 + \frac{1.5}{9.14} \right)^2 = 1.087 \quad (P4.16.1)$$

• dla $Ma = 0$

– ze wzoru (4.116):

$$\begin{aligned} C_{za_skrz_zewn}^\alpha &= \frac{2\pi\lambda_{zewn}}{2 + \sqrt{\frac{\lambda_{zewn}^2}{\left(\frac{C_{za_prof}^\alpha}{2\pi}\right)^2} (1 + \tan^2 \Lambda_{c_{max}} - Ma^2) + 4}} = \\ &= \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 2.78}{2 + \sqrt{\frac{2.78^2}{\left(\frac{6.477}{2 \cdot 3.14}\right)^2} (1 + \tan^2 22^\circ - 0.0^2) + 4}} = 3.158 \end{aligned} \quad (P4.16.2)$$

– ze wzoru (4.120):

$$K_{nos+ps} = \frac{C_{z_nos+ps}^\alpha S_{kad_poprz}}{C_{za_skrz_zewn}^\alpha S_{zewn}} = \frac{2 \cdot 1.77}{3.158 \cdot 21} = 0.0534 \quad (P4.16.3)$$

– ze wzoru (4.121):

$$\begin{aligned} K_{skrz/kad} &= 0.176 \left(\frac{d_{kad/skrz}}{l} \right)^2 + 0.824 \frac{d_{kad/skrz}}{l} + 1 = \\ &= 0.176 \left(\frac{1.5}{9.14} \right)^2 + 0.824 \frac{1.5}{9.14} + 1 = 1.14 \end{aligned} \quad (P4.16.4)$$

– ze wzoru (4.122):

$$\begin{aligned} K_{kad/skrz} &= 0.824 \left(\frac{d_{kad/skrz}}{l} \right)^2 + 1.176 \frac{d_{kad/skrz}}{l} = \\ &= 0.824 \left(\frac{1.5}{9.14} \right)^2 + 1.176 \frac{1.5}{9.14} = 0.215 \end{aligned} \quad (P4.16.5)$$

– ze wzoru (4.123):

$$K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz} = \left(1 + \frac{d_{kad/skrz}}{l} \right)^2 = \left(1 + \frac{1.5}{9.14} \right)^2 = 1.355 \quad (P4.16.6)$$

– ze wzoru (4.119):

$$\begin{aligned} f_{S_*_skrz/kad} &= (K_{nos+ps} + K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz}) \frac{S_{zewn}}{S} = \\ &= (0.0534 + 1.355) \frac{21}{28} = 1.056 \end{aligned} \quad (P4.16.7)$$

Na podstawie (P4.16.1) i (P4.16.7) średnia wartość współczynnika $f_{S_*_skrz/kad}$ wynosi:

$$f_{S_*_skrz/kad} = \frac{1.087 + 1.056}{2} = 1.072 \quad (P4.16.8)$$

Ze wzoru (4.114) mamy:

$$C_{za_skrz+kad}^{\alpha} = C_{za_skrz_zewn}^{\alpha} \cdot f_{S_*_skrz/kad} = 3.157 \cdot 1.072 = 3.385 \quad (P4.16.9)$$

- dla $Ma = 0.6$
 - ze wzoru (4.116):

$$\begin{aligned} C_{za_skrz_zewn}^{\alpha} &= \frac{2\pi\lambda_{zewn}}{2 + \sqrt{\frac{\lambda_{zewn}^2}{\left(\frac{C_{za_prof}^{\alpha}}{2\pi}\right)^2} (1 + \tan^2 \Lambda_{c_{max}} - Ma^2) + 4}} = \\ &= \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 2.78}{2 + \sqrt{\frac{2.78^2}{\left(\frac{6.477}{2 \cdot 3.14}\right)^2} (1 + \tan^2 22^\circ - 0.6^2) + 4}} = 3.4 \end{aligned} \quad (P4.16.10)$$

- ze wzoru (4.120):

$$K_{nos+ps} = \frac{C_{z_nos+ps}^{\alpha} S_{kad_poprz}}{C_{za_skrz_zewn}^{\alpha} S_{zewn}} = \frac{2 \cdot 1.77}{3.4 \cdot 21} = 0.0496 \quad (P4.16.11)$$

- ze wzoru (4.119):

$$f_{S_*_skrz/kad} = (K_{nos+ps} + K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz}) \frac{S_{zewn}}{S} = (0.0496 + 1.355) \frac{21}{28} = 1.05 \quad (P4.16.12)$$

Na podstawie (P4.16.1) i (P4.16.10) średnia wartość współczynnika $f_{S_*_skrz/kad}$ wynosi:

$$f_{S_*_skrz/kad} = \frac{1.087 + 1.05}{2} = 1.069 \quad (P4.16.13)$$

Ze wzoru (4.114) mamy:

$$C_{za_skrz+kad}^{\alpha} = C_{za_skrz_zewn}^{\alpha} \cdot f_{S_*_skrz/kad} = 3.4 \cdot 1.069 = 3.63 \quad (P4.16.14)$$

Dla $Ma = Ma_{kr} = 0.847$ otrzymuje się $C_{za_skrz+kad}^{\alpha} = 4.202$.

Usterzenie poziome „zewnątrzne”

Analogiczne obliczenia przeprowadzone w oparciu o dane zawarte w przykładzie 1.1 dla „zewnątrznego” usterzenia poziomego dały następujące wartości pochodnej $C_{za_H_zewn}^{\alpha_H}$:

- dla $Ma = 0$ $C_{za_H_zewn}^{\alpha_H} = 2.72$
- dla $Ma = 0.6$ $C_{za_H_zewn}^{\alpha_H} = 2.88$

Na podstawie (4.118) oblicza się:

$$\begin{aligned} f_{S^*_H/kad} &= \frac{S_{H_zewn}}{S_H} \cdot 1.07 \cdot \left(1 + \frac{d_{kad/H}}{l_H}\right)^2 = \\ &= \frac{6.37}{12.25} \cdot 1.07 \cdot \left(1 + \frac{1.5}{5.58}\right)^2 = 0.896 \end{aligned} \quad (P4.16.15)$$

Ze wzoru (4.115) otrzymuje się:

- dla $Ma = 0$

$$C_{za_H+kad}^{\alpha_H} = C_{za_H_zewn}^{\alpha_H} \cdot f_{S^*_H/kad} = 2.72 \cdot 0.896 = 2.438 \quad (P4.16.16)$$

- dla $Ma = 0.6$

$$C_{za_H+kad}^{\alpha_H} = C_{za_H_zewn}^{\alpha_H} \cdot f_{S^*_H/kad} = 2.88 \cdot 0.896 = 2.58 \quad (P4.16.17)$$

B, C. Zakres transoniczny i naddźwiękowy

W zakresach transonicznym i naddźwiękowym zastosowanie ma metoda uwzględniająca interferencję aerodynamiczną. Współczynniki $f_{S^*_skrz/kad}$ i $f_{S^*_H/kad}$ są określone wzorami analogicznymi do (4.119):

$$f_{S^*_skrz/kad} = (K_{nos+ps} + K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz}) \frac{S_{zewn}}{S} \quad (4.124)$$

$$f_{S^*_H/kad} = (K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H_zewn}}{S_H} \quad (4.125)$$

K_{nos+ps} wyznacza się ze wzoru (4.120). Występującą w nim pochodną siły normalnej noska i części kadłuba pomiędzy noskiem i skrzydłem „zewnątrznym” $C_{z_nos+ps}^\alpha$ można określić z rys. 4.32 i 4.33 (ich prawa strona) lub z rys. 4.39 i 4.40. W tym celu przyjmuje się, że część kadłuba pomiędzy noskiem a skrzydłem „zewnątrznym” jest cylindryczna i $C_{z_nos+ps}^\alpha = C_{z_nos+cylinder}^\alpha$. Jeżeli nie ma tej części ($l_{ps}=0$), to pochodną można obliczyć, znając smukłość części nosowej kadłuba f_{nos} ze wzorów:

– dla nosków ostrołukowych:

$$C_{z_nos+ps}^\alpha = \begin{cases} -0.378 \left(\frac{\beta}{f_{nos}} \right)^2 + 0.092 \frac{\beta}{f_{nos}} + 2.524 & dla \quad 0.4 \leq \frac{\beta}{f_{nos}} \leq 1 \\ -0.317 \left(\frac{f_{nos}}{\beta} \right)^2 + 1.261 \frac{f_{nos}}{\beta} + 1.295 & dla \quad 0.5 \leq \frac{f_{nos}}{\beta} \leq 1 \end{cases} \quad (4.126)$$

– dla nosków stożkowych:

$$C_{z_nos+ps}^\alpha = \begin{cases} -0.357 \frac{\beta}{f_{nos}} + 2.1 & dla \quad 0.4 \leq \frac{\beta}{f_{nos}} \leq 0.7 \\ 1.85 & dla \quad 0.7 < \frac{\beta}{f_{nos}} \leq 1 \\ 1.85 & dla \quad 0.5 \leq \frac{f_{nos}}{\beta} \leq 1 \end{cases} \quad (4.127)$$

gdzie: $\beta = \sqrt{Ma^2 - 1}$ (4.128)

współczynniki $K_{skrz/kad}$ i $K_{H/kad}$ można obliczyć z zależności analogicznych do (4.121):

$$K_{skrz/kad} = 0.176 \left(\frac{d_{kad/skrz}}{l} \right)^2 + 0.824 \frac{d_{kad/skrz}}{l} + 1 \quad (4.129)$$

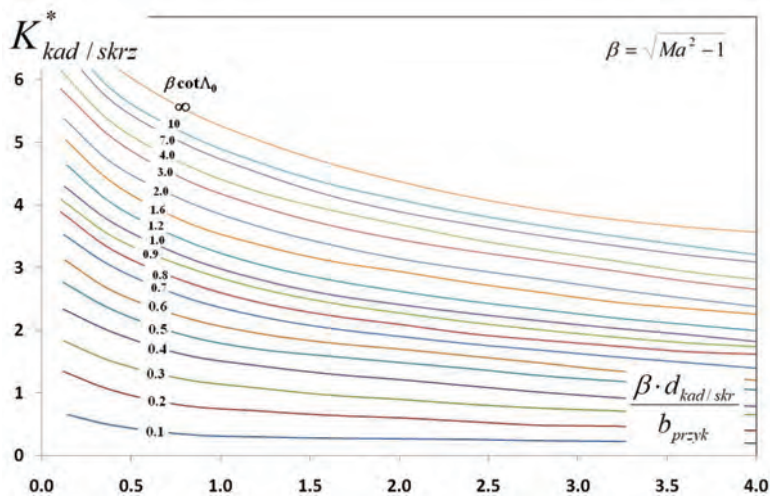
$$K_{H/kad} = 0.176 \left(\frac{d_{kad/H}}{l_H} \right)^2 + 0.824 \frac{d_{kad/H}}{l_H} + 1 \quad (4.130)$$

Natomiast składniki $K_{kad/skrz}$ i $K_{kad/H}$ określa się, wykorzystując rys. 4.51. Dotyczy on układu skrzydło–kadłub. Aby znaleźć wartość $K_{kad/skrz}$, należy:

- w oparciu o wartość cięciwy przykadłubowej b_{prz} i średnicy kadłuba w rejonie skrzydła $d_{kad/skrz}$ odczytać wartość $K_{kad/skrz}^*$;
- obliczyć współczynnik $K_{kad/skrz}$ ze wzoru:

$$K_{kad/skrz} = \frac{K_{kad/skrz}^*}{\beta C_{za_skrz_zewn}^{\alpha} \left(\frac{b_k}{b_{prz}} + 1 \right) \left(\frac{l}{d_{kad/skrz}} - 1 \right)} \quad (4.131)$$

Analogiczne działania wykonuje się, obliczając $K_{kad/H}$. Należy w nich uwzględnić parametry geometryczne usterzenia poziome.



Rys. 4.51. Współczynnik $K_{kad/skrz}^*$

Przykład 4.17

Oblicz pochodną siły nośnej układu skrzydło–kadłub $C_{za_skrz+kad}^{\alpha}$ w zakresie naddźwiękowym dla samolotu, którego geometrię określono w przykładzie 1.1.

Rozwiązanie:

Obliczenie pochodnej $C_{z_skrz_zewn}^{\alpha}$ izolowanego skrzydła „zewnątrznego”
(analogiczne jak w przykładzie 4.4 – metoda II)

Wydłużenie usterzenia „zewnątrznego” jest równe $\lambda_{zewn} = 2.78$. Stąd:

$$\lambda_{zewn} \tan \Lambda_0 = 2.78 \cdot \tan 40^\circ = 2.33 \quad (P4.17.1)$$

Zbieżność skrzydła „zewnątrznego” jest równa $\eta_{zewn} = 3.63$. Wynika stąd, że należy wykorzystać wykresy z rys. 4.13c ($\eta = 4$) i 4.13d ($\eta = 3$).

Obliczenia zostaną pokazane dla $Ma = 1.6$. Dla tej liczby Macha:

$$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1} = \sqrt{1.6^2 - 1} = 1.249 \quad (P4.17.2)$$

$$\frac{\tan \Lambda_0}{\beta} = \frac{\tan 40^\circ}{1.249} = 0.672 \quad (P4.17.3)$$

Otrzymana wartość wskazuje, że wykorzystywać się będzie prawe strony rysunków.

- Z rys. 4.13d dotyczącego $\eta = 3$ odczytuje się:

$$- \text{ dla } \lambda \tan \Lambda_0 = 2 \quad \beta \cdot C_{z_skrz*}^\alpha = 3.58$$

$$- \text{ dla } \lambda \tan \Lambda_0 = 3 \quad \beta \cdot C_{z_skrz*}^\alpha = 3.98$$

- oblicza się wartość dla $\lambda_{zewn} \tan \Lambda_0 = 2.33$:

$$(\beta \cdot C_{z_skrz*}^\alpha)_I = 3.58 + \frac{3.98 - 3.58}{3 - 2} (2.33 - 2) = 3.712 \quad (P4.17.4)$$

- Z rys. 4.13c dotyczącego $\eta = 4$ odczytuje się:

$$- \text{ dla } \lambda \tan \Lambda_0 = 2 \quad \beta \cdot C_{z_skrz*}^\alpha = 3.632$$

$$- \text{ dla } \lambda \tan \Lambda_0 = 2.5 \quad \beta \cdot C_{z_skrz*}^\alpha = 3.768$$

- oblicza się wartość dla $\lambda_{zewn} \tan \Lambda_0 = 2.49$:

$$(\beta \cdot C_{z_skrz*}^\alpha)_{II} = 3.632 + \frac{3.768 - 3.632}{2.5 - 2} (2.33 - 2) = 3.722 \quad (P4.17.5)$$

- Oblicza się wartość współczynnika dotyczącą $\eta_{zewn} = 3.63$:

$$\begin{aligned}\beta \cdot C_{z_skrz*}^{\alpha} &= (\beta \cdot C_{z_skrz*}^{\alpha})_I + \frac{(\beta \cdot C_{z_skrz*}^{\alpha})_{II} - (\beta \cdot C_{z_skrz*}^{\alpha})_I}{4-3} (3.63-3) = \\ &= 3.712 + \frac{3.722-3.712}{4-3} (3.63-3) = 3.716\end{aligned}\quad (P4.17.6)$$

- Stąd:

$$C_{z_skrz*}^{\alpha} = \frac{\beta \cdot C_{z_skrz*}^{\alpha}}{\beta} = \frac{3.716}{1.249} = 2.975 \quad (P4.17.7)$$

Uwzględnienie kształtu noska

Dla profilu NACA 64-204 o grubości $\bar{c} = 0.04$ dla $a = 20.5$ (tab. 4.1) oblicza się:

$$\text{– ze wzoru (4.27)} \quad \bar{y} = a \cdot \bar{c} = 20.5 \cdot 0.04 = 0.82 \quad (P4.17.8)$$

$$\text{– ze wzoru (4.28)} \quad \Delta y_{\perp} = \frac{\bar{y}}{\cos \Lambda_0} = \frac{0.82}{\cos 40^{\circ}} = 1.07 \quad (P4.17.9)$$

Z rys. 4.15 (prawa strona) dla $\frac{\tan \Lambda_0}{\beta} = 0.672$ odczytuje się:

$$\text{dla } \Delta y_{\perp} = 0.82 \quad f_{C_z^{\alpha}-1} = 0.915$$

$$\text{dla } \Delta y_{\perp} = 1.24 \quad f_{C_z^{\alpha}-2} = 0.879$$

Dla $\Delta y_{\perp} = 1.07$ oblicza się wartość współczynnika $f_{C_z^{\alpha}}$:

$$\begin{aligned}f_{C_z^{\alpha}} &= f_{C_z^{\alpha}-1} + \frac{f_{C_z^{\alpha}-2} - f_{C_z^{\alpha}-1}}{1.24 - 0.82} (1.07 - 0.82) = \\ &= 0.915 + \frac{0.879 - 0.915}{1.24 - 0.82} (1.07 - 0.82) = 0.894\end{aligned}\quad (P4.17.10)$$

Ze wzoru (4.29) oblicza się wartość pochodnej:

$$C_{za_skrz_zewn}^{\alpha} = f_{C_z^{\alpha}} \cdot C_{z_skrz*}^{\alpha} = 0.894 \cdot 2.975 = 2.66 \quad (P4.17.11)$$

Obliczenie współczynników interferencji aerodynamicznej

Pochodną $C_{z_nos+ps}^\alpha$ można odczytać z prawej strony rys. 4.32 lub z rys. 4.39 dotyczących kadłuba. Należy obliczyć iloraz smukłości, zastępując smukłość f_{srod} przez f_{ps} :

$$\frac{f_{ps}}{f_{nos}} = \frac{0.45}{3.4} = 0.13 \quad (P4.17.12)$$

Z rys. 4.39 dla $\frac{\beta}{f_{nos}} = \frac{1.249}{3.4} = 0.367$ odczytuje się:

$$- \text{ dla } \frac{f_{ps}}{f_{nos}} = 0 \quad C_{z_nos+ps}^\alpha = 2.508$$

$$- \text{ dla } \frac{f_{ps}}{f_{nos}} = 0.4 \quad C_{z_nos+ps}^\alpha = 2.767$$

$$- \text{ interpolacja dla } \frac{f_{ps}}{f_{nos}} = 0.13$$

$$C_{z_nos+ps}^\alpha = 2.508 + \frac{2.767 - 2.508}{0.4 - 0} (0.13 - 0) = 2.593 \quad (P4.17.13)$$

– ze wzoru (4.120):

$$K_{nos+ps} = \frac{C_{z_nos+ps}^\alpha S_{kad_poprz}}{C_{za_skrz_zewn}^\alpha S_{zewn}} = \frac{2.593 \cdot 1.77}{2.66 \cdot 21} = 0.082 \quad (P4.17.14)$$

– ze wzoru (4.129):

$$\begin{aligned} K_{skrz/kad} &= 0.176 \left(\frac{d_{kad/skrz}}{l} \right)^2 + 0.824 \frac{d_{kad/skrz}}{l} + 1 = \\ &= 0.176 \left(\frac{1.5}{9.14} \right)^2 + 0.824 \frac{1.5}{9.14} + 1 = 1.14 \end{aligned} \quad (P4.17.15)$$

– parametry do odczytu wykresów z rys. 4.51:

$$\beta \cot \Lambda_0 = 1.249 \cdot \cot 40^\circ = 1.488, \quad \frac{\beta d_{kad/skrz}}{b_{przyk}} = \frac{1.249 \cdot 1.5}{4.3} = 0.436$$

Odczytuje się: $K_{kad/skrz}^* = 4.192$.

– ze wzoru (4.131):

$$\begin{aligned} K_{kad/skrz} &= \frac{K_{kad/skrz}^*}{\beta C_{za_skrz_zewn}^\alpha \left(\frac{b_k}{b_{przyk}} + 1 \right) \left(\frac{l}{d_{kad/skrz}} - 1 \right)} = \\ &= \frac{4.192}{1.249 \cdot 2.66 \left(\frac{1.185}{4.3} + 1 \right) \left(\frac{9.14}{1.5} - 1 \right)} = 0.194 \end{aligned} \quad (P4.17.16)$$

– ze wzoru (4.119):

$$\begin{aligned} f_{S_{*_skrz/kad}} &= (K_{nos_ps} + K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz}) \frac{S_{zewn}}{S} = \\ &= (0.082 + 1.14 + 0.194) \frac{21}{28} = 1.06 \end{aligned} \quad (P4.17.17)$$

– ze wzoru (4.114):

$$C_{za_skrz+kad}^\alpha = C_{za_skrz_zewn}^\alpha \cdot f_{S_{*_skrz/kad}} = 2.66 \cdot 1.062 = 2.825 \quad (P4.17.18)$$

W tabeli poniżej zebrano wyniki dotyczące różnych liczb Macha w zakresie naddźwiękowym. Natomiast rys. P4.4.1 przedstawia przebieg z rys. P4.3.1 uzupełniony wynikami obliczeń wykonanych metodami I i II dla zakresu naddźwiękowego.

Ma	1.4	1.6	1.8	2
$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1}$	0.98	1.249	1.497	1.732
$\frac{\tan \Lambda_0}{\beta}$	0.856	0.672	0.561	0.484
$\beta \cdot C_{z_skrz*}^\alpha$ rys. 4.13	3.53	3.72	3.80	3.84
$C_{z_skrz*}^\alpha$	3.60	2.97	2.54	2.22

Ma	1.4	1.6	1.8	2
$f_{C_z^\alpha}$ rys. 4.15	0.84	0.894	0.937	0.972
$C_{za_skrz_zewn}^\alpha$ wz. (4.29)	3.02	2.66	2.38	2.16
β / f_{nos}	0.343	0.367	0.44	0.51
$C_{z_nos+ps}^\alpha$	2.595	2.593	2.584	2.573
K_{nos+ps}	0.0723	0.0822	0.091	0.1
$K_{skrz/kad}$	1.14			
$\beta \cot \Lambda_0$	1.167	1.488	1.783	2.064
$\frac{\beta d_{kad/skrz}}{b_{przyk_skrz}}$	0.342	0.436	0.522	0.604
$K_{kad/skrz}^*$	4.21	4.194	4.273	4.339
$K_{kad/skrz}$	0.219	0.194	0.185	0.179
$f_{S_{skrz/kad}}$	1.073	1.062	1.062	1.061
$C_{za_skrz+kad}^\alpha$ wz. (4.114)	3.238	2.825	2.527	2.288

Przykład 4.18

Oblicz pochodną $C_{za_H+kad}^{\alpha_H}$ siły nośnej układu usterzenie poziome–kadłub w zakresie naddźwiękowym dla samolotu, którego geometrię określono w przykładzie 1.1, uwzględniając wyniki z przykładów, 4.2, 4.3 i 4.4.

Rozwiązanie:

Obliczenie pochodnej $C_{z_H_zewn}^{\alpha_H}$ izolowanego poziomego usterzenia „zewnętrznego” (analogiczne jak w przykładzie 4.4 – metoda II)

Wydłużenie usterzenia „zewnętrznego” jest równe $\lambda_{H_zewn} = 2.2$. Stąd:

$$\lambda_{H_zewn} \tan \Lambda_{0_H} = 2.2 \cdot \tan 42^\circ = 1.98 \approx 2 \quad (\text{P4.18.1})$$

Zbieżność usterzenia „zewnętrznego” jest równa $\eta_{H_zewn} = 2.95$. Wynika stąd, że należy wykorzystać wykresy z rys. 4.13 (d) ($\eta = 3$) i 4.13 (e) ($\eta = 2$).

Obliczenia zostaną pokazane dla $Ma = 1.6$. Dla tej liczby Macha:

$$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1} = \sqrt{1.6^2 - 1} = 1.249 \quad (P4.18.2)$$

$$\frac{\tan \Lambda_{0-H}}{\beta} = \frac{\tan 42^\circ}{1.249} = 0.721 \quad (P4.18.3)$$

Otrzymana wartość wskazuje, że wykorzystywać się będzie prawe strony rysunków.

- Z rys. 4.13 (e) dotyczącego $\eta = 2$ dla $\lambda \tan \Lambda_0 = 2$ odczytuje się

$$(\beta \cdot C_{z-H^*}^{\alpha_H})_I = 3.5046.$$

- Z rys. 4.13 (d) dotyczącego $\eta = 3$ dla $\lambda \tan \Lambda_0 = 2$ odczytuje się

$$(\beta \cdot C_{z-H^*}^{\alpha_H})_{II} = 3.5262.$$

- Oblicza się wartość współczynnika dotyczącą $\eta_{H_zewn} = 2.95$:

$$\begin{aligned} \beta \cdot C_{z-H^*}^{\alpha_H} &= (\beta \cdot C_{z-H^*}^{\alpha_H})_I + \frac{(\beta \cdot C_{z-H^*}^{\alpha_H})_{II} - (\beta \cdot C_{z-H^*}^{\alpha_H})_I}{3 - 2} (2.95 - 2) = \\ &= 3.5046 + \frac{3.5262 - 3.5046}{3 - 2} (2.95 - 2) = 3.512 \end{aligned} \quad (P4.18.4)$$

- Stąd:

$$C_{z-H^*}^{\alpha_H} = \frac{\beta \cdot C_{z-H^*}^{\alpha_H}}{\beta} = \frac{3.512}{1.249} = 2.812 \quad (P4.18.5)$$

Przyjmując analogiczne dane dotyczące kształtu noska usterzenia jak dla skrzydła, tzn. $\Delta y_\perp = 1.07$, w obliczeniach dla $\frac{\tan \Lambda_{0-H}}{\beta} = 0.721$ otrzymano wartość

$$f_{C_z^\alpha} = 0.877.$$

Ze wzoru (4.29) oblicza się wartość pochodnej:

$$C_{za-H_zewn}^{\alpha_H} = f_{C_z^\alpha} \cdot C_{z-H^*}^{\alpha_H} = 0.877 \cdot 2.812 = 2.467 \quad (P4.18.6)$$

Obliczenie współczynników interferencji aerodynamicznej

– ze wzoru (4.130):

$$\begin{aligned}
 K_{H/kad} &= 0.176 \left(\frac{d_{kad/H}}{l_H} \right)^2 + 0.824 \frac{d_{kad/H}}{l_H} + 1 = \\
 &= 0.176 \left(\frac{1.5}{5.58} \right)^2 + 0.824 \frac{1.5}{5.58} + 1 = 1.234
 \end{aligned} \quad (P4.18.7)$$

– parametry do odczytu wykresów na rys. 4.51:

$$\beta \cot \Lambda_{0_H} = 1.249 \cdot \cot 42^\circ = 1.387, \quad \frac{\beta d_{kad/H}}{b_{przyk_H}} = \frac{1.249 \cdot 1.5}{2.77} = 0.676$$

Odczytuje się: $K_{kad/H}^* = 3.718$.

– ze wzoru (4.131):

$$\begin{aligned}
 K_{kad/H} &= \frac{K_{kad/H}^*}{\beta C_{za_H}^{\alpha_H} \left(\frac{b_{k_H}}{b_{przyk_H}} + 1 \right) \left(\frac{l_H}{d_{kad/H}} - 1 \right)} = \\
 &= \frac{3.718}{1.249 \cdot 2.467 \left(\frac{0.94}{2.77} + 1 \right) \left(\frac{5.58}{1.5} - 1 \right)} = 0.331
 \end{aligned} \quad (P4.18.8)$$

– ze wzoru (4.125):

$$\begin{aligned}
 f_{S^*_H/kad} &= (K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H-zewn}}{S_H} = \\
 &= (1.234 + 0.331) \frac{7.56}{12.25} = 0.966
 \end{aligned} \quad (P4.18.9)$$

Ze wzoru (4.115) mamy:

$$C_{za_H+kad}^{\alpha_H} = C_{za_H}^{\alpha_H} \cdot f_{S^*_H/kad} = 2.467 \cdot 0.966 = 2.383 \quad (P4.18.10)$$

W tabeli poniżej zebrano wyniki dotyczące różnych liczb Macha w zakresie naddźwiękowym. Natomiast rys. P4.4.1 przedstawia przebieg z rys. P4.3.1 uzupełniony wynikami obliczeń wykonanych metodami I i II dla zakresu naddźwiękowego.

Ma	1.4	1.6	1.8	2
$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1}$	0.98	1.249	1.497	1.732
$\frac{\tan \Lambda_{0_H}}{\beta}$	0.919	0.721	0.602	0.52
$\beta \cdot C_{z_H}^{\alpha_H}$ rys. 4.13	3.222	3.512	3.654	3.737
$C_{z_H}^{\alpha_H}$	3.289	2.812	2.441	2.157
$f_{C_z^{\alpha}}$ rys. 4.15	0.827	0.877	0.92	0.955
$C_{z_H_zewn}^{\alpha_H}$ wz. (4.29)	2.72	2.467	2.247	2.061
$K_{H/kad}$	1.234			
$\beta \cot \Lambda_{0_H}$	1.088	1.387	1.662	1.923
$\frac{\beta d_{kad/H}}{b_{przyk_H}}$	0.53	0.676	0.9	0.938
$K_{kad/H}$	3.634	3.718	3.665	3.831
$K_{kad/H}$	0.374	0.331	0.3	0.294
$f_{S_{*H}/kad}$	0.993	0.966	0.946	0.943
$C_{za_H+kad}^{\alpha_H}$ wz. (4.115)	2.700	2.383	2.126	1.945

Przykład 4.19

Korzystając z wyników obliczeń pokazanych w przykładach 4.14÷4.18, oblicz pochodną siły nośnej C_{za}^{α} całego samolotu.

Rozwiązanie:

Do obliczeń należy wykorzystać wzór (4.113).

Obliczenia zostaną pokazane dla $Ma = 0.6$, $\alpha = 6^\circ$. Dla tych parametrów mamy:

- z przykładu 4.16 $C_{za_skrz+kad}^{\alpha} = 3.63$
- z przykładu 4.16 $C_{za_H+kad}^{\alpha_H} = 2.58$
- z przykładu 4.14 $\varepsilon_H^{\alpha} = \frac{3.09}{2 + \sqrt{13.842 - 8.461 \cdot 0.6^2}} = 0.591$ (P4.19.1)

– z przykładu 4.15 $k_H = 0.783$

Względna powierzchnia usterzenia poziomego jest równa:

$$\bar{S}_H = \frac{S_H}{S} = \frac{12.25}{28} = 0.4375 \quad (\text{P4.19.2})$$

Ze wzoru (4.113) mamy:

$$\begin{aligned} C_{za}^\alpha &= C_{za_skrz+kad}^\alpha + C_{za_H+kad}^{\alpha_H} (1 - \varepsilon_H^\alpha) k_H \bar{S}_H = \\ &= 3.63 + 2.58(1 - 0.915) \cdot 0.783 \cdot 0.4375 = 3.705 \end{aligned} \quad (\text{P4.19.3})$$

Należy zauważyć, że ponieważ współczynnik hamowania strumienia k_H zależy od kąta natarcia (patrz przykład 4.15), to również pochodna C_{za}^α zależy od tego kąta. W tabelach poniżej zebrano obliczone wartości tej pochodnej dla różnych liczb Macha i różnych kątów natarcia.

Wyniki obliczeń dla $Ma = 0$

α [deg]	$C_{za_skrz+kad}^\alpha$ przykł. 4.16	$C_{za_H+kad}^{\alpha_H}$ przykł. 4.16	ε_H^α przykł. 4.14	k_H przykł. 4.15	C_{za}^α
0	3.385	2.438	0.846	0.770	3.511
2				0.749	3.508
4				0.761	3.510
6				0.803	3.517
8				0.864	3.527
10				0.928	3.537
12				0.978	3.546
14				1.000	3.549
16				1.000	3.549

Wyniki obliczeń dla $Ma = 0.6$

α [deg]	$C_{za_skrz+kad}^\alpha$ przykł. 4.16	$C_{za_H+kad}^{\alpha_H}$ przykł. 4.16	ε_H^α przykł. 4.14	k_H przykł. 4.15	C_{za}^α
0	3.630	2.580	0.915	0.774	3.704
2				0.751	3.702
4				0.754	3.702
6				0.783	3.705

α [deg]	$C_{za_skrz+kad}^\alpha$ przykł. 4.16	$C_{za_H+kad}^{\alpha_H}$ przykł. 4.16	ε_H^α przykł. 4.14	k_H przykł. 4.15	C_{za}^α
8	3.630	2.580	0.915	0.831	3.710
10				0.889	3.715
12				0.943	3.720
14				0.983	3.724
16				1	3.726

Wyniki obliczeń dla $Ma = 1.4$

α [deg]	$C_{za_skrz+kad}^\alpha$ przykł. 4.17	$C_{za_H+kad}^{\alpha_H}$ przykł. 4.18	ε_H^α przykł. 4.14	k_H przykł. 4.15	C_{za}^α
0	3.238	2.700	0.535	0.615	3.576
2				0.603	3.569
4				0.615	3.576
6				0.65	3.595
8				0.704	3.625
10				0.77	3.661
12				0.841	3.700
14				0.906	3.736
16				0.958	3.764

Wyniki obliczeń dla $Ma = 1.6$

α [deg]	$C_{za_skrz+kad}^\alpha$ przykł. 4.17	$C_{za_H+kad}^{\alpha_H}$ przykł. 4.18	ε_H^α przykł. 4.14	k_H przykł. 4.15	C_{za}^α
0	2.825	2.383	0.465	0.627	3.175
2				0.618	3.170
4				0.643	3.184
6				0.697	3.214
8				0.77	3.254
10				0.851	3.300
12				0.924	3.340
14				0.977	3.370
16				1	3.383

Wyniki obliczeń dla $Ma = 1.8$

α [deg]	$C_{za_skrz+kad}^\alpha$ przykł. 4.17	$C_{za_H+kad}^{\alpha_H}$ przykł. 4.18	ε_H^α przykł. 4.14	k_H przykł. 4.15	C_{za}^α
0	2.527	2.126	0.415	0.634	2.872
2				0.629	2.869
4				0.664	2.888
6				0.732	2.925
8				0.818	2.972
10				0.903	3.018
12				0.968	3.054
14				0.999	3.071
16				1	3.071

Wyniki obliczeń dla $Ma = 2.0$

α [deg]	$C_{za_skrz+kad}^\alpha$ przykł. 4.17	$C_{za_H+kad}^{\alpha_H}$ przykł. 4.18	ε_H^α przykł. 4.14	k_H przykł. 4.15	C_{za}^α
0	2.288	1.945	0.376	0.639	2.627
2				0.638	2.627
4				0.682	2.650
6				0.761	2.692
8				0.855	2.742
10				0.938	2.786
12				0.99	2.814
14				1	2.819
16				1	2.819

4.4.2. Współczynnik C_{za} w zakresie nieliniowym

A, B, C. Zakresy poddźwiękowy, transoniczny i naddźwiękowy

W zakresie większych kątów natarcia istotny jest wzajemny wpływ kadłuba i skrzydła na generowaną przez taki układ siłę nośną. Ma to związek ze strukturą przepływu rozdzielającego się na dwa symetryczne wiry. Rozdzielenie następuje w rejonie kadłuba, w którym pojawia się minimalne ciśnienie. Rejon ten leży tym bliżej noska, im większy jest kąt natarcia oraz im bardziej tępy jest kształt noska. Wpływ na to ma też kształt przekroju poprzecznego kadłuba.

Badania pokazały, że we wszystkich zakresach prędkości można stosować następującą zależność pomiędzy współczynnikiem siły nośnej C_{za} i kątem natarcia¹⁰:

$$C_{za_skrz+kad} = \left(f_{S^*_skrz/kad} C_{za_skrz_zewn}^\alpha + i_{interf} \bar{\Gamma} \frac{d_{kad/skrz}}{l} k_q C_{za_skrz}^\alpha \right) \alpha \quad (4.132)$$

gdzie:

$f_{S^*_skrz/kad}$ – współczynnik opisany w podrozdz. 4.4.1;

$C_{za_skrz_zewn}$ – oblicza się w sposób pokazany w podrozdz. 4.1;

i_{interf} – współczynnik interferencji wirów zależny od zbieżności usterzenia, stosunku jego powierzchni zewnętrznej do powierzchni całkowitej i położenia wirów. Sposób jego wyznaczenia jest następujący:

1. Należy znać odległość $\frac{1}{4}$ średniej cięciwy aerodynamicznej skrzydła „zewnątrznego” od noska kadłuba $X_{b_a/4}$.
2. Dla ustalonego kąta natarcia α oblicza się $X_{ow/4}$ – odległość od noska kadłuba do punktu, w którym następuje oderwanie wirów:

$$\frac{X_{ow/4}}{d_{kad/skrz} / 2} = -6.625 \cdot 10^{-3} \alpha^3 + 3.454 \cdot 10^{-1} \alpha^2 - 6.382 \alpha + 49.47 \quad (4.133)$$

gdzie $d_{kad/skrz}$ jest średnicą kadłuba w rejonie skrzydła. Kąt natarcia α należy wziąć w stopniach.

3. Oblicza się parametr pomocniczy:

$$\xi = \left(\frac{X_{b_a_zewn/4}}{d_{kad/skrz} / 2} - \frac{X_{ow/4}}{d_{kad/skrz} / 2} \right) \alpha \quad (4.134)$$

Kąt α natarcia należy wziąć w radianach.

4. Oblicza się pionowe położenie punktu, w którym następuje oderwanie wirów:

$$\frac{Z_{ow/4}}{d_{kad/skrz} / 2} = 2.939 \cdot 10^{-3} \xi^3 - 5.626 \cdot 10^{-2} \xi^2 + 0.452 \xi + 0.815 \quad (4.135)$$

¹⁰ Wzór (4.132) ma też zastosowanie do układu kadłub–usterzenie poziome. Należy zastąpić w nim wielkości dotyczące skrzydła wielkościami dotyczącymi usterzenia.

5. Oblicza się boczne położenie punktu, w którym następuje oderwanie wirów:

$$\frac{Y_{ow/4}}{d_{kad/skrz} / 2} = 1.573 \cdot 10^{-3} \xi^3 - 2.539 \cdot 10^{-2} \xi^2 + 0.14\xi + 0.497 \quad (4.136)$$

6. Wartość współczynnika interferencji i_{interf} otrzymuje się poprzez interpolację krzywych pokazanych na rys. 4.52. Krzywe te odpowiadają stałym wartościom współczynnika i_{interf} .

$$\bar{\Gamma} = \frac{\Gamma}{2\pi\alpha V r} - \text{względna cyrkulacja wirów. Zmienia się ona w zależności od}$$

kąta natarcia. Oblicza się ją ze wzoru:

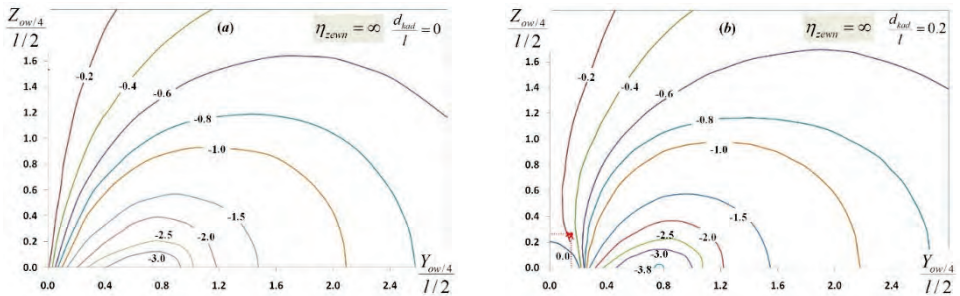
$$\bar{\Gamma} = 6.62 \cdot 10^{-3} \xi^2 + 0.183\xi + 0.398 \quad (4.137)$$

k_q – współczynnik hamowania prędkości równy odpowiednio:

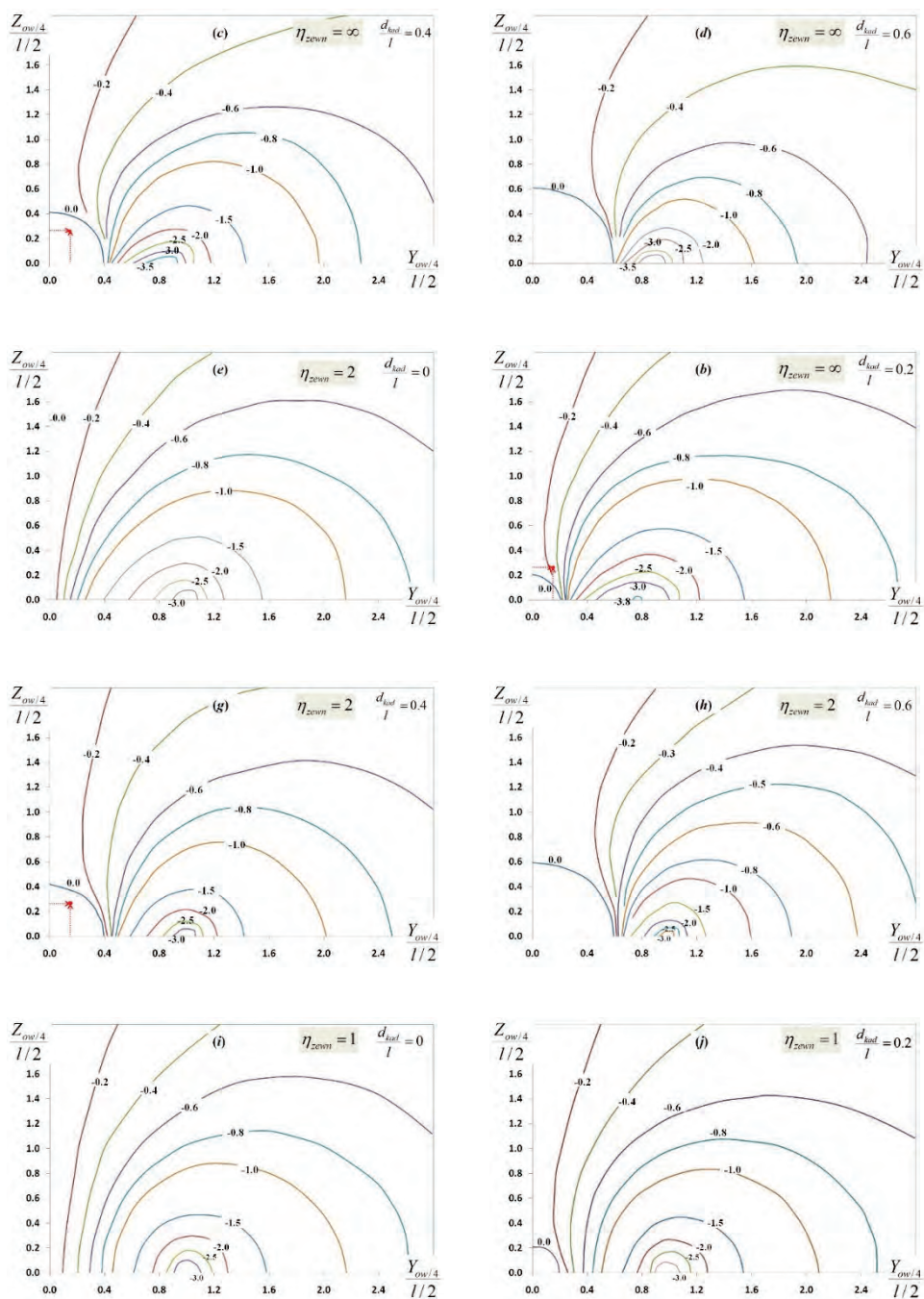
$$k_q = \begin{cases} 1 & \text{dla skrzydła} \\ k_H & \text{dla usterzenia poziomego} \end{cases} \quad (4.138)$$

$C_{za_skrz}^\alpha$ – pochodna siły nośnej izolowanego skrzydła, która została opisana w podrozdz. 4.1.2.

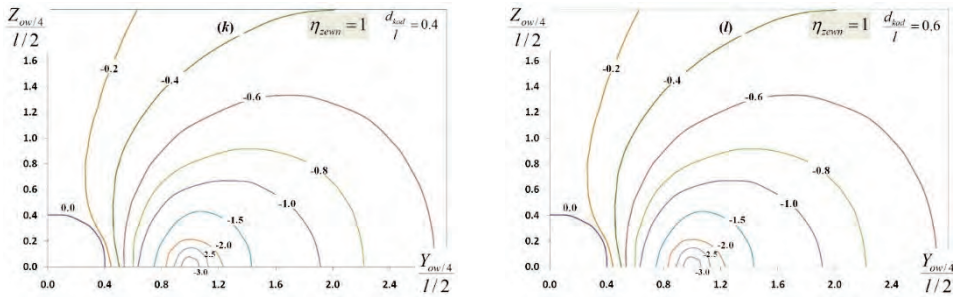
Nieliniowość charakterystyki przedstawionej równaniem (4.132) wynika z pojawienia się drugiego składnika, który uwzględnia udział wirów generowanych przez kadłub w powstawaniu siły nośnej. Dla samolotów o konwencjonalnym schemacie konstrukcyjnym dla niedużych kątów natarcia (poniżej 6°) składnik ten może być pominięty. Jednak dla pocisków rakietowych jest on istotny w całym zakresie kątów natarcia.



Rys. 4.52. Diagramy do określania współczynnika interferencji i_{interf}



Rys. 4.52.cd. Diagramy do określania współczynnika interferencji i_{interf}



Rys. 4.52.cd. Diagramy do określania współczynnika interferencji i_{interf}

Przykład 4.20

Oblicz współczynnik siły nośnej kadłub–usterzenie poziome w zakresie nieliniowym.

Rozwiązanie:

Obliczenia dla liczby Macha $Ma = 0.6$ i kąta natarcia $\alpha = 10^\circ$.

Z przykładu 1.1:

$$X_{b_a-H_zewn/4} = X_{F_{H_zewn}} = 11.875m, \quad \frac{X_{b_a-H_zewn/4}}{d_{kad/H}/2} = \frac{11.875}{1.5/2} = 15.833$$

Z przykładu 4.16: $f_{S_e-H/kad} = 0.896$, $C_{za-H_zewn}^{\alpha_H} = 2.88$.

Z przykładu 4.15: $k_H = 0.889$

Dla izolowanego usterzenia poziomego pochodna $C_{za-H}^{\alpha_H}$ na podstawie wzoru (4.116) jest równa:

– ze wzoru (4.116):

$$C_{za-H}^{\alpha_H} = \frac{2\pi\lambda_H}{2 + \sqrt{\frac{\lambda_H^2}{\left(\frac{C_{za-prof}^{\alpha}}{2\pi}\right)^2} (1 + \tan^2 \Lambda_{c_{max-H}} - Ma^2) + 4}} =$$

$$= \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 2.54}{2 + \sqrt{\frac{2.54^2}{\left(\frac{6.477}{2 \cdot 3.14}\right)^2} (1 + \tan^2 34^\circ - 0.6^2) + 4}} = 3.03 \quad (\text{P4.20.1})$$

Obliczenie współczynnika i_{interf} dla $\alpha = 10^\circ$:

– ze wzoru (4.133):

$$\begin{aligned} \frac{X_{ow/4}}{d_{kad/H} / 2} &= -6.625 \cdot 10^{-3} \alpha^3 + 3.454 \cdot 10^{-1} \alpha^2 - 6.382 \alpha + 49.47 = \\ &= -6.625 \cdot 10^{-3} \cdot 7^3 + 3.454 \cdot 10^{-1} \cdot 10^2 - 6.382 \cdot 10 + 49.47 = 13.565 \end{aligned} \quad (\text{P4.20.2})$$

– ze wzoru (4.134):

$$\begin{aligned} \xi &= \left(\frac{X_{b_a-H_zewn/4}}{d_{kad/H} / 2} - \frac{X_{o/4}}{d_{kad/H} / 2} \right) \alpha = \\ &= (15.833 - 13.564) \frac{10}{57.29} = 0.396 \end{aligned} \quad (\text{P4.20.3})$$

– ze wzoru (4.135):

$$\begin{aligned} \frac{Z_{ow/4}}{d_{kad/H} / 2} &= 2.939 \cdot 10^{-3} \xi^3 - 5.626 \cdot 10^{-2} \xi^2 + 0.452 \xi + 0.815 = \\ &= 2.939 \cdot 10^{-3} \cdot 0.396^3 - 5.626 \cdot 10^{-2} \cdot 0.396^2 + 0.452 \cdot 0.396 + 0.815 = 0.985 \end{aligned} \quad (\text{P4.20.4})$$

$$Z_{ow/4} = 0.985 \frac{d_{kad/H}}{2} = 0.985 \frac{1.5}{2} = 0.739 \text{ m} \quad (\text{P4.20.5})$$

– ze wzoru (4.135):

$$\begin{aligned} \frac{Y_{ow/4}}{d_{kad/H} / 2} &= 1.573 \cdot 10^{-3} \xi^3 - 2.539 \cdot 10^{-2} \xi^2 + 0.14 \xi + 0.497 = \\ &= 1.573 \cdot 10^{-3} \cdot 0.396^3 - 2.539 \cdot 10^{-2} \cdot 0.396^2 + 0.14 \cdot 0.396 + 0.497 = 0.548 \end{aligned} \quad (\text{P4.20.6})$$

$$Y_{ow/4} = 0.548 \frac{d_{kad/H}}{2} = 0.548 \frac{1.5}{2} = 0.411 \text{ m} \quad (\text{P4.20.7})$$

Parametry do rys. 4.52:

$$\eta_{H_zewn} = 2.95, \quad \frac{1}{\eta_{H_zewn}} = \frac{1}{2.95} = 0.339 \quad (\text{P4.20.8})$$

Stąd wynika, że interpolacja dotyczy rysunków odpowiadających wartościom $\frac{1}{\eta} = \frac{1}{\infty} = 0$ oraz $\frac{1}{\eta} = \frac{1}{2} = 0.5$.

$$\frac{d_{kad/H}}{l_H} = \frac{1.5}{5.58} = 0.269 \quad (P4.20.9)$$

Stąd wynika, że interpolacja dotyczy rysunków odpowiadających wartościom $\frac{d_{kad}}{l} = 0.2$ oraz $\frac{d_{kad}}{l} = 0.4$.

Dla $\frac{Z_{ow/4}}{l_H / 2} = \frac{0.985}{5.55 / 2} = 0.265$, $\frac{Y_{ow/4}}{l_H / 2} = \frac{0.411}{5.55 / 2} = 0.147$ (P4.20.10)

Z rys. 4.5 2(b) dla $\frac{d_{kad}}{l} = 0.2$ odczytuje się $i_{interf} = -0.27$

Z rys. 4.52 (c) dla $\frac{d_{kad}}{l} = 0.4$ odczytuje się $i_{interf} = 0$

Interpolacja dla $\frac{d_{kad}}{l} = 0.4$:

$$i_{interf} = -0.27 + \frac{0 - (-0.27)}{0.4 - 0.2} (0.269 - 0.2) = -0.177 \quad (P4.20.11)$$

Z rys. 4.52 (f) dla $\frac{d_{kad}}{l} = 0.2$ odczytuje się $i_{interf} = -0.2$

Z rys. 4.52 (g) dla $\frac{d_{kad}}{l} = 0.4$ odczytuje się $i_{interf} = 0$

Interpolacja dla $\frac{d_{kad/H}}{l_H} = 0.269$:

$$i_{interf} = -0.2 + \frac{0 - (-0.2)}{0.4 - 0.2} (0.269 - 0.2) = -0.131 \quad (P4.20.12)$$

Interpolacja dla $\frac{1}{\eta_{H_zewn}} = 0.339$:

$$i_{\text{interf}} = -0.177 + \frac{-0.131 - (-0.177)}{0.5 - 0} (0.339 - 0) = -0.146 \quad (\text{P4.20.13})$$

Obliczenie względnej cyrkulacji wirów ze wzoru (4.137):

$$\begin{aligned} \bar{\Gamma} &= 6.62 \cdot 10^{-3} \xi^2 + 0.183 \xi + 0.398 = \\ &= 6.62 \cdot 10^{-3} \cdot 0.396^2 + 0.183 \cdot 0.396 + 0.398 = 0.472 \end{aligned} \quad (\text{P4.20.14})$$

Obliczenie wartości współczynnika C_{za_H+kad} ze wzoru (4.132):

$$\begin{aligned} C_{za_H+kad} &= \left(f_{S_{*_H/kad}} C_{za_H_zewn}^{\alpha} + i_{\text{interf}} \bar{\Gamma} \frac{d_{kad/H}}{l_H} k_H C_{za_H}^{\alpha} \right) \alpha = \\ &= \left(0.896 \cdot 2.88 + (-0.146) \cdot 0.472 \frac{1.5}{5.58} 0.889 \cdot 3.03 \right) \frac{10}{57.29} = 0.442 \end{aligned} \quad (\text{P4.20.15})$$

Pierwszy składnik – nieuwzględniający nieliniowości – jest równy 0.45.
W tabeli poniżej zebrano wartości obliczanych powyżej wielkości.

α	$\frac{X_{ow/4}}{d_{kad/H} / 2}$	ξ	$\frac{Z_{ow/4}}{d_{kad/H} / 2}$	$\frac{Y_{ow/4}}{d_{kad/H} / 2}$	$\frac{Z_{ow/4}}{l_H / 2}$	$\frac{Y_{ow/4}}{l_H / 2}$
10°	13.565	0.396	0.985	0.548	0.265	0.147
12°	11.176	0.975	1.205	0.611	0.324	0.164
14°	9.641	1.513	1.38	0.651	0.371	0.175
16°	8.644	2.0	1.519	0.676	0.408	0.182

α	i_{interf}	$\bar{\Gamma}$	C_{za_H+kad}	C_{za_H+kad} liniowe	ΔC_{za_H+kad}
10°	-0.146	0.472	0.442	0.45	-0.0087
12°	-0.185	0.585	0.523	0.54	-0.0174
14°	-0.209	0.693	0.602	0.63	-0.028
16°	-0.235	0.796	0.678	0.72	-0.042

4.4.3. Część współczynnika C_{za} zależna od sterowania¹¹

A. Zakres poddźwiękowy

Przyrost siły nośnej spowodowany wysunięciem kłapy/steru kąt δ można obliczyć z następującego wyrażenia:

$$(\Delta C_{za})_{\delta} = (\Delta C_{za_prof})_{\delta} \frac{C_{za_zewn}^{\alpha}}{C_{za_prof}^{\alpha}} \cdot f_{3D} \cdot \Delta K_b \quad (4.139)$$

$(\Delta C_{za_prof})_{\delta}$ oblicza się w sposób omówiony w podrozdz. 2.6;

$C_{za_zewn}^{\alpha}$ oblicza ze wzoru (4.116) odniesionego do płata „zewnątrznego”;

$C_{za_prof}^{\alpha}$ jest pochodną profilu płata, którą oblicza się ze wzoru (2.65) lub (2.67) – zależnie od zakresu prędkości;

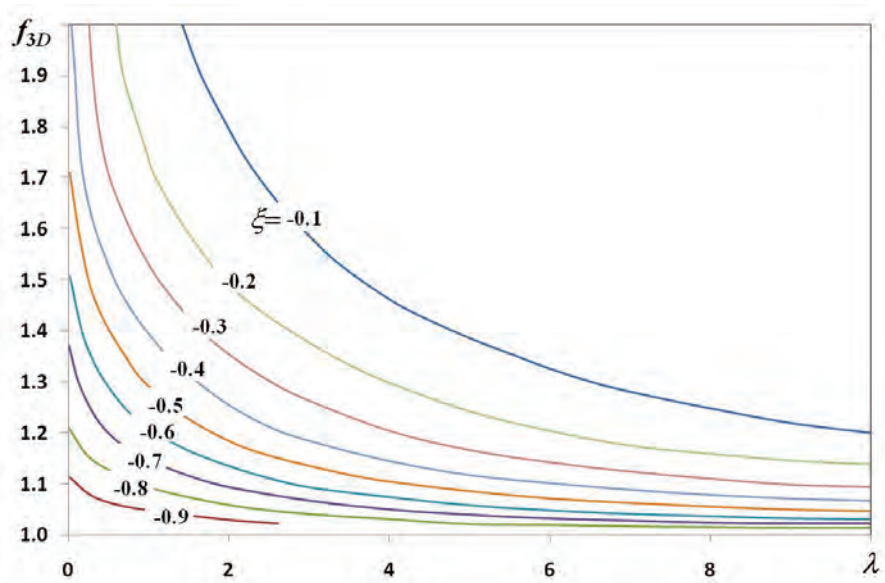
f_{3D} jest współczynnikiem określającym skuteczność kłapy (steru) zamontowanej na skrzydle (usterzeniu) pozostającej w przepływie trójwymiarowym względem skuteczności steru zamontowanego na profilu (przepływ dwuwymiarowy). Zależy on od wydłużenia skrzydła (usterzenia poziomego). Odczytuje się go z rys. 4.53. Parametr ξ dotyczący krzywych na tym rysunku zależy od stosunku cięciwy steru (kłapy) do cięciwy usterzenia (skrzydła). Można go obliczyć, posługując się wielomianem:

$$\begin{aligned} \xi = & 30.6\bar{b}_{ster}^6 - 102.5\bar{b}_{ster}^5 + 134.1\bar{b}_{ster}^4 + \\ & -86.67\bar{b}_{ster}^3 + 29.49\bar{b}_{ster}^2 - 6.012\bar{b}_{ster} - 0.02 \end{aligned} \quad (4.140)$$

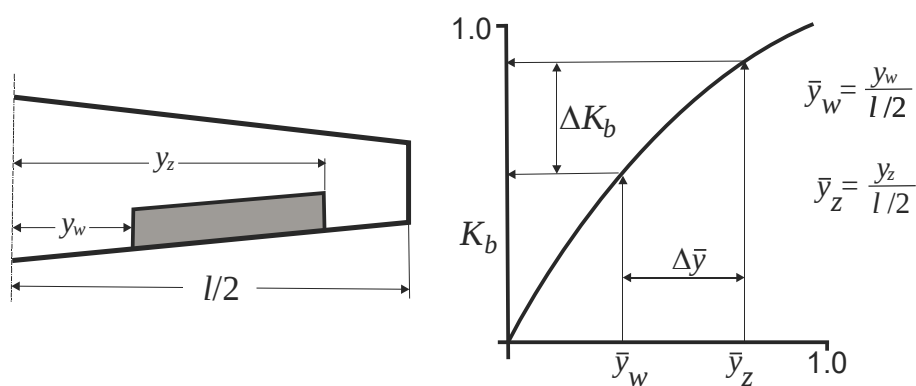
gdzie: $\bar{b}_{ster} = \frac{b_{ster}}{b}$

ΔK_b jest różnicą współczynników zależnych od rozpiętości i zbieżności skrzydła (usterzenia) określanych w oparciu o rys. 4.54 i 4.55.

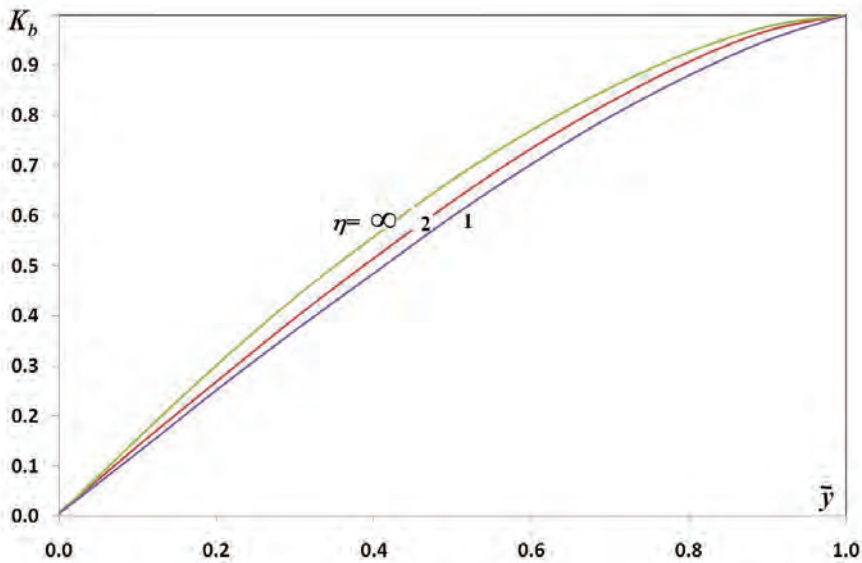
¹¹ Metoda obliczeniowa ma zastosowanie do kłap skrzydłowych oraz usterzenia poziomego.



Rys. 4.53. Współczynnik f_{3D}



Rys. 4.54. Schemat do odczytu współczynnika K_b

Rys. 4.55. Współczynnik K_b

Wykorzystując zależność (4.139), można obliczyć pochodną C_{za}^δ :

$$C_{za}^\delta = \frac{dC_{za}}{d\delta} = C_{za_prof}^\delta \cdot \frac{C_{za_zewn}^\alpha}{C_{za_prof}^\alpha} \cdot f_{3D} \Delta K_b \quad (4.141)$$

Pochodną $C_{za_prof}^\delta$ dla usterzenia należy wyznaczyć, wykorzystując wzór (2.107) lub (2.109).

Przykład 4.21

Dla samolotu, którego dane zawiera przykład 1.1, oblicz przyrost współczynnika siły nośnej spowodowany wysunięciem klap o kąt $\delta = 20^\circ$ przy prędkości 75 m/s. Kłapa stanowi 22% cięciwy.

Rozwiązanie:

Liczba Macha jest równa:

$$Ma = \frac{V_s}{a} = \frac{75}{340} = 0.22 \quad (P4.21.1)$$

W przykładzie 2.11 dla klap szczelinowych obliczono $(\Delta C_{za_prof})_\delta = 0.995$.

Ze wzoru (4.116) mamy:

$$C_{za_skrz_zewn}^{\alpha} = \frac{2\pi\lambda_{zewn}}{2 + \sqrt{\frac{\lambda_{zewn}^2}{\left(\frac{C_{za_prof}^{\alpha}}{2\pi}\right)^2} \left(1 + \tan^2 \Lambda_{c_{max}} - Ma^2\right) + 4}} =$$

$$= \frac{2 \cdot 3.14 \cdot 2.78}{2 + \sqrt{\frac{2.78^2}{\left(\frac{6.477}{2 \cdot 3.14}\right)^2} \left(1 + \tan^2 22^\circ - 0.22^2\right) + 4}} = 3.326 \quad (P4.21.2)$$

W przykładzie 2.8 obliczono $C_{za_prof}^{\alpha} = 6.266$.

Dla $\bar{b}_{ster} = 0.22$ ze wzoru (4.140):

$$\xi = 30.6\bar{b}_{ster}^6 - 102.5\bar{b}_{ster}^5 + 134.1\bar{b}_{ster}^4 - 86.67\bar{b}_{ster}^3 +$$

$$+ 29.49\bar{b}_{ster}^2 - 6.012\bar{b}_{ster} - 0.02 =$$

$$= 30.6 \cdot 0.22^6 - 102.5 \cdot 0.22^5 + 134.1 \cdot 0.22^4 - 86.67 \cdot 0.22^3 +$$

$$+ 29.49 \cdot 0.22^2 - 6.012 \cdot 0.22 - 0.02 = -0.573 \quad (P4.21.3)$$

Z rysunku 4.53:

dla $\xi = -0.5$ i $\lambda = 3$: $f_{3D} = 1.1352$

dla $\xi = -0.6$ i $\lambda = 3$: $f_{3D} = 1.095$

Interpolacja dla $\xi = -0.573$:

$$f_{3D} = 1.1352 + \frac{1.095 - 1.1352}{-0.6 - (-0.5)} (-0.573 - (-0.5)) = 1.133 \quad (P4.21.4)$$

Na podstawie rys. P1.1.1 względne odległości końcówek kłapy od płaszczyzny symetrii samolotu są równe:

$$\bar{y}_w = \frac{y_w}{l/2} = \frac{1.15}{9.14/2} = 0.252, \quad \bar{y}_z = \frac{y_z}{l/2} = \frac{1.15 + 2.45}{9.14/2} = 0.788 \quad (P4.21.5)$$

Z rys. 4.55 odczytuje się dla $\bar{y}_w = 0.252$:

dla $\eta = \infty$ $K_b = 0.371$

dla $\eta = 2$ $K_b = 0.334$

Interpolacja dla $\eta = 4.16$:

$$K_{bw} = 0.371 + \frac{0.334 - 0.371}{\frac{1}{2} - \frac{1}{\infty}} \left(\frac{1}{4.16} - \frac{1}{\infty} \right) = 0.353 \quad (\text{P4.21.6})$$

Z rys. 4.54 odczytuje się dla $\bar{y}_z = 0.788$:

dla $\eta = \infty$ $K_b = 0.917$

dla $\eta = 2$ $K_b = 0.898$

Interpolacja dla $\eta = 4.16$:

$$K_{bz} = 0.917 + \frac{0.898 - 0.917}{\frac{1}{2} - \frac{1}{\infty}} \left(\frac{1}{4.16} - \frac{1}{\infty} \right) = 0.908 \quad (\text{P4.21.7})$$

Oblicza się różnicę:

$$\Delta K_b = K_{bz} - K_{bw} = 0.908 - 0.353 = 0.555 \quad (\text{P4.21.8})$$

Ze wzoru (4.139) oblicza się przyrost siły nośnej spowodowany wychyleniem kłap o kąt $\delta = 30^\circ$:

$$\begin{aligned} (\Delta C_{za})_\delta &= (\Delta C_{za_prof})_\delta \frac{C_{za_skrz_zewn}^\alpha}{C_{za_prof}^\alpha} \cdot f_{3D} \cdot \Delta K_b = \\ &= 0.995 \frac{3.326}{6.266} \cdot 1.133 \cdot 0.555 = 0.332 \end{aligned} \quad (\text{P4.21.9})$$

W przykładzie 2.11 obliczono $C_{za_prof}^\delta = 2.541$. Podstawiając do wzoru (4.135), mamy:

$$\begin{aligned} C_{za}^\delta &= C_{za_prof}^\delta \cdot \frac{C_{za_skrz_zewn}^\alpha}{C_{za_prof}^\alpha} \cdot f_{3D} \Delta K_b = \\ &= 2.541 \frac{3.326}{6.266} \cdot 1.133 \cdot 0.555 = 0.848 \end{aligned} \quad (\text{P4.21.10})$$

A. Zakres transoniczny

Ze względu na złożoną postać opływu powierzchni nośnej, w tym występowanie fal uderzeniowych, nie ma efektywnych metod ustalania relacji pomiędzy siłą nośną i wychyleniem powierzchni sterowych w zakresie prędkości transonicznych. Można natomiast stwierdzić, że pochodna C_{za}^{δ} zmienia się podobnie jak pochodna C_{za}^{α} . Omówiono to w podrozdz. 4.1.2. Można przyjąć, że:

$$C_{za}^{\delta} = (C_{za}^{\delta})_{Ma=0.6} \left(\frac{C_{l_skrz_Ma}^{\delta}}{C_{l_skrz_Ma=0.6}^{\delta}} \right) \quad (4.142)$$

$\left(\frac{C_{l_skrz_Ma}^{\delta}}{C_{l_skrz_Ma=0.6}^{\delta}} \right)$ jest parametrem dotyczącym momentu przechylającego. Oblicza się go w sposób omówiony w części II, w podrozdz. 2.5.

B. Zakres naddźwiękowy

W zakresie naddźwiękowym pochodną C_{za}^{δ} można obliczyć, stosując następującą zależność:

$$C_z^{\delta} = 57.29 \cdot C_z^{\delta'} \left(1 - \frac{c_2}{c_1} \Phi_{ks} \right) \frac{S_{klap}}{S} \quad (4.143)$$

gdzie c_1 i c_2 określone są wzorami (2.48);

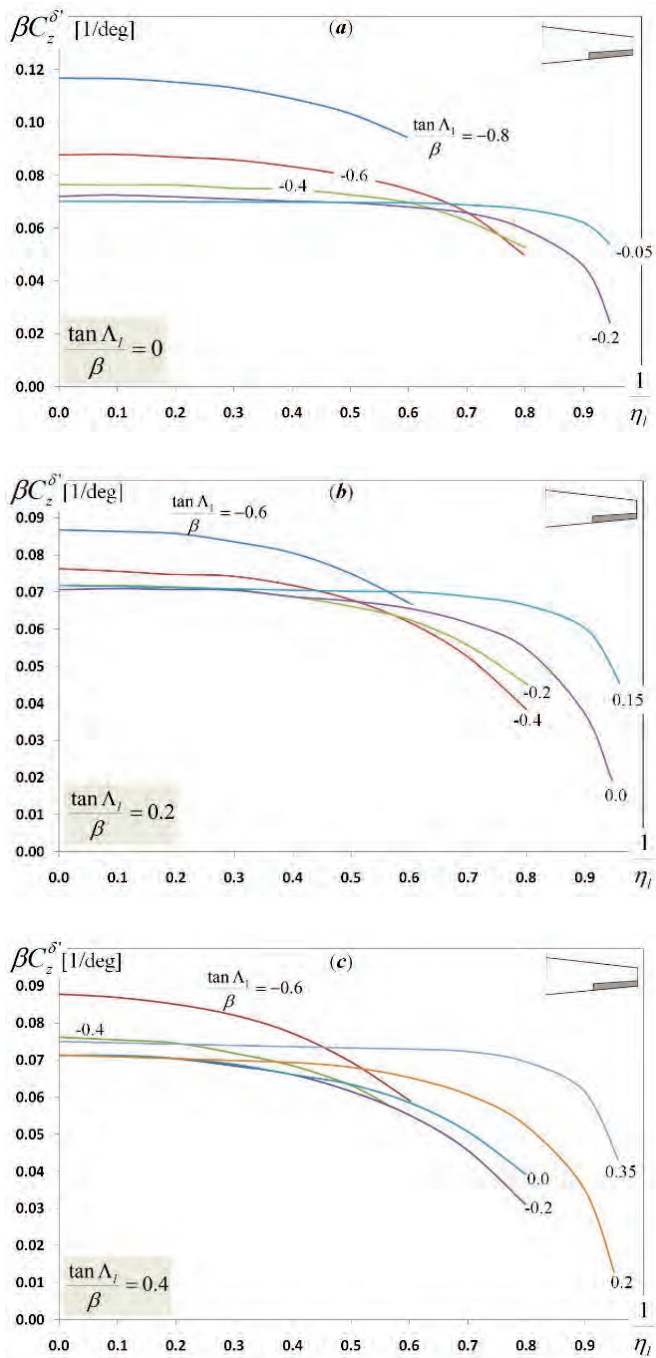
Φ_{ks} jest kątem krawędzi spływu wyrażonym w radianach (patrz rys. 2.19);

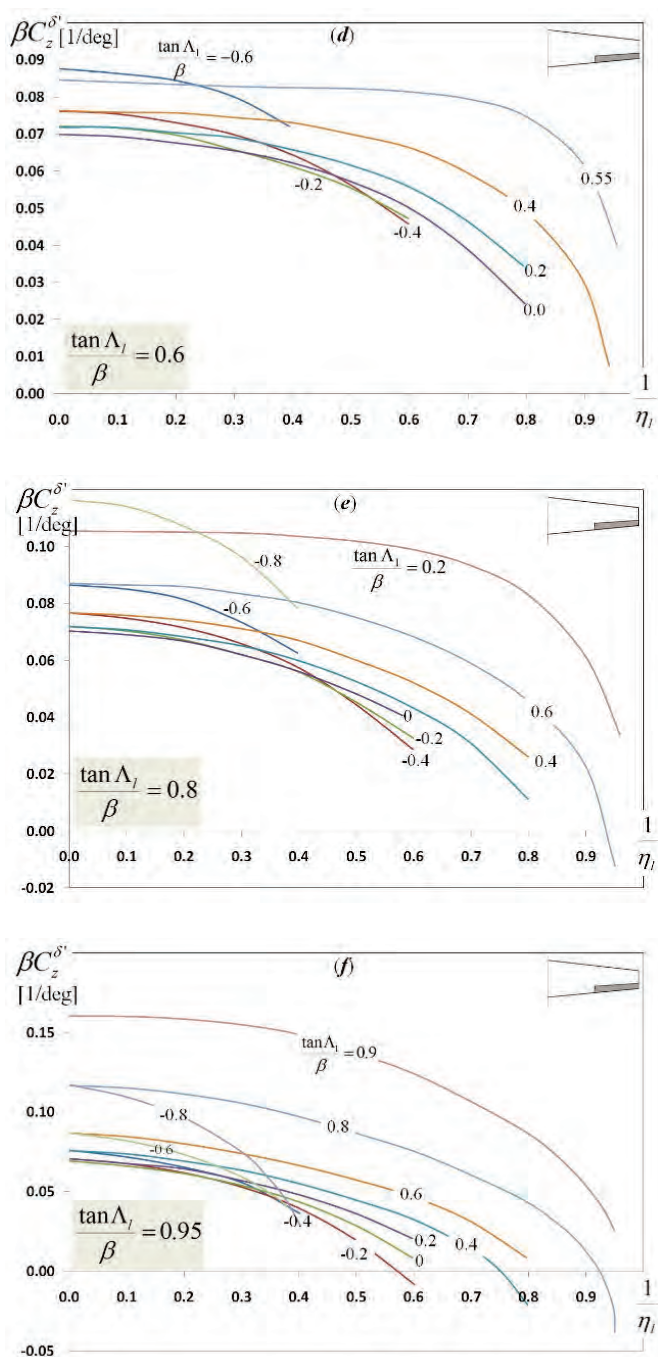
S_{klap} jest całkowitą powierzchnią klap lub sterów wysokości (obie połówki skrzydła).

$C_z^{\delta'}$ odczytuje się z wykresów pokazanych na rys. 4.56 i 4.57 w zależności od tego, czy kłapa/ster mocowana jest na końcu płata czy też wewnątrz.

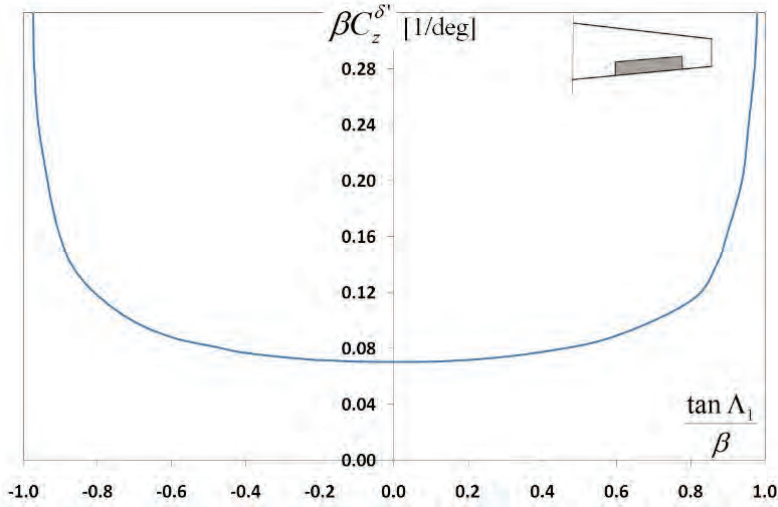
Wzór (4.143) można stosować, jeżeli spełnione są następujące warunki:

- krawędzie natarcia i spływu sterów znajdują się poza liniami Macha;
- cięciwy steru są równoległe do płaszczyzny symetrii samolotu;
- powierzchnie sterowe umiejscowione są w taki sposób, że generowane przez nie linie Macha nie przecinają ani końcówki płata nośnego (usterzenie poziome lub skrzydło), ani cięciwy środkowej;
- skrzydło ma naddźwiękową krawędź natarcia.

Rys. 4.56. Pochodna $C_z^{\delta^*}$ dla sterów zamocowanych na końcu płata



Rys. 4.56. cd. Pochodna $C_z^{\delta'}$ dla sterów zamocowanych na końcu płata



Rys. 4.57. Pochodna $C_z^{\delta'}$ dla sterów zamocowanych wewnątrz płata

4.5. Współczynnik siły nośnej samolotu – część dynamiczna

Część dynamiczna współczynnika siły nośnej dotyczy prędkości kątowej pochylania Q i prędkości zmiany kąta natarcia $\dot{\alpha}$. Obie te prędkości powodują dynamiczną zmianę opływu poszczególnych elementów konstrukcyjnych samolotu. W efekcie zmianie ulega wytwarzana przez nie siła nośna. Jeżeli zastosować zasadę superpozycji, to można przyjąć, że przyrost siły nośnej samolotu jest równy:

$$\Delta P_{za} = \Delta C_{za} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S = \Delta P_{za_skrz} + \Delta P_{za_kad} + \Delta P_{za_H} \quad (4.144)$$

Poszczególne przyrosty są określone następująco:

$$\Delta P_{za_skrz} = \Delta C_{za_skrz} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S = (C_{za_skrz}^q Q + C_{za_skrz}^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}) \frac{\rho_H V_s^2}{2} S \quad (4.145)$$

$$\Delta P_{za_kad} = \Delta C_{za_kad} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S_{kad_poprz} = (C_{za_kad}^q Q + C_{za_kad}^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}) \frac{\rho_H V_s^2}{2} S_{kad_poprz} \quad (4.146)$$

$$\Delta P_{za_H} = \Delta C_{za_H} \frac{\rho_H V_H^2}{2} S_H = (C_{za_H}^q Q + C_{za_H}^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}) \frac{\rho_H V_H^2}{2} S_H \quad (4.147)$$

Jeżeli przedstawić przyrost współczynnika siły nośnej całego samolotu w postaci:

$$\Delta C_{za} = C_{za}^q Q + C_{za}^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} \quad (4.148)$$

to wynika stąd, że:

$$C_{za}^q = C_{za_skrz}^q + C_{za_kad}^q \frac{S_{kad_poprz}}{S} + C_{za_H}^q \frac{S_H}{S} k_H \quad (4.149)$$

$$C_{za}^{\dot{\alpha}} = C_{za_skrz}^{\dot{\alpha}} + C_{za_kad}^{\dot{\alpha}} \frac{S_{kad_poprz}}{S} + C_{za_H}^{\dot{\alpha}} \frac{S_H}{S} k_H \quad (4.150)$$

Uwzględniając, że siła nośna skrzydła oraz usterzenia poziome wytwarzana jest tylko przez ich części „zewnętrzne” (rys. 1.6), oraz ze względu na interferencję aerodynamiczną skrzydło–kadłub oraz usterzenie poziome–kadłub pochodne C_{za}^q i $C_{za}^{\dot{\alpha}}$ oblicza się z wzorów:

$$C_{za}^q = (K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz}) \frac{S_{zewn}}{S} C_{za_skrz}^q + \frac{S_{kad_poprz}}{S} C_{za_kad}^q + \\ + (K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H_zewn}}{S} k_H C_{za_H}^q \quad (4.151)$$

$$C_{za}^{\dot{\alpha}} = (K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz}) \frac{S_{skrz_zewn}}{S} C_{za_skrz}^{\dot{\alpha}} + \frac{S_{kad_poprz}}{S} C_{za_kad}^{\dot{\alpha}} + \\ + (K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H_zewn}}{S} k_H C_{za_H}^{\dot{\alpha}} \quad (4.152)$$

Występujące tu współczynniki interferencji $K_{skrz/kad}$, $K_{kad/skrz}$, $K_{skrz/kad}$, $K_{kad/skrz}$ zdefiniowano w podrozdz. 4.4. Pochodne $C_{za_skrz}^q$, $C_{za_skrz}^{\dot{\alpha}}$, $C_{za_H}^q$, $C_{za_H}^{\dot{\alpha}}$ dotyczą skrzydła „zewnętrznego” i usterzenia „zewnętrznego”.

Pochodne C_{za}^q i $C_{za}^{\dot{\alpha}}$ są pochodnymi odniesionymi do prędkości „wymiarowych” q i $\dot{\alpha}$ wyrażanych w rad/s. W literaturze najczęściej spotyka się pochodne odniesione do prędkości kątowych „bezwymiarowych” $\bar{q}$ i $\bar{\dot{\alpha}}$. Prędkości te są określone następująco:

$$\bar{q} = \frac{qb_a}{2V_s}, \quad \bar{\alpha} = \frac{\dot{\alpha}b_a}{2V_s} \quad (4.153)$$

Wynika stąd następujący związek pomiędzy pochodnymi „wymiarowymi” i „bezwymiarowymi”:

$$C_{za}^q = \frac{b_a}{2V_s} C_{za}^{\bar{q}}, \quad C_{za}^{\dot{\alpha}} = \frac{b_a}{2V_s} C_{za}^{\bar{\alpha}} \quad (4.154)$$

Poniżej pokazane zostaną wyrażenia pozwalające obliczyć pochodne „bezwymiarowe”.

4.5.1. Wpływ prędkości kątowej pochylania Q

Obrót samolotu wokół osi bocznej Oy (prostopadłej do płaszczyzny symetrii) z prędkością kątową Q powoduje zmianę opływu poszczególnych elementów konstrukcyjnych samolotu. Ma to wpływ na rozkład ciśnień, a w efekcie na powstającą siłę nośną. Wpływ prędkości Q jest różny dla poszczególnych części samolotu i zależy od ich odległości od osi obrotu. Największy jest w przypadku usterzenia poziomego. Dużo mniejszy jest dla skrzydła i kadłuba – często udział kadłuba w pochodnej C_{za}^q jest pomijany.

4.5.1.1. Udział skrzydła – pochodna $C_{za_skrz}^{\bar{q}}$

A, B. Zakres poddźwiękowy i transoniczny

Ponieważ środek masy samolotu nie pokrywa się z ogniskiem aerodynamicznym, to jeżeli samolot wykonuje obrót wokół osi bocznej Oy , zmienia się kąt natarcia w ognisku aerodynamicznym skrzydła. Zmienia się też krzywizna strumienia opływającego profile skrzydła. W efekcie powstaje przyrost siły nośnej skrzydła. Pochodna $C_{za_skrz}^{\bar{q}}$ dotycząca skrzydła jest w zakresie poddźwiękowym określona następująco:

$$C_{za_skrz}^{\bar{q}} = \frac{\lambda + 2 \cos \Lambda_{0.25}}{\lambda \sqrt{1 - Ma^2 \cos^2 \Lambda_{0.25}} + 2 \cos \Lambda_{0.25}} \left[\frac{1}{2} + \frac{2(x_{F_skrz} - x_{T_skrz})}{b_a} \right] C_{za_skrz_Ma=0}^{\alpha} \quad (4.155)$$

gdzie $(x_{F_skrz} - x_{T_skrz})$ – różnica pomiędzy położeniem ogniska aerodynamicznego skrzydła i położeniem środka masy samolotu; położenia te mierzone są od tego samego punktu.

Ze względu na brak teoretycznych zależności przyjmuje się, że wzór (4.155) ma zastosowanie również w zakresie transonicznym.

C. Zakres naddźwiękowy

W zakresie naddźwiękowym zastosowanie mają następujące zależności:

$$C_{za_skrz}^{\bar{q}} = \frac{2(x_{F_skrz} - x_{T_skrz})}{b_a} C_{z_skrz}^{\alpha} + (C_{za_skrz}^{\bar{q}})' \quad (4.156)$$

$C_{z_skrz}^{\alpha}$ jest pochodną siły normalnej, która określić można w sposób opisany w podrozdz. 4.1.2 (zakres naddźwiękowy – metoda II – wzór (4.29));

x_{F_skrz} jest położeniem ogniska aerodynamicznego w zakresie naddźwiękowym;

x_{T_skrz} jest położeniem środka masy;

$(C_{za_skrz}^{\bar{q}})'$ oblicza się w sposób zależny od tego, czy krawędź natarcia skrzydła jest poddźwiękowa, czy też naddźwiękowa.

Poddźwiękowa krawędź natarcia

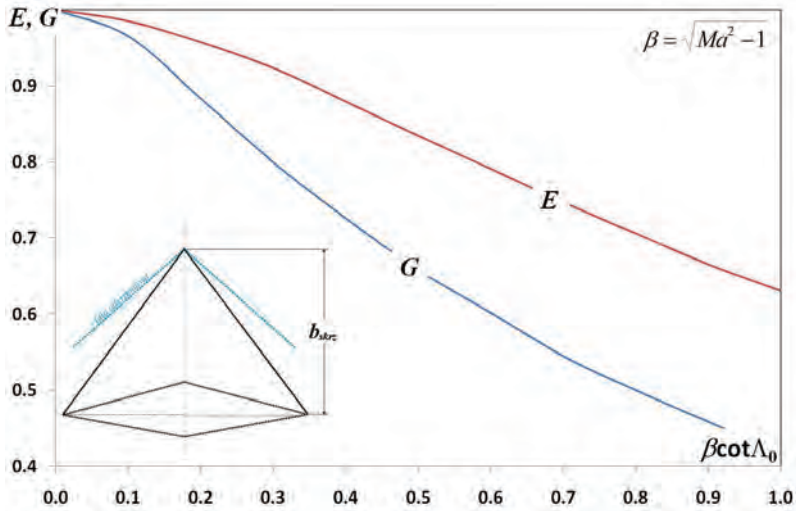
Przy poddźwiękowej krawędzi natarcia ($\sqrt{Ma^2 - 1} \cot \Lambda_0 < 1$)

– dla zbieżności skrzydła $\eta = \infty$:

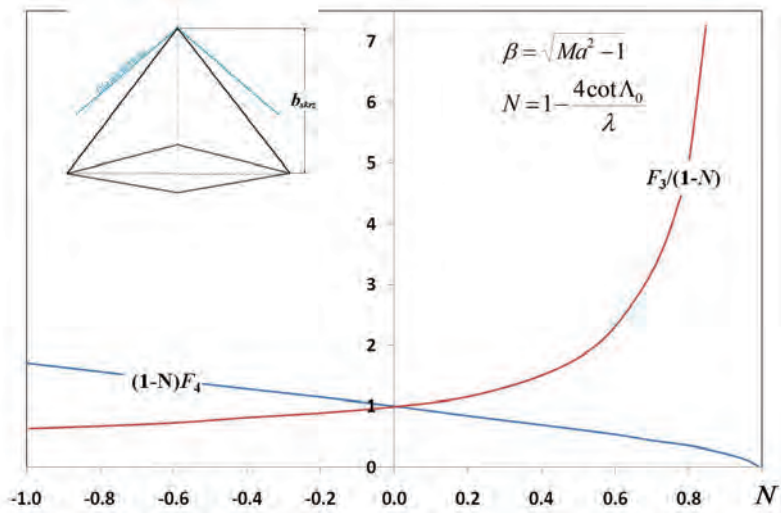
$$(C_{za_skrz}^{\bar{q}})' = \frac{\pi\lambda}{2} (3G \cdot F_3 - 2E \cdot F_4) + 2 \frac{\frac{2}{3}b_{skrz} - x_{F_skrz}}{b_a} C_{z_skrz}^{\alpha} \quad (4.157)$$

Współczynniki E , G , F_3 i F_4 odczytać można z rys. 4.58 i 4.59.

Długość b_{skrz} pokazano na rys. 4.58.



Rys. 4.58. Współczynniki E i G

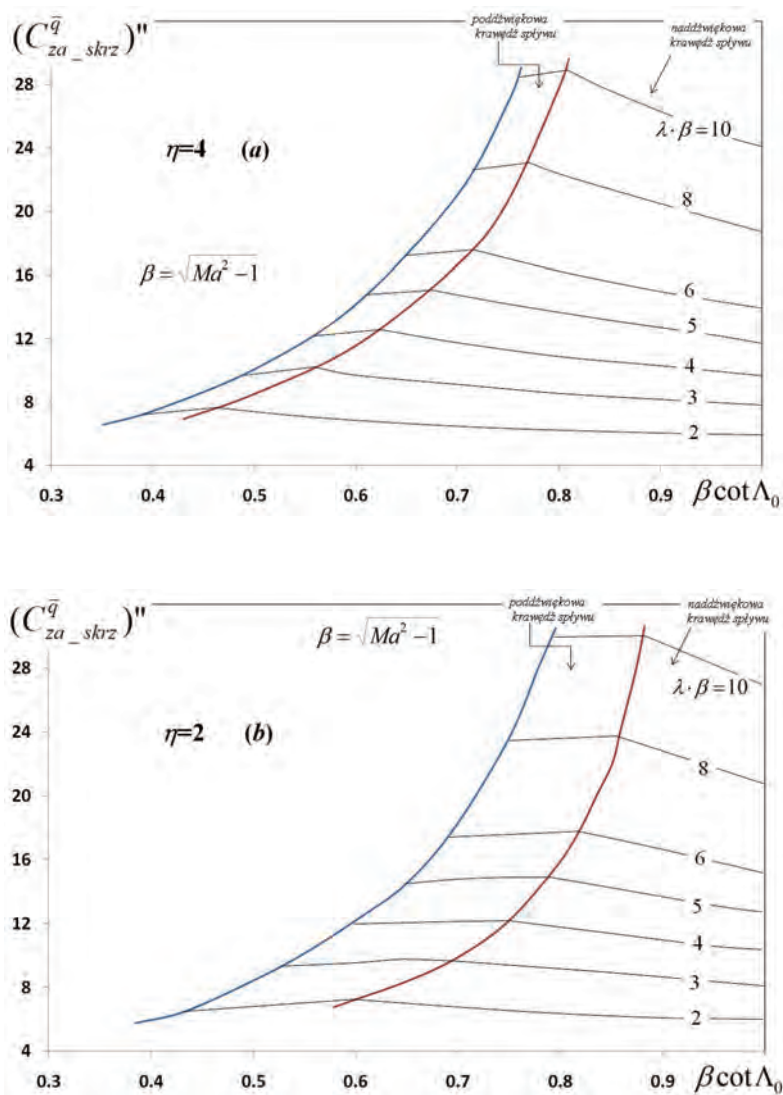


Rys. 4.59. Współczynniki F_3 i F_4

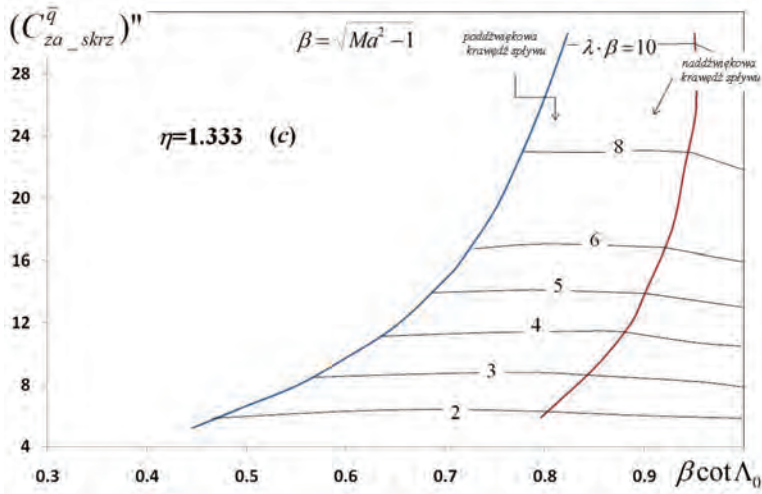
– dla zbieżności skrzydła $1 \leq \eta \leq 4$:

$$(C_{za_skrz}^{\bar{q}})' = (C_{za_skrz}^{\bar{q}})'' - 2 \frac{X_{F_skrz}}{b_a} C_{z_skrz}^{\alpha} \quad (4.158)$$

$(C_{za_skrz}^{\bar{q}})''$ można określić, wykorzystując dane doświadczalne. Na rys. 4.60 pokazano przebiegi pozwalające znaleźć wartość $(C_{za_skrz}^{\bar{q}})''$ dla skrzydła o zbieżności η : 4, 2 i 1.333.



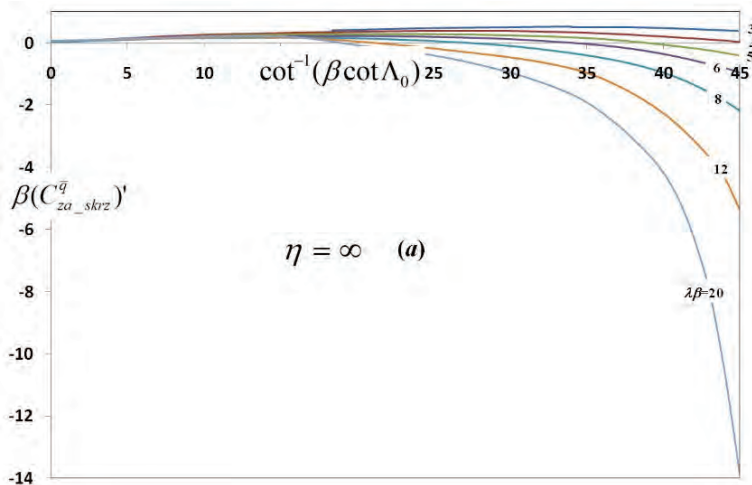
Rys. 4.60. Pochodna $(C_{za_skrz}^{\bar{q}})''$ – poddźwiękowa krawędź natarcia



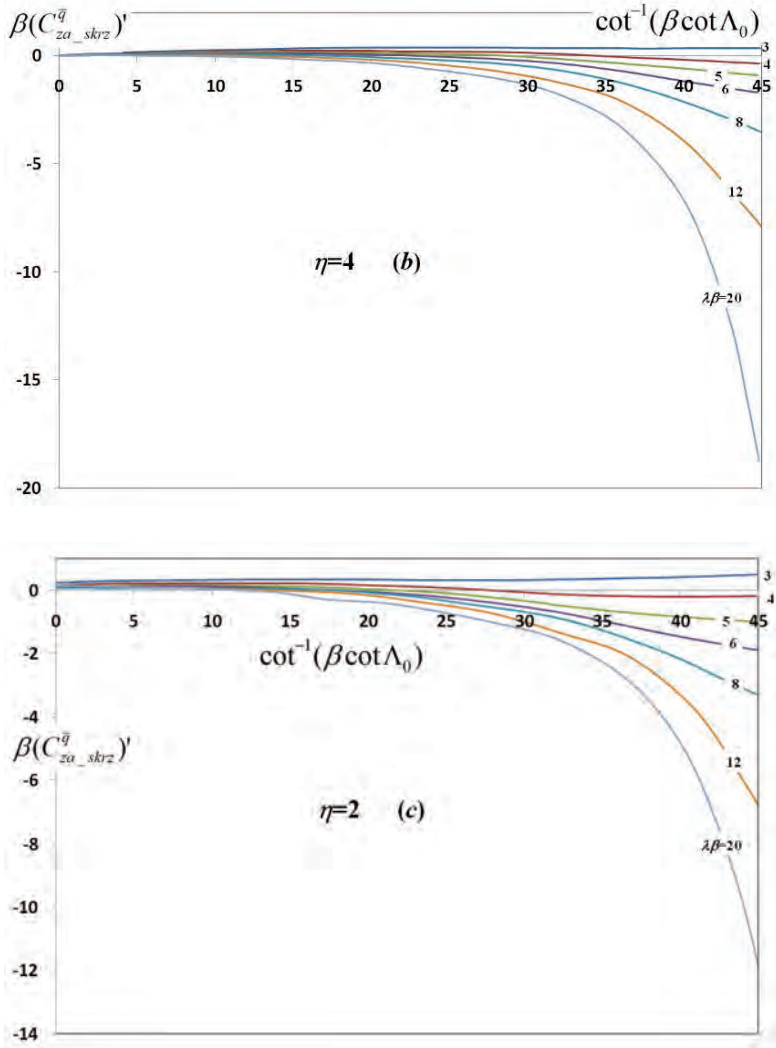
Rys. 4.60. cd. Pochodna $(C_{za_skrz}^q)'$ – poddźwiękowa krawędź natarcia

Naddźwiękowa krawędź natarcia

W zakresie naddźwiękowym przy naddźwiękowej krawędzi natarcia ($\sqrt{Ma^2 - 1} \cot \Lambda_0 > 1$) zastosowanie ma wzór (4.156). W tym przypadku wykorzystuje się szereg wykresów otrzymanych w wyniku badań. Na rys. 4.61 pokazano przykładowe przebiegi dla różnych zbieżności skrzydła. Są one poprawne, jeżeli fala uderzeniowa utworzona na wierzchołku skrzydła przecina krawędź spływu skrzydła.



Rys. 4.61. Pochodna $(C_{za_skrz}^q)'$ – naddźwiękowa krawędź natarcia



Rys. 4.61. cd. Pochodna $(C_{za_skrz}^q)'$ – naddźwiękowa krawędź natarcia

Przeliczenie pochodnej

Obliczenia dotyczące skrzydła wykonuje się dla skrzydła „zewnątrznego”. Dlatego pochodne obliczone według wzorów (4.155) i (4.156) dają wartość po-

chodnej względem „bezwymiarowej” prędkości kątowej $\bar{q}_{zewn} = \frac{qb_{a_zewn}}{2V_s}$. Aby

obliczyć pochodną względem prędkości $\bar{q} = \frac{qb_a}{2V_s}$, należy zastosować następujące przekształcenie:

$$C_{za_skrz}^{\bar{q}} = \frac{dC_{za}}{d\bar{q}} = \frac{dC_{za}}{d\bar{q}_{zewn}} \frac{d\bar{q}_{zewn}}{d\bar{q}} = C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}} \frac{b_{a_zewn}}{b_a} \quad (4.159)$$

Wykorzystano tu równość:
$$\frac{q}{2V_s} = \frac{\bar{q}_{zewn}}{b_{a_zewn}} = \frac{\bar{q}}{b_a} \quad (4.160)$$

z której wynika, że:
$$\bar{q}_{zewn} = \bar{q} \frac{b_{a_zewn}}{b_a} \quad (4.161)$$

Przykład 4.22

Dla samolotu, którego dane zawiera przykład 1.1, oblicz pochodną $C_{za_skrz}^q$ dotyczącą skrzydła „zewnątrznego”.

Rozwiązanie:

Zakres poddźwiękowy

Obliczenia zostaną pokazane dla $Ma = 0.6$.

W przykładzie 4.16 obliczono: $C_{za_skrz_zewn_Ma=0}^\alpha = 3.158$.

Przyjęto położenie ogniska aerodynamicznego skrzydła „zewnątrznego” $\bar{x}_{F_skrz_zewn} = 0.264$ (obliczenia wykonano w przykładzie 6.2). W przykładzie 1.1 obliczono $x_{T_skrz_zewn} = 0.46$ m.

Ze wzoru (4.155) otrzymuje się:

$$C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}} = \frac{\lambda_{zewn} + 2 \cos \Lambda_{0.25}}{\lambda_{zewn} \sqrt{1 - Ma^2 \cos^2 \Lambda_{0.25}} + 2 \cos \Lambda_{0.25}} \cdot \left[\frac{1}{2} + \frac{2(x_{F_skrz_zewn} - x_{T_skrz_zewn})}{b_{a_zewn}} \right] \quad (P4.22.1)$$

$$C_{za_skrz_zewn_Ma=0}^\alpha = \frac{2.78 + 2 \cos 31^\circ}{2.78 \sqrt{1 - 0.6^2 \cos^2 31^\circ} + 2 \cos 31^\circ} \cdot \left[\frac{1}{2} + \frac{2(3.04 \cdot 0.264 - 0.46)}{3.04} \right] 3.158 = 2.521$$

Uwzględniając zależność (4.159) mamy: $C_{za_skrz}^{\bar{q}}$

$$C_{za_skrz}^{\bar{q}} = C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}} \frac{b_{a_zewn}}{b_a} = 2.251 \frac{3.04}{3.44} = 2.228 \quad (P4.22.2)$$

Zakres naddźwiękowy

Obliczenia zostaną pokazane dla $Ma = 1.6$.

Oblicza się:

$$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1} = \sqrt{1.6^2 - 1} = 1.249 \quad (P4.22.3)$$

$$\sqrt{Ma^2 - 1} \cot \Lambda_0 = \sqrt{1.6^2 - 1} \cot 40^\circ = 1.488 \quad (P4.22.4)$$

Wynika stąd, że obliczenia dotyczą naddźwiękowej krawędzi natarcia. Stosuje się wzór (4.156) oraz rys. 4.61. Oblicza się:

$$\cot^{-1}(\beta \cot \Lambda_0) = \cot^{-1}(1.249 \cdot \cot 40^\circ) = 0.591 \text{ rad} \quad (33.894^\circ) \quad (P4.22.5)$$

$$\lambda\beta = \lambda\sqrt{Ma^2 - 1} = 2.78\sqrt{1.6^2 - 1} = 3.472 \quad (P4.22.6)$$

Odczytuje się dla 33.894° :

- Z rys. 4.61c ($\eta = 2$)

$$- \text{ dla } \lambda\beta = 3 \quad \beta(C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})' = 0.368$$

$$- \text{ dla } \lambda\beta = 4 \quad \beta(C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})' = -0.137$$

Interpolacja dla $\lambda\beta = 3.472$:

$$\beta(C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})' = 0.368 + \frac{(-0.137) - 0.368}{4 - 3}(3.472 - 3) = 0.13 \quad (P4.22.7)$$

Obliczenie pochodnej:

$$(C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})' = \frac{\beta(C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})'}{\beta} = \frac{0.13}{1.249} = 0.104 \quad (P4.22.8)$$

- Z rys. 4.61b ($\eta = 4$)

– dla $\lambda\beta = 3$ $\beta(C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})' = 0.346$

– dla $\lambda\beta = 4$ $\beta(C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})' = 0.026$

Interpolacja dla $\lambda\beta = 3.472$:

$$\beta(C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})' = 0.346 + \frac{0.026 - 0.346}{4 - 3}(3.472 - 3) = 0.195 \quad (P4.22.9)$$

Obliczenie pochodnej:

$$(C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})' = \frac{\beta(C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})'}{\beta} = \frac{0.195}{1.249} = 0.156 \quad (P4.22.10)$$

- Interpolacja dla $\eta_{zewn} = 3.63$

$$(C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})' = 0.104 + \frac{0.156 - 0.104}{4 - 2}(3.63 - 2) = 0.146 \quad (P4.22.11)$$

W przykładzie 4.17 obliczono wartość $C_{z_skrz_zewn}^{\alpha} = 2.66$.

Aby obliczyć $C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}}$ trzeba znać położenie ogniska skrzydła „zewnątrznego” oraz środka masy. W przykładzie 1.1 obliczono $x_{T_skrz_zewn} = 0.46m$. Przyjmując położenie ogniska $\bar{x}_{F_skrz_zewn} = 0.464$ (obliczenia wykonano w przykładzie 6.3), otrzymujemy:

$$x_{F_skrz_zewn} = \bar{x}_{F_skrz_zewn} b_{a_zewn} = 0.464 * 3.04 = 1.411 \quad (P4.22.12)$$

Ze wzoru (4.156) otrzymuje się:

$$\begin{aligned} C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}} &= \frac{2(x_{F_skrz_zewn} - x_{T_skrz_zewn})}{b_a} C_{z_skrz_zewn}^{\alpha} + (C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}}) = \\ &= \frac{2(1.411 - 0.46)}{3.04} \cdot 2.66 + 0.146 = 1.81 \end{aligned} \quad (P4.22.13)$$

Uwzględniając zależność (4.159), mamy:

$$C_{za_skrz}^{\bar{q}} = C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}} \frac{b_{a_zewn}}{b_a} = 1.81 \frac{3.04}{3.44} = 1.6 \quad (P4.22.14)$$

W tabeli poniżej zebrano wyniki dotyczące różnych liczb Macha w zakresie naddźwiękowym.

Ma	1.4	1.6	1.8	2
$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1}$	0.98	1.249	1.497	1.732
$\cot^{-1}(\beta \cot \Lambda_0)$	40.58°	33.89°	29.28°	25.85°
$\lambda\beta$	2.724	3.47	4.16	4.81
$(C_{za_skrz}^{\bar{q}})'$	0.347	0.146	0.052	0.042
$C_{za_skrz_zewn}^{\alpha}$ przykł. 4.17	3.02	2.66	2.38	2.16
$C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}}$	2.113	1.81	1.598	1.462
$C_{za_skrz}^{\bar{q}}$	1.867	1.6	1.412	1.292

4.5.1.2. Udział kadłuba – pochodna $C_{za_kad}^{\bar{q}}$

Jak wspomniano wcześniej, udział kadłuba w pochodnej C_{za}^q jest często pomijany. Jeżeli jednak zachodzi konieczność uwzględnienia go, to można zastosować teorię opływu ciał smukłych.

Dla kadłuba oblicza się pochodną $C_{za_kad}^{\bar{q}_{kad}}$ odniesioną do bezwymiarowej prędkości kątowej $\bar{q}_{kad} = \frac{ql_{kad}}{2V_s}$.

A, B. Zakres poddźwiękowy i transoniczny

W zakresie prędkości poddźwiękowych, pochodną $C_{za_kad}^{\bar{q}_{kad}}$ oblicza się ze wzoru:

$$C_{za_kad}^{\bar{q}_{kad}} = 2 \cdot \left(1 - \frac{X_{T_kad}}{l_{kad}} \right) C_{za_kad}^{\alpha} \quad (4.162)$$

gdzie:

l_{kad} jest długością kadłuba;

X_{T_kad} jest odległością środka masy samolotu od noska kadłuba;

$C_{z_kad}^\alpha$ określa się ze wzoru (4.62) dla zakresu poddźwiękowego.

Wzór (4.152) ma też zastosowanie dla zakresu transonicznego z uwzględnieniem odpowiedniej wartości pochodnej $C_{za_kad}^\alpha$.

C. Zakres naddźwiękowy

Zakładając, że kadłub jest ciałem smukłym składającym się z ostrołukowej lub stożkowej części nosowej, cylindrycznej części centralnej i części końcowej w postaci ściętego stożka, po zastosowaniu teorii opływu ciała smukłego pochodną, $C_{za_kad}^{\bar{q}}$ można obliczyć, stosując wzór:

$$C_{z_kad}^{\bar{q}} = 2 \left(1 - \frac{X_{T_kad}}{l_{kad}} \right) C_{z_kad}^\alpha \quad (4.163)$$

W tym przypadku pochodną siły normalnej $C_{z_kad}^\alpha$ oblicza się ze wzoru (4.79) dla zakresu naddźwiękowego.

Przeliczenie pochodnej

Aby obliczyć pochodną względem prędkości $\bar{q} = \frac{qb_a}{2V_s}$, należy zastosować przeliczenie analogiczne do (4.159):

- dla zakresu poddźwiękowego i transonicznego:

$$C_{za_kad}^{\bar{q}} = C_{za_kad}^{\bar{q}} \frac{l_{kad}}{b_a} \quad (4.164)$$

- dla zakresu naddźwiękowego:

$$C_{z_kad}^{\bar{q}} = C_{z_kad}^{\bar{q}} \frac{l_{kad}}{b_a} \quad (4.165)$$

Przykład 4.23

Dla samolotu, którego dane zawiera przykład 1.1, oblicz pochodną $C_{za_kad}^{\bar{q}}$ dotyczącą kadłuba.

Rozwiązanie:

Zgodnie z danymi z przykładu 1.1 obliczenia wykonano dla $l_{kad} = 14.1$ m i $X_{T_kad} = 7.53$ m.

Zakres poddźwiękowy

W przykładzie 4.11 obliczono $C_{za_kad}^\alpha = 1.817$. Podstawiając do (4.162) i (4.164) dla liczby Macha $Ma = 0.6$, mamy:

$$C_{za_kad}^{\bar{q}_{kad}} = 2 \left(1 - \frac{X_{T_kad}}{l_{kad}} \right) C_{za_kad}^\alpha = 2 \left(1 - \frac{7.53}{14.1} \right) \cdot 1.817 = 1.693 \quad (P4.23.1)$$

$$C_{za_kad}^{\bar{q}} = C_{za_kad}^{\bar{q}_{kad}} \frac{l_{kad}}{b_a} = 1.693 \frac{14.1}{3.44} = 6.941 \quad (P4.23.2)$$

Zakres naddźwiękowy

W przykładzie 4.11 obliczono pochodną siły normalnej $C_{z_kad}^\alpha$ dla liczb Macha z zakresu naddźwiękowego. W tabeli poniżej zebrano obliczone w oparciu o wzory (4.163) i (4.165) wartości pochodnych $C_{za_kad}^{\bar{q}_{kad}}$ i $C_{za_kad}^{\bar{q}}$.

	Ma			
	1.4	1.6	1.8	2.0
$C_{z_kad}^\alpha$ [1/rad]	2.211	2.326	2.435	2.539
$C_{za_kad}^{\bar{q}_{kad}}$	2.06	2.168	2.269	2.366
$C_{za_kad}^{\bar{q}}$	8.445	8.885	9.301	9.698

4.5.1.3. Udział usterzenia poziomego

A, B, C. Zakres poddźwiękowy, transoniczny i naddźwiękowy

Aby określić, w jaki sposób prędkość kątowa pochylania wpływa na siłę nośną samolotu, przydatny będzie rys. 4.62. Ognisko aerodynamiczne usterzenia poziomego oddalone jest od środka masy samolotu o L_H . Jeżeli samolot zadziera nos kadłuba do góry z prędkością kątową Q , to na usterzeniu pojawia się pionowa składowa powietrza $Q \cdot L_H$ skierowana od dołu, która zwiększa kąt natarcia usterzenia o $\Delta\alpha_H$. Przyrost ten jest równy:

$$\Delta\alpha_H = \arctan \frac{Q \cdot L_H}{V_H} \approx \frac{Q \cdot L_H}{V_H} \quad (4.166)$$

W efekcie współczynnik siły nośnej usterzenia zwiększa się o:

$$\Delta C_{za_H} = C_{za_H}^{\alpha_H} \Delta \alpha_H = C_{za_H}^{\alpha_H} \frac{L_H}{V_H} Q = C_{za_H}^{\alpha_H} \frac{L_H}{V_s \sqrt{k_H}} Q \quad (4.167)$$

Wykorzystano tu relację (4.95) pomiędzy prędkością lotu i prędkością powietrza w rejonie usterzenia.

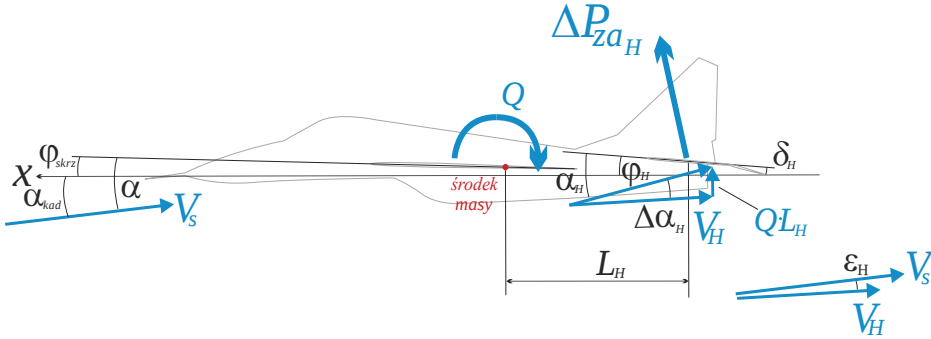
Zatem pochodna $C_{za_H}^q$ będzie równa:

$$C_{za_H}^q = C_{za_H}^{\alpha_H} \frac{L_H}{V_s \sqrt{k_H}} \quad (4.168)$$

Natomiast pochodna „bezwymiarowa”:

$$C_{za_H}^{\bar{q}} = C_{za_H}^q \frac{2V_s}{b_a} = 2C_{za_H}^{\alpha_H} \frac{L_H}{b_a \sqrt{k_H}} \quad (4.169)$$

Pochodną siły nośnej usterzenia $C_{za_H}^{\alpha_H}$ należy określać dla usterzenia „zewnątrznego”, w zależności od zakresu prędkości, metodami opisanymi w podrozdz. 4.1.2 – wzory (4.17), (4.24), (4.29).



Rys. 4.62. Schemat do obliczeń wpływu prędkości kątowej pochylenia na opływ usterzenia poziomego

Przykład 4.24

Dla samolotu, którego dane zawiera przykład 1.1 obliczyć pochodną $C_{za_H}^q$ dotycząca „zewnętrznego” usterzenia poziomego.

Rozwiązanie:

Przykładowe obliczenia dla $Ma = 0.6$ i kąta natarcia $\alpha = 0^\circ$

- z przykładu 1.1 – odległość ogniska aerodynamicznego usterzenia poziomego od środka masy samolotu jest równa $L_H = 4.02$ m
- z przykładu 4.15 – współczynnik tłumienia prędkości $k_H = 0.744$
- z przykładu 4.16 – pochodna współczynnika siły nośnej usterzenia

$$C_{za_H_zewn}^{\alpha_H} = 2.88$$

Należy wykorzystać wzór (4.169):

$$C_{za_H}^{\bar{q}} = 2C_{za_H_zewn}^{\alpha_H} \frac{L_H}{b_a \sqrt{k_H}} = 2 \cdot 2.88 \frac{4.02}{3.44 \sqrt{0.774}} = 7.654 \quad (P4.24.1)$$

Wyniki obliczeń w całym zakresie liczb Macha zawiera poniższa tabela. Pochodną $C_{za_H_zewn}^{\alpha_H}$ obliczono tak jak w przykładach 4.2÷4.4, uwzględniając geometrię usterzenia.

Ma	0.2		0.6		1		1.07		1.14	
$C_{za_H_zewn}^{\alpha_H}$	2.738		2.881		3.278		3.114		3.035	
α [deg]	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$
0	0.77	7.293	0.774	7.654	0.785	8.647	0.782	8.230	0.78	8.032
2	0.749	7.394	0.751	7.770	0.763	8.771	0.759	8.354	0.757	8.153
4	0.761	7.336	0.754	7.755	0.751	8.841	0.749	8.410	0.749	8.196
6	0.803	7.141	0.783	7.610	0.75	8.847	0.754	8.382	0.757	8.153
8	0.864	6.885	0.831	7.387	0.759	8.794	0.773	8.278	0.782	8.021
10	0.928	6.643	0.889	7.142	0.78	8.675	0.805	8.112	0.818	7.843
12	0.978	6.471	0.943	6.934	0.808	8.523	0.844	7.922	0.862	7.640
14	1	6.399	0.983	6.791	0.843	8.344	0.887	7.728	0.908	7.444
16	1	6.399	1	6.734	0.88	8.167	0.929	7.551	0.949	7.282

Ma	1.4		1.6		1.8		2	
$C_{za_H_zewn}^{\alpha_H}$	2.929		2.6		2.336		2.124	
α [deg]	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$
0	0.615	8.729	0.627	7.674	0.634	6.857	0.639	6.210
2	0.603	8.816	0.618	7.730	0.629	6.884	0.638	6.215
4	0.615	8.729	0.643	7.578	0.664	6.700	0.682	6.011
6	0.65	8.491	0.697	7.279	0.732	6.381	0.761	5.691
8	0.704	8.159	0.77	6.925	0.818	6.037	0.855	5.369
10	0.77	7.801	0.851	6.587	0.903	5.745	0.938	5.126
12	0.841	7.465	0.924	6.322	0.968	5.549	0.99	4.989
14	0.906	7.192	0.977	6.148	0.999	5.462	1	4.964
16	0.958	6.994	1	6.077	1	5.460	1	4.964

Przykład 4.25

Dla samolotu, którego dane zawiera przykład 1.1, oblicz pochodną C_{za}^q dotyczącą całego samolotu.

Rozwiązanie:

Obliczenia dla $Ma = 0.6$ i kąta natarcia $\alpha = 0^\circ$:

– z przykładu 4.16 $K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz} = 1.355$

– z przykładu 4.22 $C_{za_skrz}^{\bar{q}} = 2.228$

– z przykładu 4.23 $C_{za_kad}^{\bar{q}} = 6.94$

– z przykładu 4.16 $f_{S_{_H}/kad} = (K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H_zewn}}{S_H} = 0.896$

– z przykładu 4.15 $k_H = 0.774$

– z przykładu 4.24 $C_{za_H}^{\bar{q}} = 7.654$

Ze wzoru (4.151) oblicza się:

$$\begin{aligned}
 C_{za}^{\bar{q}} &= (K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz}) \frac{S_{zewn}}{S} C_{za_skrz}^{\bar{q}} + \frac{S_{kad_poprz}}{S} C_{za_kad}^{\bar{q}} + \\
 &+ (K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H_zewn}}{S} k_H C_{za_H}^{\bar{q}} = \quad (P4.25.1) \\
 &= 1.355 \cdot \frac{21}{28} \cdot 2.228 + \frac{1.77}{28} \cdot 6.94 + 0.896 \cdot \frac{12.25}{28} \cdot 0.774 \cdot 7.654 = 5.025
 \end{aligned}$$

Wykorzystano tu przekształcenie:

$$(K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H_zewn}}{S} = (K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H_zewn}}{S_H} \frac{S_H}{S} = f_{S_H/kad} \frac{S_H}{S} \quad (P4.25.2)$$

Wyniki obliczeń w całym zakresie liczb Macha zawiera poniższa tabela.

Ma	0.2			0.6			1.4		
$K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz}$	1.355			1.355			1.359		
$C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}}$	1.983			2.228			1.867		
$C_{za_kad}^{\bar{\alpha}}$	6.956			6.94			8.445		
$(K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H_zewn}}{S_H}$	0.896			0.896			0.99		
α [deg]	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$	$C_{za}^{\bar{q}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$	$C_{za}^{\bar{q}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$	$C_{za}^{\bar{q}}$
0	0.77	7.293	4.6562	0.774	0.7654	5.0251	0.615	8.729	4.7620
2	0.749	7.394	4.6259	0.751	7.770	4.9903	0.603	8.816	4.7392
4	0.761	7.336	4.6433	0.754	7.755	4.9949	0.615	8.729	4.7620
6	0.803	7.141	4.7028	0.783	7.610	5.0386	0.65	8.491	4.8273
8	0.864	6.885	4.7866	0.831	7.387	5.1091	0.704	8.159	4.9246
10	0.928	6.643	4.8715	0.889	7.142	5.1916	0.77	7.801	5.0386
12	0.978	6.471	4.9357	0.943	6.934	5.2661	0.841	7.465	5.1559
14	1	6.399	4.9635	0.983	6.791	5.3199	0.906	7.192	5.2590
16	1	6.399	4.9635	1	6.734	5.3424	0.958	6.994	5.3389

Ma	1.6			1.8			2		
$K_{skrz / kad} + K_{kad / skrz}$	1.334			1.325			1.319		
$\bar{C}_{za_skrz}^{\bar{\alpha}}$	1.6			1.412			1.292		
$\bar{C}_{za_kad}^{\bar{\alpha}}$	8.88			9.3			9.698		
$(K_{H / kad} + K_{kad / H}) \frac{S_{H_zewn}}{S_H}$	0.963			0.943			0.94		
α [deg]	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$	$C_{za}^{\bar{q}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$	$C_{za}^{\bar{q}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$	$C_{za}^{\bar{q}}$
0	0.627	3.302	0.2418	0.634	2.633	0.6773	0.639	2.1608	0.9253
2	0.618	3.326	0.2355	0.629	2.644	0.6746	0.638	2.1625	0.9249
4	0.643	3.261	0.2528	0.664	2.573	0.6934	0.682	2.0915	0.9441
6	0.697	3.132	0.2892	0.732	2.451	0.7286	0.761	1.9800	0.9771
8	0.77	2.980	0.3361	0.818	2.318	0.7709	0.855	1.8680	1.0143
10	0.851	2.834	0.3857	0.903	2.206	0.8105	0.938	1.7834	1.0454
12	0.924	2.720	0.4284	0.968	2.131	0.8396	0.99	1.7360	1.0642
14	0.977	2.645	0.4583	0.999	2.098	0.8531	1	1.7273	1.0678
16	1	2.615	0.4711	1	2.097	0.8535	1	1.7273	1.0678

4.5.2. Wpływ prędkości zmiany kąta natarcia α

Prędkość zmiany kąta natarcia samolotu ma wpływ na siłę nośną samolotu. Najistotniejszy jest wpływ na siłę nośną powstającą na usterzeniu poziomym. W przypadku skrzydła jedynie dla skrzydła trójkątnego dostępne są analityczne wyrażenia określające ten wpływ. Natomiast udział kadłuba jest niewielki i najczęściej pomijany.

4.5.2.1. Udział skrzydła – pochodna $\bar{C}_{za_skrz}^{\bar{\alpha}}$

A. Zakres poddźwiękowy

Dla skrzydła trójkątnego pochodną $\bar{C}_{za_skrz}^{\bar{\alpha}}$ oblicza się ze wzoru:

$$\bar{C}_{za_skrz}^{\bar{\alpha}} = 3 \left(\frac{1}{2} \frac{x_{F_{skrz*}}}{b_0} C_{za_skrz}^{\alpha} + C_{Lg} \right) \quad (4.170)$$

Pochodnej $C_{za_skrz}^\alpha$ dotyczy wzór (4.17); $x_{F_{skrz} z^*}$ jest odległością ogniska aerodynamicznego skrzydła od krawędzi natarcia cięciwy środkowej; b_0 jest cięciwą środkową skrzydła.

C_{Lg} jest poprawką zależną od wydłużenia skrzydła oraz liczby Macha. Jeżeli $\beta\lambda < 4$, to zastosowanie ma wzór:

$$C_{Lg} = \frac{\pi\lambda^2}{200\beta} [0.0422(\beta\lambda)^4 - 0.535(\beta\lambda)^3 + 2.54(\beta\lambda)^2 - 4.9\beta\lambda - 1.08] \quad (4.171)$$

gdzie $\beta = \sqrt{1 - Ma^2}$.

B. Zakres transoniczny

Dla skrzydeł trójkątnych wzór (4.170) można stosować też w zakresie od Ma_{kr} do $Ma = 1$. Dla innych liczb Macha w zakresie transonicznym brak jest metod obliczeniowych służących do określania pochodnej $C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}}$.

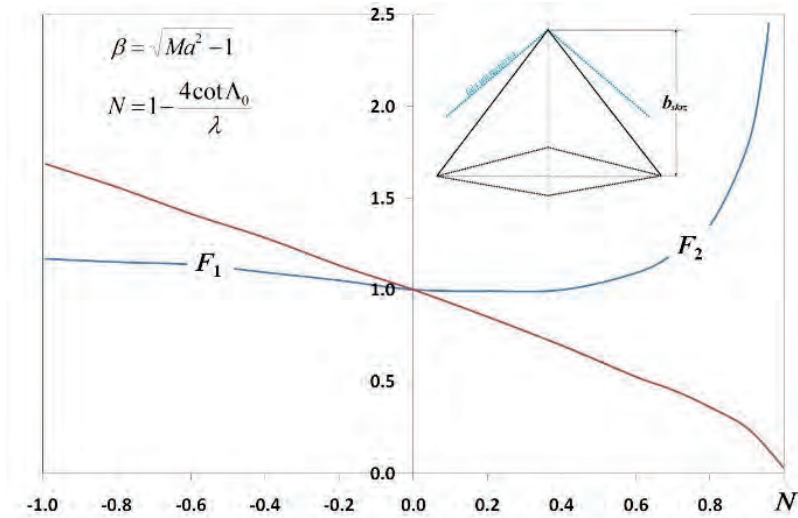
C. Zakres naddźwiękowy

W zakresie naddźwiękowym przy poddźwiękowej krawędzi natarcia (składowa prędkości prostopadła do krawędzi natarcia jest mniejsza od prędkości dźwięku) przy spełnieniu warunku $\sqrt{Ma^2 - 1} \cot \Lambda_0 < 1$ zastosowanie mają następujące zależności:

– dla zbieżności skrzydła $\eta = \infty$:

$$C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}} = \frac{\pi\lambda Ma^2}{2\beta^2} \left(3G \cdot F_3 - 2E \cdot F_2 - \frac{1}{Ma^2} EF_1 \right) \quad (4.172)$$

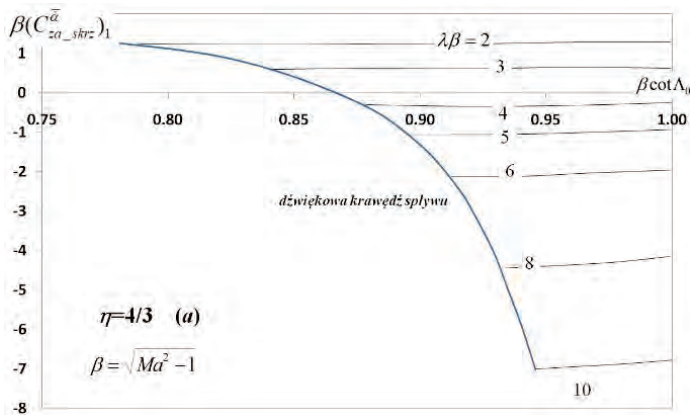
Współczynniki E , G pokazano na rys. 4.58, F_3 na rys. 4.59. Natomiast współczynniki F_1 i F_2 przedstawiono na rys. 4.63.

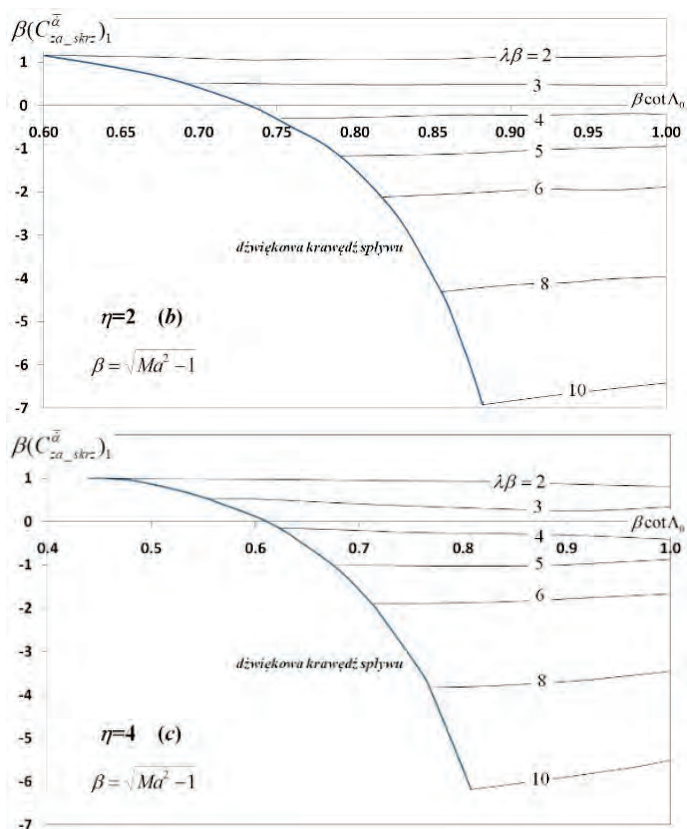
Rys. 4.63. Współczynniki F_1 i F_2

- dla zbieżności skrzydła $1 \leq \eta \leq 4$:

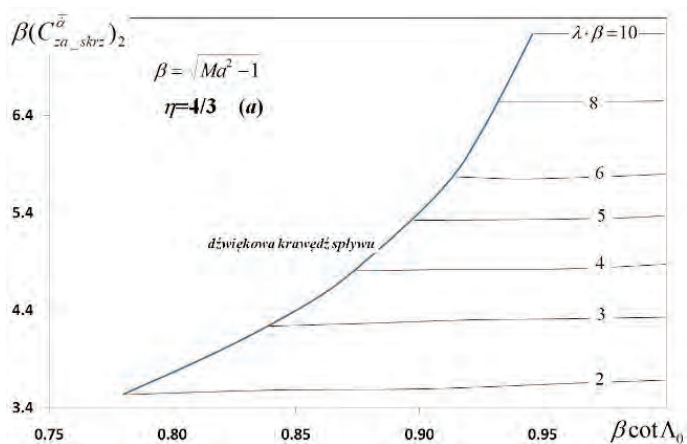
$$C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}} = \frac{Ma^2}{\beta^2} (C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}})_1 - \frac{1}{\beta^2} (C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}})_2 \quad (4.173)$$

Składniki $(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}})_1$ i $(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}})_2$ zależą od zbieżności skrzydła. Na rys. 4.64 i 4.65 pokazano je dla $\eta = 4/3, 2$ i 4 .

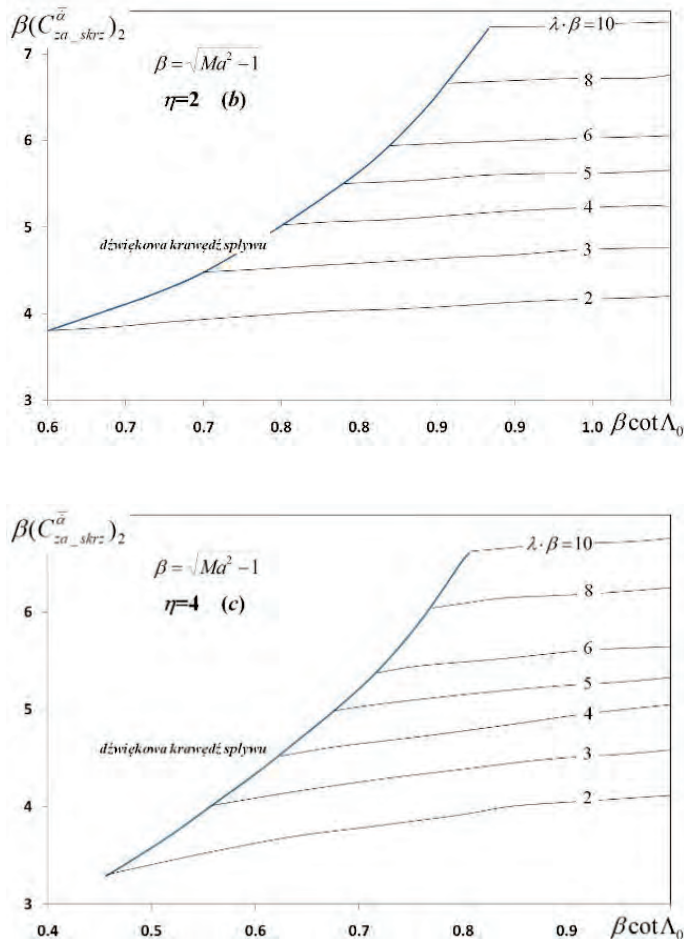
Rys. 4.64. Pochodna $(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}})_1$ – poddźwiękowa krawędź natarcia



Rys. 4.64. cd. Pochodna $(C_{\alpha_{za_skrz}})_1$ – poddźwiękowa krawędź natarcia

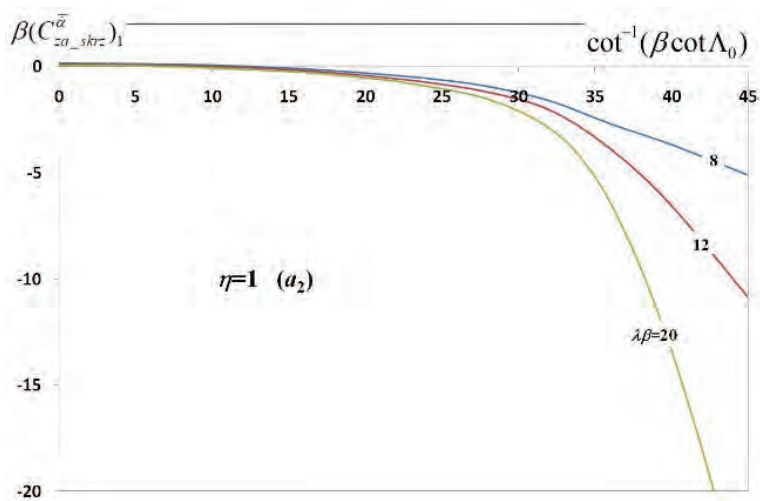
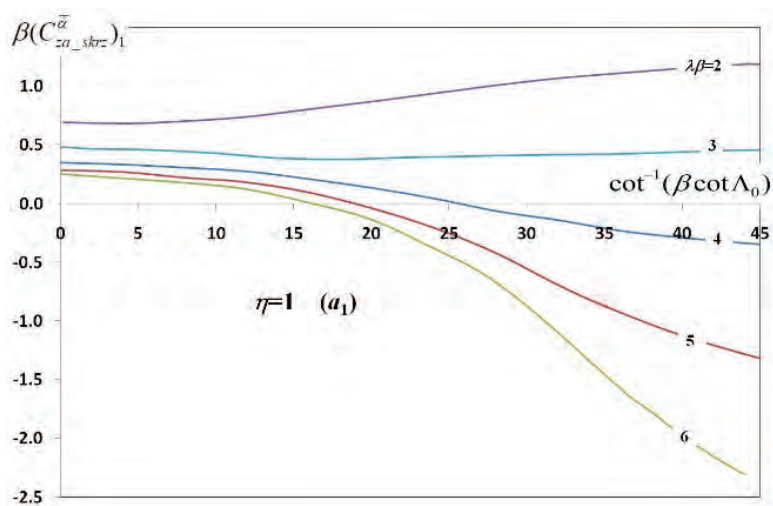


Rys. 4.65. Pochodna $(C_{\alpha_{za_skrz}})_2$ – poddźwiękowa krawędź natarcia

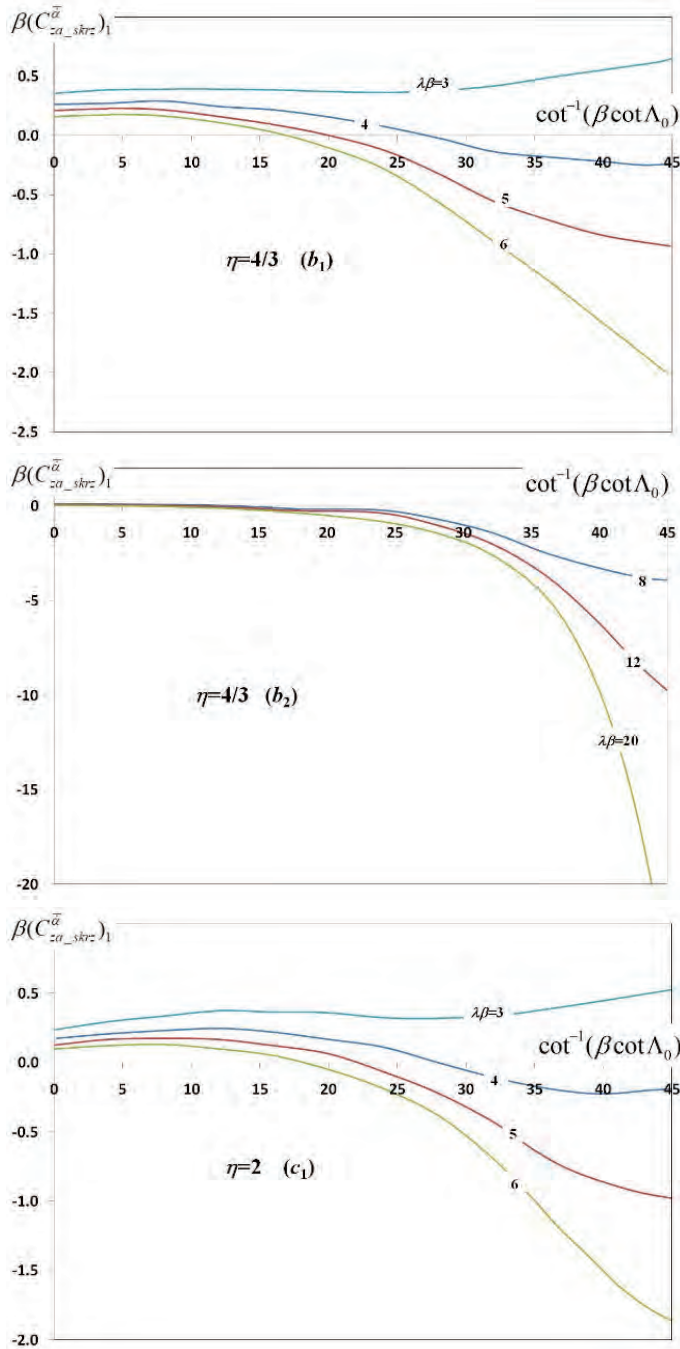


Rys. 4.65. cd. Pochodna $(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}})_2$ – poddźwiękowa krawędź natarcia

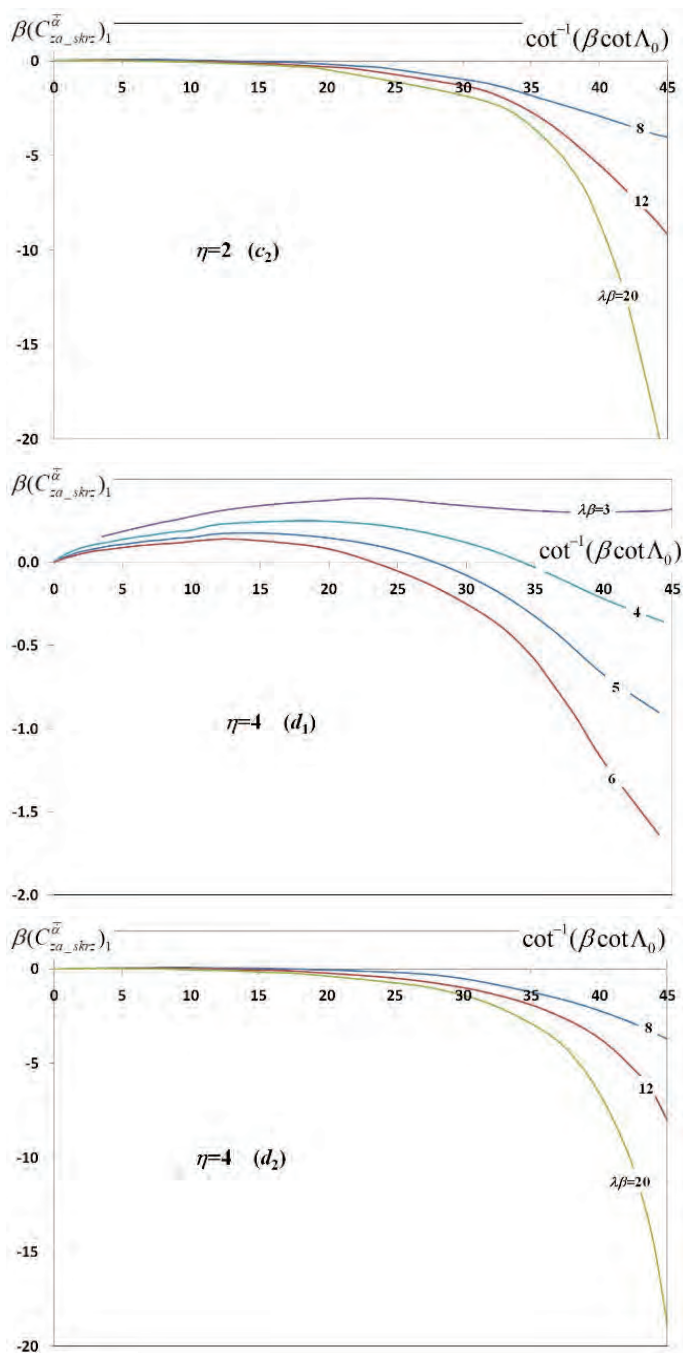
W zakresie naddźwiękowym **przy naddźwiękowej krawędzi natarcia** (składowa prędkości prostopadła do krawędzi natarcia jest większa od prędkości dźwięku) przy spełnieniu warunku ($\sqrt{Ma^2 - 1} \cot \Lambda_0 > 1$) zastosowanie ma wzór (4.173). W tym przypadku wykorzystuje się szereg wykresów otrzymanych w wyniku badań. Na rys. 4.66 i 4.67 pokazano przykładowe przebiegi dla skrzydła o różnej zbieżności. Są one poprawne, jeżeli fala uderzeniowa utworzona na wierzchołku skrzydła przecina krawędź spływu.



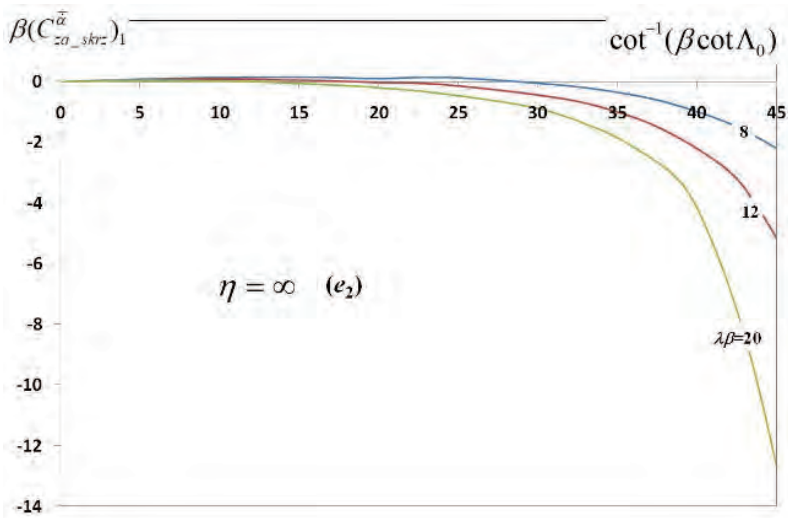
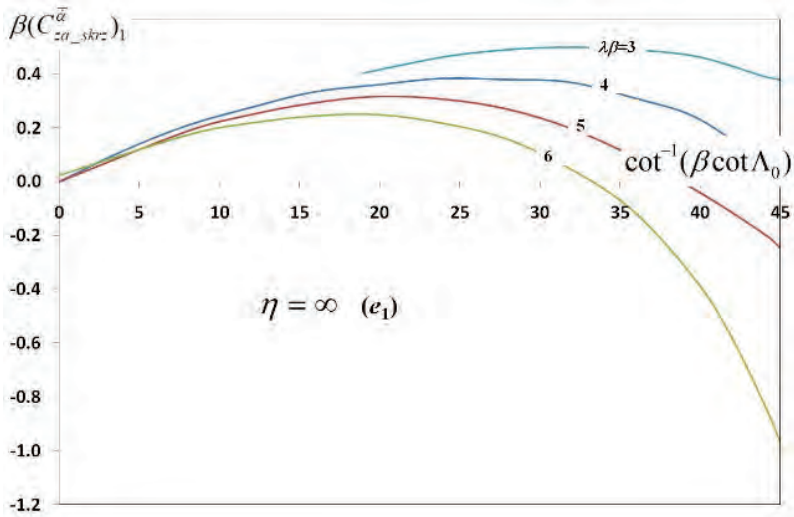
Rys. 4.66. Pochodna $(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}})_1$ – naddźwiękowa krawędź natarcia



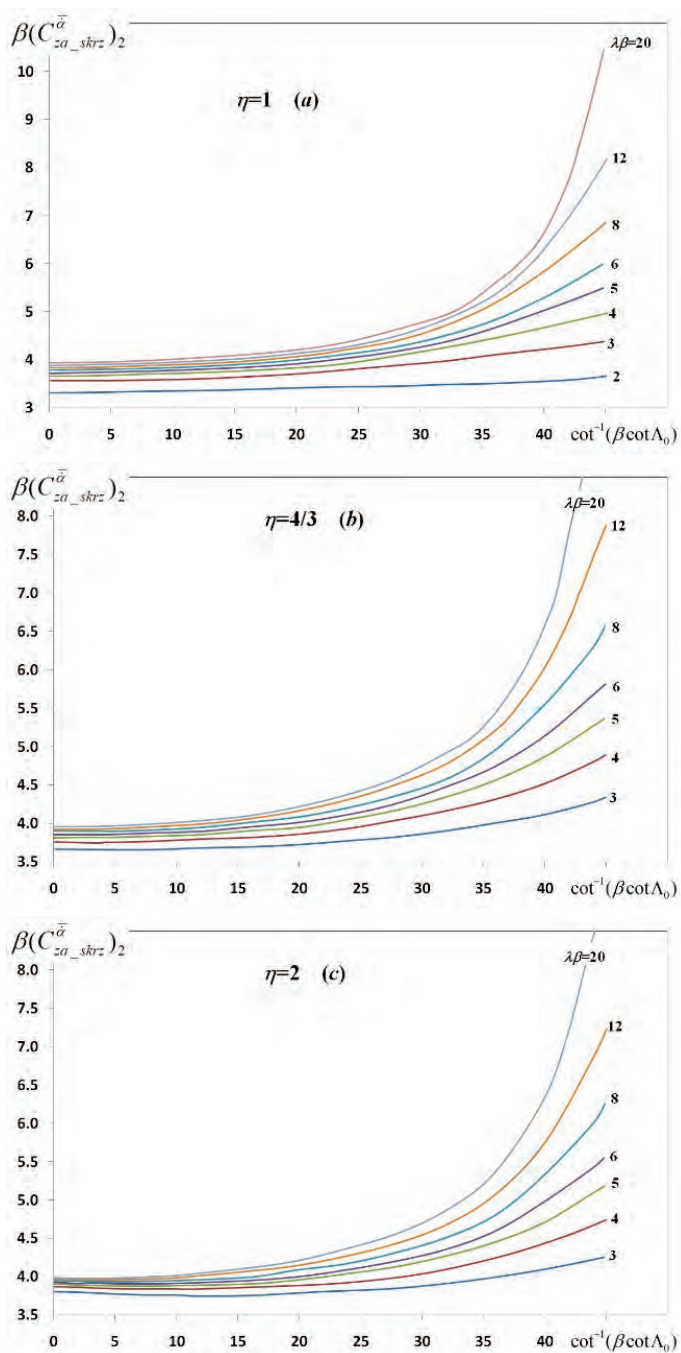
Rys. 4.66. cd. Pochodna $(C_{\alpha_skrz}^{\bar{\alpha}})_1$ – naddźwiękowa krawędź natarcia



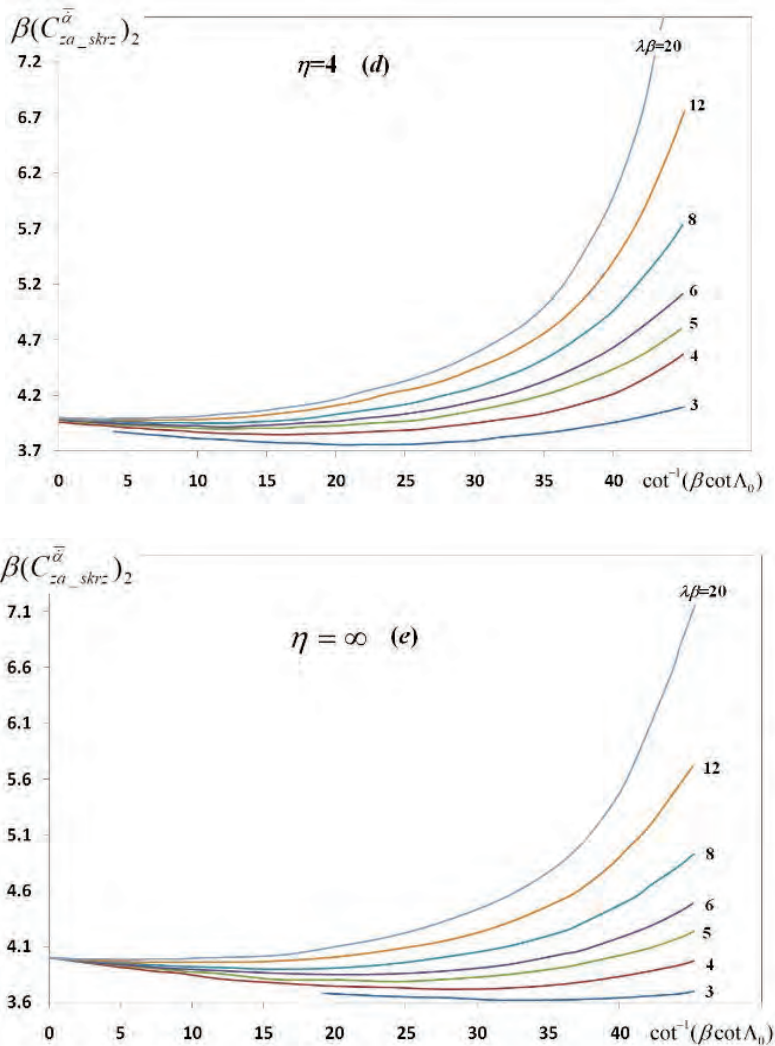
Rys. 4.66. cd. Pochodna $(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}})_1$ – naddźwiękowa krawędź natarcia



Rys. 4.66. cd. Pochodna $(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}})_1$ – naddźwiękowa krawędź natarcia



Rys. 4.67. Pochodna $(C_{\alpha_{za_skrz}})_{\bar{\alpha}}$ – naddźwiękowa krawędź natarcia



Rys. 4.67. cd. Pochodna $(C_{z\alpha_{skrz}}^{\bar{\alpha}})_2$ – naddźwiękowa krawędź natarcia

Przeliczenie pochodnej

Podobnie jak w przypadku prędkości kątowej pochylenia Q , również dla pochodnej względem $\dot{\alpha}$ obliczenia wykonuje się dla skrzydła „zewnątrznego”. Dla tego pochodne obliczone według wzorów (4.170) i (4.172) dają wartość względem „bezwymiarowej” prędkości kątowej $\bar{\alpha}_{zewn} = \frac{\dot{\alpha} b_{a-zewn}}{2V_s}$. Aby obliczyć poszukiwaną

pochodną względem prędkości $\bar{\alpha} = \frac{\dot{\alpha} b_a}{2V_s}$, należy zastosować przeliczenie analogiczne do (4.159):

$$C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}} = C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}} \frac{b_{a_zewn}}{b_a} \quad (4.174)$$

Przykład 4.26

Dla samolotu, którego dane zawiera przykład 1.1 obliczyć pochodną $C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}}$ dotyczącą skrzydła „zewnątrznego”.

Rozwiązanie:

Zakres poddźwiękowy

Dla zakresu poddźwiękowego obliczenia mają charakter poglądowy, ponieważ skrzydło samolotu nie jest trójkątne. Obliczenia zostaną pokazane dla $Ma = 0.6$.

W obliczeniach wykorzystano następujące dane:

– z przykładu 4.16 $C_{za_skrz_zewn}^{\alpha} = 3.4$

– z przykładu 8.2 $\frac{X_{F_{skrz_zewn*}}}{b_{0_zewn}} = 0.48$

- oblicza się: $\beta = \sqrt{1 - Ma^2} = \sqrt{1 - 0.6^2} = 0.8$, $\beta\lambda = 0.8 \cdot 2.78 = 2.224 < 4$. Oznacza to, że można wykorzystać wzór (4.171):

$$\begin{aligned} C_{Lg} &= \frac{\pi\lambda^2}{200\beta} [0.0422(\beta\lambda)^4 - 0.535(\beta\lambda)^3 + 2.54(\beta\lambda)^2 - 4.9\beta\lambda - 1.08] = \\ &= \frac{\pi \cdot 2.78^2}{200 \cdot 0.8} [0.0422(2.224)^4 - 0.535(2.224)^3 + \\ &\quad + 2.54(2.224)^2 - 4.9 \cdot 2.224 - 1.08] = -0.647 \end{aligned} \quad (P4.26.1)$$

- ze wzoru (4.170) oblicza się: $C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}}$

$$\begin{aligned}
 C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}} &= 3 \left(\frac{1}{2} \frac{x_{F_{skrz^*}}}{b_{0_zewn}} C_{za_skrz_zewn}^{\alpha} + C_{Lg} \right) = \\
 &= 3 \left(\frac{1}{2} 0.48 \cdot 3.4 - 0.647 \right) = 0.5
 \end{aligned} \tag{P4.26.2}$$

- ze wzoru (4.174) oblicza się: $C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}}$

$$C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}} = C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}} \frac{b_{a_zewn}}{b_a} = 0.5 \frac{3.04}{3.44} = 0.442 \tag{P4.26.3}$$

Zakres naddźwiękowy

Obliczenia zostaną pokazane dla $Ma = 1.6$.

Oblicza się:

$$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1} = \sqrt{1.6^2 - 1} = 1.249 \tag{P4.26.4}$$

$$\sqrt{Ma^2 - 1} \cot \Lambda_0 = \sqrt{1.6^2 - 1} \cot 40^\circ = 1.488 > 1 \tag{P4.26.5}$$

Wynika stąd, że obliczenia dotyczyć powinny naddźwiękowej krawędzi natarcia. Stosuje się wzór (4.173) oraz rys. 4.66 i 4.67. Oblicza się:

$$\cot^{-1}(\beta \cot \Lambda_0) = \cot^{-1}(1.249 \cdot \cot 40^\circ) = 0.591 \text{ rad} \quad (33.894^\circ) \tag{P4.26.6}$$

$$\lambda\beta = \lambda\sqrt{Ma^2 - 1} = 2.78\sqrt{1.6^2 - 1} = 3.47 \tag{P4.26.7}$$

- Pochodna $(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1$

– dla $\eta = 2$

Z rys. 4.66c odczytuje się dla 33.894° :

– dla $\lambda\beta = 3$ $\beta(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1 = 0.336$

– dla $\lambda\beta = 4$ $\beta(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1 = -0.143$

Interpolacja dla $\lambda\beta = 3.47$:

$$\beta(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1 = 0.363 + \frac{(-0.143) - 0.363}{4 - 3}(3.47 - 3) = 0.1102 \quad (P4.26.8)$$

Obliczenie pochodnej $(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1$:

$$(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1 = \frac{\beta(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1}{\beta} = \frac{0.1102}{1.249} = 8.826 \cdot 10^{-2} \quad (P4.26.9)$$

– dla $\eta = 4$

Z rysunku 4.66d odczytuje się dla 33.894° :

– dla $\lambda\beta = 3$ $\beta(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1 = 0.316$

– dla $\lambda\beta = 4$ $\beta(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1 = 4.66 \cdot 10^{-3}$

Interpolacja dla $\lambda\beta = 3.47$:

$$\beta(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1 = 0.316 + \frac{4.66 \cdot 10^{-3} - 0.316}{4 - 3}(3.47 - 3) = 0.169 \quad (P4.26.10)$$

Obliczenie pochodnej $(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1$:

$$(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1 = \frac{\beta(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1}{\beta} = \frac{0.169}{1.249} = 0.135 \quad (P4.26.11)$$

Interpolacja dla $\eta = 3.63$

$$(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1 = 8.826 \cdot 10^{-2} + \frac{0.135 - 8.826 \cdot 10^{-2}}{4 - 2}(3.63 - 2) = 0.127 \quad (P4.26.12)$$

• Pochodna $(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2$

– dla $\eta = 2$

Z rysunku 4.67c odczytuje się dla 33.894° :

– dla $\lambda\beta = 3$ $\beta(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2 = 3.949$

– dla $\lambda\beta = 4$ $\beta(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2 = 4.164$

Interpolacja dla $\lambda\beta = 3.47$:

$$\beta(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2 = 3.949 + \frac{4.164 - 3.949}{4 - 3}(3.47 - 3) = 4.05 \quad (P4.26.13)$$

Obliczenie pochodnej $(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2$:

$$(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2 = \frac{\beta(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2}{\beta} = \frac{4.05}{1.249} = 3.243 \quad (P4.26.14)$$

– dla $\eta = 4$

Z rys. 4.67d odczytuje się dla 33.894° :

– dla $\lambda\beta = 3$ $\beta(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2 = 3.846$

– dla $\lambda\beta = 4$ $\beta(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2 = 3.919$

Interpolacja dla $\lambda\beta = 3.47$:

$$\beta(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2 = 3.846 + \frac{3.919 - 3.846}{4 - 3}(3.47 - 3) = 3.88 \quad (P4.26.15)$$

Obliczenie pochodnej $(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2$:

$$(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2 = \frac{\beta(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2}{\beta} = \frac{3.88}{1.249} = 3.107 \quad (P4.26.16)$$

Interpolacja dla $\eta = 3.63$

$$(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2 = 3.243 + \frac{3.107 - 3.243}{4 - 2}(3.63 - 2) = 3.132 \quad (P4.26.17)$$

Obliczenie pochodnej $C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}}$ ze wzoru (4.173)

$$\begin{aligned} C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}} &= \frac{Ma^2}{\beta^2} (C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1 - \frac{1}{\beta^2} (C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2 = \\ &= \frac{1.6^2}{1.249^2} 0.127 - \frac{1}{1.249^2} 3.132 = -1.8 \end{aligned} \quad (P4.26.18)$$

Ze wzoru (4.174) oblicza się: $C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}}$

$$C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}} = C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}} \frac{b_{a_zewn}}{b_a} = -1.8 \frac{3.04}{3.44} = -1.59 \quad (P4.26.19)$$

W tabeli poniżej zebrano wyniki dotyczące różnych liczb Macha w zakresie naddźwiękowym.

Ma	1.4	1.6	1.8	2
$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1}$	0.98	1.249	1.497	1.732
$\cot^{-1}(\beta \cot \Lambda_0)$	40.58°	33.89°	29.28°	25.85°
$\lambda \beta$	2.939	3.747	4.49	5.196
$(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1$	0.342	0.127	0.036	0.012
$(C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2$	4.08	3.132	2.667	2.304
$C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}}$	-3.55	-1.8	-1.138	-0.752
$C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}}$	-3.14	-1.59	-1.0	-0.664

4.5.2.2. Udział kadłuba – pochodna $C_{za_kad}^{\bar{\alpha}}$

Dla kadłuba oblicza się pochodną $C_{za_kad}^{\bar{\alpha}_{kad}}$ odniesioną do bezwymiarowej prędkości kątowej $\bar{\alpha}_{kad} = \frac{\dot{\alpha} l_{kad}}{2V_s}$.

A, B. Zakres poddźwiękowy i transoniczny

W zakresie poddźwiękowym pochodną siły nośnej kadłuba $C_{za_kad}^{\bar{\alpha}_{kad}}$ oblicza się ze wzoru:

$$C_{za_kad}^{\bar{\alpha}_{kad}} = 2C_{za_kad}^{\alpha} \left(\frac{V_{kad}}{S_{kad_poprz} l_{kad}} \right) \quad (4.175)$$

gdzie: V_{kad} – objętość kadłuba, S_{kad_poprz} – pole przekroju kadłuba.

$C_{za_kad}^{\alpha}$ oblicza się ze wzoru (4.62) dla zakresu poddźwiękowego.

Wzór (4.175) ma też zastosowanie dla zakresu transonicznego z uwzględnieniem wartości pochodnej $C_{za_kad}^{\alpha}$.

C. Zakres naddźwiękowy

Przyjmując założenie, że kadłub jest ciałem smukłym, uzyskuje się następujący wzór:

$$C_{z_kad}^{\bar{\alpha}_{kad}} = 2 \cdot C_{z_kad}^{\alpha} \left(\frac{V_{kad}}{S_{kad_poprz} l_{kad}} \right) \quad (4.176)$$

Pochodną siły normalnej $C_{z_kad}^{\alpha}$ oblicza się ze wzoru (4.79) dla zakresu naddźwiękowego.

Przeliczenie pochodnej

Aby obliczyć pochodną względem prędkości $\bar{\alpha} = \frac{\dot{\alpha} b_a}{2V_s}$, należy zastosować przeliczenia analogiczne do (4.164) i (4.165):

- dla zakresu poddźwiękowego i transonicznego:

$$C_{za_kad}^{\bar{\alpha}} = C_{za_kad}^{\bar{\alpha}_{kad}} \frac{l_{kad}}{b_a} \quad (4.177)$$

- dla zakresu naddźwiękowego:

$$C_{z_kad}^{\bar{\alpha}} = C_{z_kad}^{\bar{\alpha}_{kad}} \frac{l_{kad}}{b_a} \quad (4.178)$$

Przykład 4.27

Dla samolotu, którego dane zawiera przykład 1.1, oblicz pochodną $C_{za_kad}^{\bar{\alpha}}$ dotyczącą kadłuba.

Rozwiązanie:

Zakres poddźwiękowy

W przykładzie 4.12 obliczono $C_{za_kad}^\alpha = 1.876$. Podstawiając do (4.175) i (4.177) dla liczby Macha $Ma = 0.6$, otrzymujemy:

$$C_{za_kad}^{\bar{\alpha}_{kad}} = 2 \cdot C_{za_kad}^\alpha \left(\frac{V_{kad}}{S_{kad_poprz} l_{kad}} \right) = 2 \cdot 1.8767 \left(\frac{18.49}{1.77 \cdot 14.1} \right) = 2.78 \quad (P4.27.1)$$

$$C_{za_kad}^{\bar{\alpha}} = C_{za_kad}^{\bar{\alpha}_{kad}} \frac{l_{kad}}{b_a} = 2.79 \frac{14.1}{3.44} = 11.394 \quad (P4.27.2)$$

Zakres naddźwiękowy

W przykładzie 4.13 obliczono pochodną siły normalnej $C_{z_kad}^\alpha$ dla liczb Macha z zakresu naddźwiękowego. W tabeli poniżej zebrano obliczone w oparciu o wzór (4.176) wartości pochodnej $C_{z_kad}^{\dot{\alpha}}$.

	<i>Ma</i>			
	1.4	1.6	1.8	2.0
$C_{z_kad}^\alpha$	2.472	2.501	2.574	2.642
$C_{za_kad}^{\bar{\alpha}_{kad}}$	3.663	3.706	3.814	3.915
$C_{z_kad}^{\dot{\alpha}}$	15.014	15.19	15.633	16.046

4.5.2.3. Udział usterzenia poziomego

A, B, C. Zakres poddźwiękowy, transoniczny i naddźwiękowy

W obliczeniach dotyczących aerodynamiki i dynamiki samolotu należy uwzględnić, że jeżeli zmianie ulega kąt natarcia samolotu, to zmienia się też kąt skosu strumienia ε_H . Pokazano to na rys. 4.68. Jeżeli kąt natarcia wzrósł w czasie Δt od wartości α_{pocz} do wartości α_{konc} , to wzrósł też kąt skosu od ε_{H_pocz} do ε_{H_konc} . Należy pamiętać, że wartość ε_{H_konc} nie jest osiągana natychmiast. Kąt ten ulega zmianie dopiero, gdy strumień powietrza po odchyleniu przez skrzydło dotrze do usterzenia. Wcześniej na usterzeniu generowana jest siła odpowiadająca kątowi natarcia α_{pocz} . Czas potrzebny do przemieszczenia się strumienia ze skrzydła w rejon usterzenia jest równy:

$$\Delta t = \frac{L_H^*}{V_H} \quad (4.179)$$

gdzie L_H^* jest odległością pomiędzy ogniskiem skrzydła i ogniskiem usterzenia.

Zmianę kąta natarcia samolotu w tym czasie można przedstawić następująco:

$$\Delta \alpha = \alpha_{konc} - \alpha_{pocz} = \dot{\alpha} \cdot \Delta t = \dot{\alpha} \frac{L_H^*}{V_H} = \dot{\alpha} \frac{L_H^*}{V_s \sqrt{k_H}} \quad (4.180)$$

Wykorzystano tu relację (4.95) pomiędzy prędkością lotu i prędkością powietrza w rejonie usterzenia.

Natomiast zmiany kąta skosu strumienia i zarazem kąta natarcia usterzenia będą równe:

$$\Delta \alpha_H = -\Delta \varepsilon_H = -\varepsilon_H^\alpha \Delta \alpha = -\varepsilon_H^\alpha \frac{L_H^*}{V_s \sqrt{k_H}} \dot{\alpha} \quad (4.181)$$

Utrzymując się przez czas Δt zmianę współczynnika siły nośnej usterzenia można obliczyć ze wzoru:

$$\Delta C_{za_H} = -C_{za_H}^{\alpha_H} \Delta \alpha_H = C_{za_H}^{\alpha_H} \varepsilon_H^\alpha \frac{L_H^*}{V_s \sqrt{k_H}} \dot{\alpha} \quad (4.182)$$

Zatem pochodna $C_{za_H}^{\dot{\alpha}}$ będzie równa:

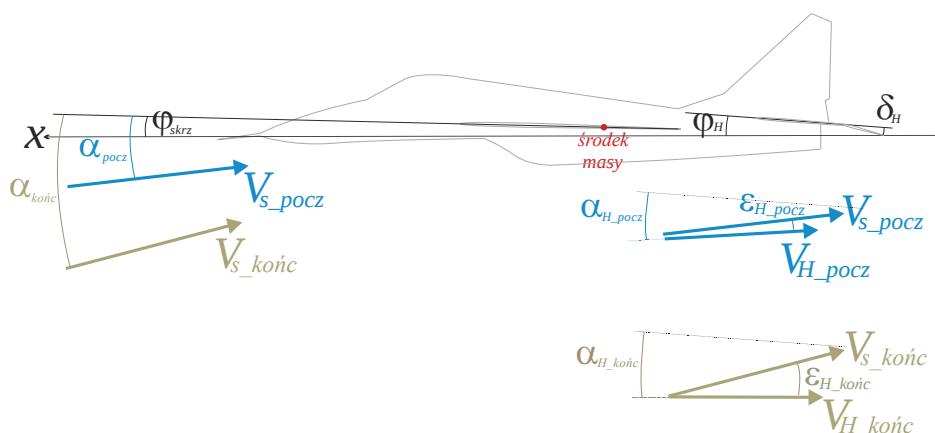
$$C_{za_H}^{\dot{\alpha}} = C_{za_H}^{\alpha_H} \varepsilon_H^\alpha \frac{L_H^*}{V_s \sqrt{k_H}} \quad (4.183)$$

Natomiast pochodna „bezwymiarowa”:

$$C_{za_H}^{\bar{\alpha}} = C_{za_H}^{\dot{\alpha}} \frac{2V_s}{b_a} = 2C_{za_H}^{\alpha_H} \varepsilon_H^\alpha \frac{L_H^*}{b_a \sqrt{k_H}} \quad (4.184)$$

Przyjmuje się, że zależność ta jest poprawna w całym zakresie prędkości.

Pochodną siły nośnej usterzenia $C_{za_H}^{\alpha_H}$ należy określać dla usterzenia „zewnątrznego” w zależności od zakresu prędkości metodami opisanymi w podrozdz. 4.1.2 – wzory (4.17), (4.24), (4.29).



Rys. 4.68. Schemat do obliczeń wpływu prędkości kątowej $\dot{\alpha}$ na opływ usterzenia poziomego

Przykład 4.28

Dla samolotu, którego dane zawiera przykład 1.1, oblicz pochodną $C_{za_H}^{\dot{\alpha}}$ dotyczącą „zewnętrznego” usterzenia poziomego.

Rozwiązanie:

Przykładowe obliczenia dla $Ma = 0.6$ i kąta natarcia $\alpha = 0^\circ$:

- z przykładu 1.1 $L_H^* = 3.72$ m
- z przykładu 4.14 $\epsilon_H^\alpha = 0.915$
- z przykładu 4.15 $k_H = 0.774$
- z przykładu 4.16 $C_{za_H_zewn}^{\alpha_H} = 2.88$

Ze wzoru (4.184):

$$C_{za_H}^{\dot{\alpha}} = 2C_{za_H_zewn}^{\alpha_H} \epsilon_H^\alpha \frac{L_H^*}{b_a \sqrt{k_H}} = 2 \cdot 2.88 \cdot 0.915 \frac{3.72}{3.44 \sqrt{0.774}} = 6.484 \quad (P4.28.1)$$

Wyniki obliczeń w całym zakresie liczb Macha zawiera tabela P4.28.1.

Ma	0.2		0.6		1		1.07		1.14	
$C_{za_H_zewn}^{\alpha_H}$	2.738		2.881		3.278		3.114		3.035	
ε_H^α	0.846		0.915		1.12		1.064		1.037	
α [deg]	k_H	$C_{za_H}^{\bar{\alpha}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{\alpha}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{\alpha}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{\alpha}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{\alpha}}$
0	0.77	5.709	0.774	6.480	0.785	8.962	0.782	8.103	0.78	7.707
2	0.749	5.789	0.751	6.579	0.763	9.090	0.759	8.225	0.757	7.824
4	0.761	5.743	0.754	6.566	0.751	9.163	0.749	8.280	0.749	7.865
6	0.803	5.591	0.783	6.443	0.75	9.169	0.754	8.253	0.757	7.824
8	0.864	5.390	0.831	6.254	0.759	9.114	0.773	8.151	0.782	7.697
10	0.928	5.200	0.889	6.047	0.78	8.991	0.805	7.987	0.818	7.526
12	0.978	5.066	0.943	5.871	0.808	8.834	0.844	7.800	0.862	7.332
14	1	5.010	0.983	5.750	0.843	8.648	0.887	7.609	0.908	7.143
16	1	5.010	1	5.701	0.88	8.464	0.929	7.435	0.949	6.987

Ma	1,4		1,6		1,8		2	
$C_{za_H_zewn}^{\alpha_H}$	2,929		2,6		2,336		2,124	
ε_H^α	0,535		0,465		0,415		0,376	
α [deg]	k_H	$C_{za_H}^{\bar{\alpha}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{\alpha}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{\alpha}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{\alpha}}$
0	0.615	4.322	0.627	3.302	0.634	2.633	0.639	2.161
2	0.603	4.364	0.618	3.326	0.629	2.644	0.638	2.162
4	0.615	4.322	0.643	3.261	0.664	2.573	0.682	2.092
6	0.65	4.204	0.697	3.132	0.732	2.451	0.761	1.980
8	0.704	4.039	0.77	2.980	0.818	2.318	0.855	1.868
10	0.77	3.862	0.851	2.834	0.903	2.206	0.938	1.783
12	0.841	3.696	0.924	2.720	0.968	2.131	0.99	1.736
14	0.906	3.561	0.977	2.645	0.999	2.098	1	1.727
16	0.958	3.463	1	2.615	1	2.097	1	1.727

Przykład 4.29

Wykorzystując wyniki obliczeń z przykładów 4.15, 4.16, 4.17, 4.18, 4.26, 4.27 i 4.28, oblicz pochodną $C_{za}^{\dot{\alpha}}$ dla całego samolotu

Rozwiązanie:

Przykładowe obliczenia dla $Ma = 0.6$ i kąta natarcia $\alpha = 0^\circ$.

- z przykładu 4.16 $K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz} = 1.355$
- z przykładu 4.25 $C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}} = 0.442$
- z przykładu 4.26 $C_{za_kad}^{\bar{\alpha}} = 11.394$
- z przykładu 4.16 $(K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H-zewn}}{S_H} = 0.896$
- z przykładu 4.15 $k_H = 0.774$
- z przykładu 4.28 $C_{za_H}^{\bar{\alpha}} = 6.484$

Korzysta się ze wzoru (4.152):

$$\begin{aligned}
 C_{za}^{\bar{\alpha}} &= (K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz}) \frac{S_{skrz-zewn}}{S} C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}} + \\
 &+ \frac{S_{kad-poprz}}{S} C_{za_kad}^{\bar{\alpha}} + (K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H-zewn}}{S} k_H C_{za_H}^{\bar{\alpha}} = \quad (P4.29.1) \\
 &= 1.355 \frac{21}{28} 0.442 + \frac{1.77}{28} 11.394 + 0.896 \frac{12.25}{28} \cdot 0.774 \cdot 6.484 = 3.136
 \end{aligned}$$

Wykorzystano tu przekształcenie:

$$\begin{aligned}
 (K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H-zewn}}{S} &= (K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H-zewn}}{S_H} \frac{S_H}{S} = \\
 &= f_{S^*_H/kad} \frac{S_H}{S} \quad (P4.29.2)
 \end{aligned}$$

Wyniki obliczeń w całym zakresie liczb Macha zawiera tabela P4.29.1.

Ma	0.2			0.6			1.4		
$K_{skrz / kad} + K_{kad / skrz}$	1.355			1.355			1.359		
$C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}}$	0.683			0.442			-3.138		
$C_{za_kad}^{\bar{\alpha}}$	0.28794			11.394			15.014		
$(K_{H / kad} + K_{kad / H}) \frac{S_{H_zewn}}{S_H}$	0.896			0.896			0.99		
α [deg]	k_H	$C_{za_H}^{\bar{\alpha}}$	$C_{za}^{\bar{\alpha}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{\alpha}}$	$C_{za}^{\bar{\alpha}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{\alpha}}$	$C_{za}^{\bar{\alpha}}$
0	0.77	5.709	2.4356	0.774	6.480	3.1357	0.615	4.322	-1.0981
2	0.749	5.789	2.4119	0.751	6.579	3.1062	0.603	4.364	-1.1094
4	0.761	5.743	2.4255	0.754	6.566	3.1101	0.615	4.322	-1.0981
6	0.803	5.591	2.4721	0.783	6.443	3.1471	0.65	4.204	-1.0658
8	0.864	5.390	2.5377	0.831	6.254	3.2068	0.704	4.039	-1.0177
10	0.928	5.200	2.6041	0.889	6.047	3.2767	0.77	3.862	-0.9612
12	0.978	5.066	2.6544	0.943	5.871	3.3398	0.841	3.696	-0.9031
14	1	5.010	2.6761	0.983	5.750	3.3853	0.906	3.561	-0.8521
16	1	5.010	2.6761	1	5.701	3.4044	0.958	3.463	-0.8125

Ma	1.6			1.8			2		
$K_{skrz / kad} + K_{kad / skrz}$	1.334			1.325			1.319		
$C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}}$	-1.59			-1.006			-0.664		
$C_{za_kad}^{\bar{\alpha}}$	15.19			15.633			16.046		
$(K_{H / kad} + K_{kad / H}) \frac{S_{H_zewn}}{S_H}$	0.963			0.943			0.94		
α [deg]	k_H	$C_{za_H}^{\bar{\alpha}}$	$C_{za}^{\bar{\alpha}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{\alpha}}$	$C_{za}^{\bar{\alpha}}$	k_H	$C_{za_H}^{\bar{\alpha}}$	$C_{za}^{\bar{\alpha}}$
0	0.627	3.302	0.2418	0.634	2.633	0.6773	0.639	2.1608	0.9253
2	0.618	3.326	0.2355	0.629	2.644	0.6746	0.638	2.1625	0.9249
4	0.643	3.261	0.2528	0.664	2.573	0.6934	0.682	2.0915	0.9441
6	0.697	3.132	0.2892	0.732	2.451	0.7286	0.761	1.9800	0.9771
8	0.77	2.980	0.3361	0.818	2.318	0.7709	0.855	1.8680	1.0143
10	0.851	2.834	0.3857	0.903	2.206	0.8105	0.938	1.7834	1.0454
12	0.924	2.720	0.4284	0.968	2.131	0.8396	0.99	1.7360	1.0642
14	0.977	2.645	0.4583	0.999	2.098	0.8531	1	1.7273	1.0678
16	1	2.615	0.4711	1	2.097	0.8535	1	1.7273	1.0678

SIŁA OPORU AERODYNAMICZNEGO

Określona wzorem (3.1) siła oporu aerodynamicznego skierowana jest przeciwnie do wektora prędkości samolotu względem powietrza. Występujący we wzorze (3.2) współczynnik C_{xa} jest równy:

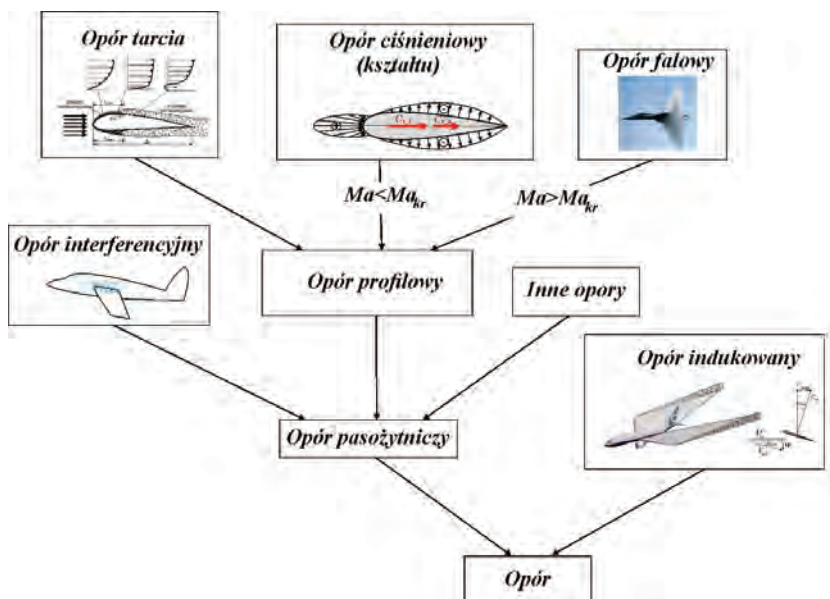
$$C_{xa} = C_{xa0} + C_{xa-\alpha} \quad \text{lub} \quad C_{xa} = C_{xa0} + C_{xa-C_{za}} \quad (5.1)$$

Pierwszy składnik po prawej stronie jest oporem przy zerowej sile nośnej i stanowi tzw. opór pasywny, na który składają się opór profilowy, opór będący wynikiem interferencji aerodynamicznej oraz inne opory. Opór profilowy jest sumą oporów tarcia oraz oporów związanych z rozkładem ciśnienia na płatowcu, przy czym efekt związany z wychyleniem organów sterowania oraz występowaniem prędkości kątowych samolotu może być pominięty. W zakresie naddźwiękowym opór ciśnieniowy określany jest jako opór falowy.

Drugi składnik we wzorze (5.1) jest oporem powstającym przy niezerowym kącie natarcia (niezerowej sile nośnej). Obejmuje on opór indukowany przez wiry spływające ze skrzydła samolotu oraz dodatkowy opór tarcia powstający przy niezerowej sile nośnej. Najczęściej $C_{xa-C_{za}}$ utożsamia się z oporem indukowanym

C_{xa_ind} .

Na rys. 5.1 pokazano schemat dotyczący poszczególnych składowych oporu. Poniżej przedstawione zostaną metody oceny wartości obu składników występujących w (5.1).



Rys. 5.1. Składowe oporu aerodynamicznego samolotu

5.1. Opór profilowy (pasożytniczy)

Rysunek 5.2 ilustruje przykładowy przebieg współczynnika C_{xa0} samolotu naddźwiękowego w zależności od liczby Macha. C_{xa0} uwzględnia opór tarcia (C_{x_t}) i opór ciśnieniowy (C_{x_p}) wynikający z kształtu samolotu, a w zakresie transonicznym i naddźwiękowym opór falowy (C_{x_p}). Można zatem przyjąć, że:

$$C_{xa0} = C_{x_t} + \begin{cases} C_{x_p} \\ C_{x_{fal}} \end{cases} \quad (5.2)$$

przy czym:

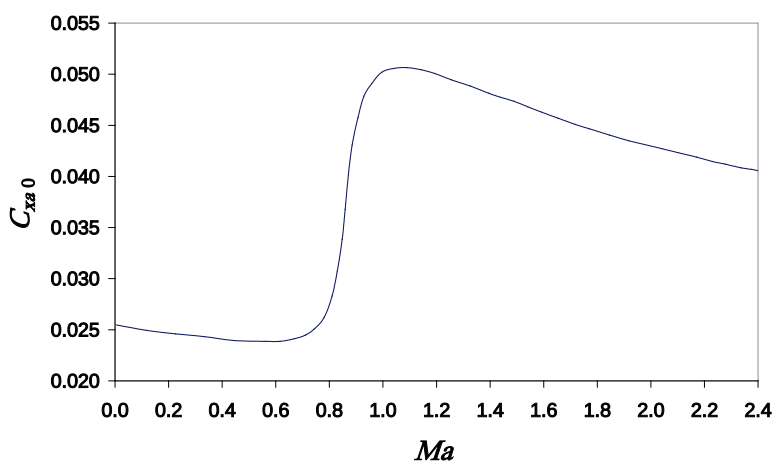
C_{x_p} – dotyczy zakresu poddźwiękowego;

$C_{x_{fal}}$ – dotyczy zakresów transonicznego i naddźwiękowego.

Dla prawidłowo zaprojektowanego samolotu współczynnik oporu ciśnieniowego C_{x_p} jest wielokrotnie mniejszy od współczynnika oporu tarcia C_{x_t} .

Jak wspomniano w rozdz. 2, wielkość oporu tarcia wynika z charakteru przepływu w warstwie przyściennej powstającej wokół skrzydła. Warstwa laminarna generuje mniejszy opór niż turbulentna. O tym, jaka warstwa występuje, decyduje liczba Reynoldsa oraz rozkład ciśnień wokół skrzydła. Może to być warstwa czysto

laminarna, czysto turbulentna lub mieszana – w pobliżu krawędzi natarcia laminarna, a dalej turbulentna. Pokazano to na rys. 2.10. Praktycznie można przyjąć, że dla skrzydła prostego przejście od przepływu laminarnego do turbulentnego występuje przy liczbie Reynoldsa ok. $1 \cdot 10^6$. Na tej podstawie znaleźć można punkt przejścia warstwy laminarnej w turbulentną. Zwykle leży on w pobliżu krawędzi natarcia skrzydła. Dla skrzydła skośnego liczba Reynoldsa odpowiadająca przejściu warstwy laminarnej w turbulentną jest jeszcze mniejsza niż dla skrzydła prostego. Dlatego określając współczynnik C_{xa0} , przyjmuje się, że dotyczy on turbulentnej warstwy przyściennej.



Rys. 5.2. Współczynnik siły oporu samolotu przy zerowej sile nośnej C_{xa0}

Opór profilowy można obliczać, stosując szereg teoretyczno-eksperymentalnych zależności, wykresów i tabel dotyczących głównych komponentów samolotu: skrzydła, kadłuba, usterzenia, gondoli silnikowych i podwozia.

5.1.1. Współczynnik C_{xa0} skrzydła oraz usterzenia poziomego i pionowego

Opisana poniżej metoda obliczania współczynnika siły oporu C_{xa0} ma zastosowanie dla skrzydła, usterzenia poziomego i usterzenia pionowego. W obliczeniach należy wykorzystać dane dotyczące tych elementów.

A. Zakres poddźwiękowy

Dla małych prędkości poddźwiękowych współczynnik C_{xa0} można oszacować, stosując wzór (2.34), odnosząc go do profilu odpowiadającego średniej cięciwie aerodynamicznej skrzydła, która określona jest wzorem (1.17). Do bardziej

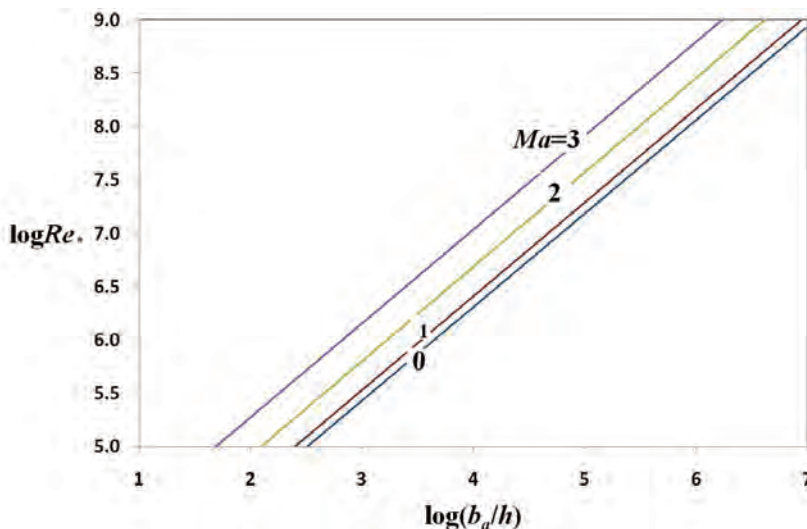
dokładnych obliczeń zastosowanie ma doświadczalny wzór uwzględniający grubość względną profilu skrzydła $\bar{c}$:

$$C_{x\alpha 0_skrz} = C_f \left(1 + \xi_{c_{max}} \bar{c} + 100\bar{c}^4 \right) R_{L.S.} \frac{S_{skrz_zmocz}}{S} \quad (5.3)$$

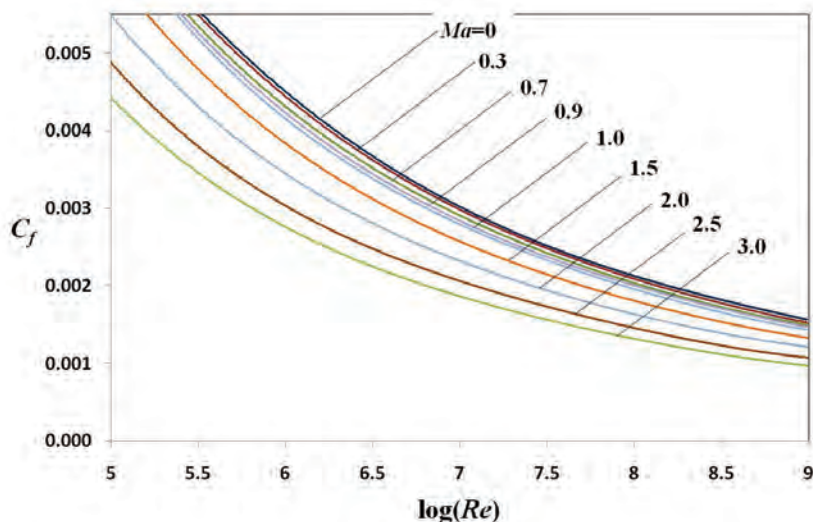
S_{skrz_zmocz} jest powierzchnią „zmoczoną” skrzydła, która ma kontakt z opływającym powietrzem. Można w przybliżeniu przyjąć, że $S_{skrz_zmocz} \approx 2S$.

C_f jest współczynnikiem tarcia płaskiej płytki. Dotyczy go rys. 2.11 odnoszący się do małej liczby Macha. Ponieważ liczba Macha ma wpływ na współczynnik C_f , to uzupełnieniem rys. 2.11 jest rys. 5.4 dotyczący różnych liczb Macha. Aby określić wartość C_f , należy:

- znając: szorstkość powierzchni skrzydła zdefiniowaną jako średnia wysokość h nierówności powierzchni oraz średnią cięciwę aerodynamiczną b_a , dla ilorazu b_a/h odczytać z rys. 5.3 wartość liczby Reynoldsa Re_* . W tab. 5.1 podano przykładowe wartości szorstkości dla różnych powierzchni. Liczbę Re_* porównuje się z liczbą Reynoldsa wynikającą z prędkości lotu. Do dalszych obliczeń przyjmuje się mniejszą z nich.
- dla znanej liczby Macha i znalezionej liczby Reynoldsa odczytać z wykresu na rys. 5.4 wartość C_f .



Rys. 5.3. Zależność liczby Reynoldsa od względnej szorstkości skrzydła



Rys. 5.4. Zależność współczynnika C_f od liczby Reynoldsa

Tabela 5.1

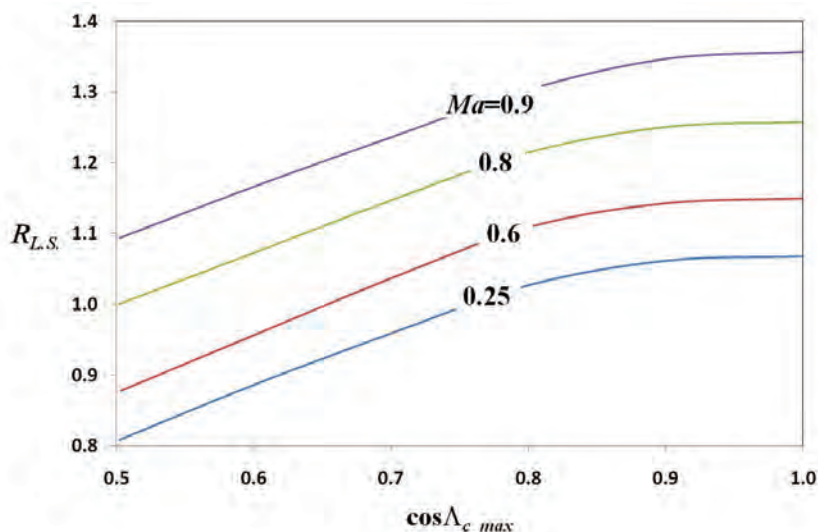
Szorstkość różnych powierzchni

Typ powierzchni	Średnia chropowatość [m]	Typ powierzchni	Średnia chropowatość [m]
Polerowany metal i drewno	$5 \div 20 \times 10^{-7}$	Zwykła farba maskująca	3.0×10^{-5}
Naturalna powierzchnia metalu	4×10^{-6}	Powierzchnia metalowa ocynkowana	1.52×10^{-4}
Gładka farba matowa	6.3×10^{-6}	Powierzchnia żeliwna	2.54×10^{-4}

- określić współczynnik poprawkowy $\xi_{c_{\max}}$. Jego wartość zależy od położenia maksymalnej grubości profilu $\bar{x}_c$:

$$\xi_{c_{\max}} = \begin{cases} 1.2 & \text{dla } \bar{x}_c \geq 0.3 \\ 2 & \text{dla } \bar{x}_c < 0.3 \end{cases} \quad (5.4)$$

- z rys. 5.5 odczytać wartość współczynnika korekcyjnego $R_{L.S.}$. Jest on zależny od liczby Macha i kąta skosu linii maksymalnych grubości profilu skrzydła $\Lambda_{c_{\max}}$.



Rys. 5.5. Współczynnik korekcyjny $R_{L.S.}$.

Do obliczenia C_{xa0_skrz} w zakresie poddźwiękowym można też zastosować eksperymentalne wzory (2.37) lub (2.38), uwzględniając powierzchnię zmoczoną skrzydła:

$$C_{xa0_skrz} = \frac{1}{2} C_{xa0_prof} \frac{S_{skrz_zmocz}}{S} \quad (5.5)$$

We wzorze występuje mnożnik $\frac{1}{2}$, ponieważ współczynnik C_{xa0_prof} uwzględnia górny i dolny kontur profilu (mnożnik 2 we wzorach (2.37) i (2.48)), zaś powierzchnia zmoczona dotyczy górnej i dolnej powierzchni skrzydła.

Do obliczenia C_{xa0_prof} należy przyjąć współczynnik C_f , uwzględniając położenie punktu przejścia warstwy laminarnej w turbulentną. Najczęściej przyjmuje się, że cała warstwa przyścienna jest turbulentna i zgodnie z (2.28) mamy:

$$C_f = \frac{0.074}{Re^{0.2}} \quad (5.6)$$

Występująca tu liczba Reynoldsa powinna być obliczona z uwzględnieniem prędkości odpowiadającej liczbie Macha Ma oraz średniej cięciwy aerodynamicznej skrzydła. Oznacza to, że:

$$Re = \frac{b_{sr} a_H}{\nu_H} Ma \quad (5.7)$$

gdzie: a_H – prędkość dźwięku na wysokości H , ν_H – kinematyczny współczynnik lepkości powietrza na tej wysokości, b_{sr} – średnia cięciwa geometryczna zgodnie ze wzorem (1.12); równa:

$$b_{sr} = \frac{S}{l} \quad (5.8)$$

Zakłada się tu, że obliczona w ten sposób wartość C_{xa0_skrz} jest stała aż do krytycznej liczby Macha skrzydła Ma_{kr_skrz} .

Przykład 5.1

Oblicz współczynnik oporu skrzydła dla $Ma = 0.6$, dla danych zgodnych z przykładami 1.1 i 2.4. Należy przyjąć, że samolot pomalowany jest zwykłą farbą maskującą.

Rozwiązanie:

Powierzchnia zmoczona skrzydła jest równa $S_{zmocz} = 2 \cdot S = 2 \cdot 28 = 56 \text{ m}^2$.

Z tab. 5.1 wynika, że szorstkość powierzchni jest równa $h = 3.0 \cdot 10^{-5} \text{ m}$.

- Obliczenia według wzoru (5.3).

$$\text{– dla } \log\left(\frac{b_a}{h}\right) = \log\left(\frac{3.44}{3 \cdot 10^{-5}}\right) = 5.06 \text{ z rys. 5.3 odczytuje się:}$$

$\log Re_* = 7.3828$. Stąd liczba Reynoldsa jest równa:

$$Re_* = 10^{7.3828} = 2.4143 \cdot 10^7 \quad (P5.1.1)$$

- liczba Reynoldsa wynikająca z prędkości lotu:

$$Re = \frac{b_{sr} a_H}{\nu_H} Ma = \frac{3.06 \cdot 340.3}{14.6 \cdot 10^{-6}} 0.6 = 4.2794 \cdot 10^7 \quad (P5.1.2)$$

Do dalszych obliczeń przyjmuje się mniejszą wartość, tzn. $Re = 2.4143 \cdot 10^7$.

- dla $\log Re_* = 7.3828$ i $Ma = 0.6$ z rys. 5.4 odczytuje się: $C_f = 0.0024$.
- na podstawie wzoru (5.4) dla $\bar{x}_c = 0.4$ mamy $\xi_{c_{max}} = 1.2$.

- dla $\cos \Lambda_{c_max} = \cos 25^\circ = 0.91$ i $Ma = 0.6$ z rys. 5.5 odczytuje się:

$$R_{L.S.} = 1.143.$$

- ze wzoru (5.3) oblicza się:

$$\begin{aligned} C_{xa0_skrz} &= C_f \left(1 + \xi_{c_max} \bar{c} + 100\bar{c}^4 \right) R_{L.S.} \frac{S_{skrz_zmocz}}{S} = \\ &= 0.0024 \left(1 + 1.2 \cdot 0.04 + 100 \cdot 0.04^4 \right) \cdot 1.143 \cdot 2 = \\ &= 5.7506 \cdot 10^{-3} \end{aligned} \quad (P5.1.3)$$

- Obliczenia według wzoru (5.5).

- ze wzoru (5.7) oblicza się liczbę Reynoldsa:

$$Re = \frac{b_{sr} a_H}{\nu_H} Ma = \frac{3.06 \cdot 340.3}{14.6 \cdot 10^{-6}} 0.6 = 4.2794 \cdot 10^7 \quad (P5.1.4)$$

- ze wzoru (5.6) oblicza się współczynnik C_f :

$$C_f = \frac{0.074}{Re^{0.2}} = \frac{0.074}{(4.2794 \cdot 10^7)^{0.2}} = 0.0022 \quad (P5.1.5)$$

- dla $\bar{c} = 0.04$ i $\bar{x}_T = 0$ ze wzoru (2.35) oblicza się:

$$\begin{aligned} \eta_c &= 1 + (3.147 - 3.052 \cdot \bar{x}_T) \cdot \bar{c} = \\ &= 1 + (3.147 - 3.052 \cdot 0) \cdot 0.04 = 1.1259 \end{aligned} \quad (P5.1.6)$$

- dla $Ma = 0.6$ z rys. 2.13 odczytuje się $\eta_{Ma} \approx 0.948$.

- ze wzoru (2.37) oblicza się:

$$C_{xa0_prof} = 2C_f \eta_c \eta_{Ma} = 2 \cdot 0.0022 \cdot 1.1259 \cdot 0.948 = 4.7023 \cdot 10^{-3} \quad (P5.1.7)$$

- ze wzoru (5.5) oblicza się:

$$C_{xa0_skrz} = \frac{1}{2} C_{xa0_prof} \frac{S_{skrz_zmocz}}{S} = \frac{1}{2} 4.7023 \cdot 10^{-3} \cdot 2 = 4.7023 \cdot 10^{-3} \quad (P5.1.8)$$

B. Zakres transoniczny

Ze względu na złożoność zjawisk zachodzących podczas opływu skrzydła z prędkościami transonicznymi brak jest teoretycznych i empirycznych wzorów pozwalających wyznaczyć współczynnik C_{xa0_skrz} . Jednak i w tym zakresie prędkości opór wynika z sił tarcia oraz rozkładu ciśnień na skrzydle, na który wpływ mają tworzące się lokalnie fale uderzeniowe. W dolnym zakresie prędkości transonicznych fale uderzeniowe pozostają prostopadłe do powierzchni skrzydła. Po przejściu przez nie prędkość powietrza maleje do prędkości poddźwiękowej. W górnym zakresie prędkości transonicznych formują się dwie fale uderzeniowe – jedna przed krawędzią natarcia i druga w pobliżu krawędzi spływu. Dla skrzydeł mających ostrą krawędź natarcia cały przepływ wokół skrzydła staje się naddźwiękowy. Jeżeli krawędź natarcia jest tępą, to obszar przepływu naddźwiękowego pojawia się, jeżeli fala uderzeniowa znajduje się odpowiednio blisko krawędzi natarcia.

W zakresie transonicznym opór C_{xa0_skrz} jest równy sumie oporu tarcia i oporu falowego:

$$C_{xa0_skrz} = C_{x_t_skrz} + C_{x_fal_skrz} \quad (5.9)$$

Można przyjąć, że w tym zakresie współczynnik oporu tarcia $C_{x_t_skrz}$ jest niezmienny i pozostaje równy wartości osiągananej dla przepływu poddźwiękowego dla liczby Macha $Ma = 0.6$. Oblicza się go ze wzoru (5.3)¹:

$$C_{x_t_skrz} = C_f \left(1 + \xi_{c_{max}} \bar{c} + 100\bar{c}^4 \right) R_{L.S.} \frac{S_{skrz_zmocz}}{S} \quad (5.10)$$

Opór falowy w zakresie transonicznym zależy od wielu czynników obejmujących zarówno parametry geometryczne skrzydła, jak i jego profili. Z tego powodu wzrost oporu falowego może być różny. Istnieją skrzydła, dla których opór ten narasta stopniowo przy zwiększaniu liczby Macha. Dla innych skrzydeł po osiągnięciu liczby Macha z górnego zakresu transonicznego, przyrost oporu jest gwałtowny. Dla skrzydła trapezowego współczynnik C_{x_fal} określa się następująco:

¹ Niekiedy w literaturze przyjmuje się wzór uproszczony:

$$C_{x_t_skrz} = C_f \left[1 + \xi_{c_{max}} \bar{c} \right] \frac{S_{skrz_zmocz}}{S}. \text{ Daje on mniejszą wartość współczynnika oporu tarcia i na}$$

granicy zakresu poddźwiękowego i transonicznego powstaje nieciągłość wartości tego oporu.

- dla szeregu liczb Macha mieszczących się w zakresie transonicznym, uwzględniając wydłużenie skrzydła λ i grubość profilu $\bar{c}$, z rys. 5.6 odczytuje się współczynniki $C_{x_fal_skrz}$ dotyczące skrzydła prostego;
- sporządza się wykres $C_{x_fal_skrz}(Ma)$;
- z tego wykresu odczytuje się wartości:

– liczby Macha $Ma_{dd} = \left(Ma_{\left(\frac{dC_{x_fal_skrz}}{dMa} \right)_{C_{za}=const} = 0.1} \right)_{\Lambda_{0.25}=0}$, dla której pochodna $\left(\frac{dC_{x_fal_skrz}}{dMa} \right)_{C_{za}=const}$ jest równa 0.1:

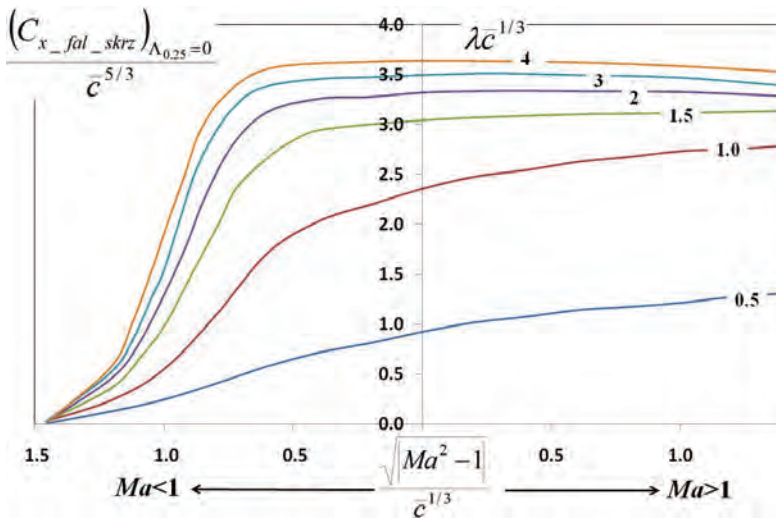
– liczby Macha $\left(Ma_{C_{x_fal_skrz_max}} \right)_{\Lambda_{0.25}=0}$, począwszy od której wartość $C_{x_fal_skrz}$ staje się stała i równa $\left(C_{x_fal_skrz_max} \right)_{\Lambda_{0.25}=0}$

- oblicza się wartości tych parametrów uwzględniające skos linii $1/4$ cięciw skrzydła $\Lambda_{0.25}$:

$$Ma_{dd} = \left(Ma_{\left(\frac{dC_{x_fal_skrz}}{dMa} \right)_{C_{za}=const} = 0.1} \right)_{\Lambda_{0.25}} = \frac{\left(Ma_{\left(\frac{dC_{x_fal_skrz}}{dMa} \right)_{C_{za}=const} = 0.1} \right)_{\Lambda_{0.25}=0}}{\sqrt{\cos \Lambda_{0.25}}} \quad (5.11)$$

$$\left(Ma_{C_{x_fal_skrz_max}} \right)_{\Lambda_{0.25}} = \frac{\left(Ma_{C_{x_fal_skrz_max}} \right)_{\Lambda_{0.25}=0}}{\sqrt{\cos \Lambda_{0.25}}} \quad (5.12)$$

$$\left(C_{x_fal_skrz_max} \right)_{\Lambda_{0.25}} = \left(C_{x_fal_skrz_max} \right)_{\Lambda_{0.25}=0} \cos^{\frac{5}{2}} \Lambda_{0.25} \quad (5.13)$$



Rys. 5.6. Diagram do obliczania współczynnika oporu falowego w zakresie transonicznym

- na podstawie obliczonych wartości $\left(Ma \left(\frac{dC_{x_{fal_skrz}}}{dMa} \right)_{C_{20}=\text{const}} \right)_{\Lambda_{0.25}} = 0.1$, $(Ma_{C_{x_{fal_skrz_max}}})_{\Lambda_{0.25}}$, $(C_{x_{fal_skrz_max}})_{\Lambda_{0.25}}$ tworzy się wykres $C_{x_{fal_skrz}}(Ma)$ dla skrzydła skośnego.

Obliczony z (5.10) współczynnik $C_{x_{t_skrz}}$ i określony z wykresu współczynnik $C_{x_{fal_skrz}}$ sumuje się, zgodnie z (5.9), otrzymując współczynnik oporu skrzydła przy zerowej sile nośnej w zakresie transonicznym.

Przykład 5.2

Oblicz współczynnik oporu skrzydła w zakresie transonicznym dla danych zgodnych z przykładami 1.1 i 2.4.

Rozwiązanie:

Dla skrzydła prostego

- ze wzoru (5.10) oblicza się współczynnik oporu tarcia. Wynik obliczeń jest taki sam jak w przykładzie 5.1:

$$C_{x_{t_skrz}} = C_f \left(1 + \xi_{c_{max}} \bar{c} + 100 \bar{c}^4 \right) R_{L.S.} \frac{S_{skrz_zmocz}}{S} = \quad (P5.2.1)$$

$$= 0.0024 (1 + 1.2 \cdot 0.04 + 100 \cdot 0.04^4) \cdot 1.143 \cdot 2 = 5.7506 \cdot 10^{-3}$$

- oblicza się wartość parametrów dotyczących rys. 5.6:

$$\begin{aligned}\bar{c}^{1/3} &= 0.04^{1/3} = 0.342, & \lambda \bar{c}^{1/3} &= 3 \cdot 0.04^{1/3} = 1.026, \\ \bar{c}^{5/3} &= 0.04^{5/3} = 4.6784 \cdot 10^{-3}\end{aligned}\quad (\text{P5.2.2})$$

- na podstawie powyższych wartości z rys. (5.6) odczytuje się dla różnych liczb

Macha wartości $\frac{(C_{x_fal_skrz})_{\Lambda_{0.25}=0}}{\bar{c}^{5/3}};$

- oblicza się wartość $(C_{x_fal_skrz})_{\Lambda_{0.25}=0}$ wykonując mnożenie przez $\bar{c}^{5/3};$

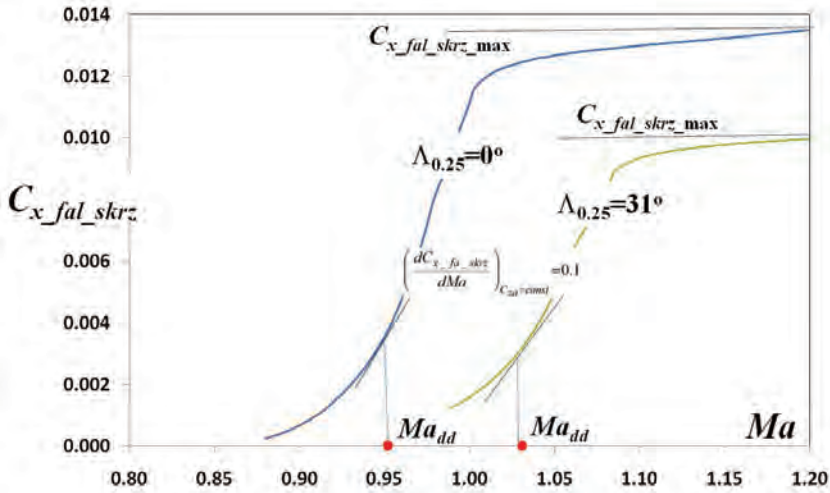
- oblicza się pochodną $\frac{d(C_{x_fal_skrz})_{\Lambda_{0.25}=0}}{dMa}.$

Wyniki takich obliczeń dla wybranych liczb Macha zawarto w tabeli poniżej.

Zaznaczono wartość liczby Macha, przy której pochodna $\left(\frac{dC_{x_fal_skrz}}{dMa}\right)_{C_{za}=const}$

osiąga wartość 0.1. Jest ona równa $Ma_{dd} = 0.951$. Na rys. P5.2.1 pokazano otrzymany przebieg współczynnika oporu falowego dla skrzydła prostokątnego. Z rysunku tego można wyznaczyć maksymalną wartość współczynnika siły oporu falowego dla tego skrzydła. Wynosi ona $(C_{x_fal_skrz_max})_{\Lambda_{0.25}=0} = 0.0135$ i jest osiągnięta dla $(Ma_{C_{x_fal_skrz_max}})_{\Lambda_{0.25}=0} = 1.2$.

Ma	$\frac{\sqrt{Ma^2 - 1}}{\bar{c}^{1/3}}$	$\frac{(C_{x_fal_skrz})_{\Lambda_{0.25}=0}}{\bar{c}^{5/3}}$	$(C_{x_fal_skrz})_{\Lambda_{0.25}=0}$	$\frac{d(C_{x_fal_skrz})_{\Lambda_{0.25}=0}}{dMa}$
0.882	1.3779	0.0603	0.0003	0.014723
0.884	1.3669	0.0671	0.0003	0.015975
0.95	0.9130	0.7614	0.0036	0.098116
0.952	0.8950	0.8055	0.0038	0.103186
1.002	0.1850	2.4557	0.0115	0.194334
1.004	0.2618	2.4941	0.0117	0.089915
1.1	1.3400	2.7754	0.0130	0.005002
1.15	1.6605	2.8268	0.0132	0.004933
1.2	1.9396	2.8854	0.0135	0.006113



Rys. P5.2.1. Przebieg współczynnika oporu falowego w zakresie transonicznym

Dla skrzydła skośnego oblicza się:

- ze wzoru (5.11) liczbę Macha początku przyrostu współczynnika oporu falowego:

$$\begin{aligned}
 Ma_{dd} &= \left(Ma \left(\frac{dC_{x_{fal_skrz}}}{dMa} \right)_{C_{za}=const} = 0.1 \right)_{\Lambda_{0.25}} = \\
 &= \frac{\left(Ma \left(\frac{dC_{x_{fal_skrz}}}{dMa} \right)_{C_{za}=const} = 0.1 \right)_{\Lambda_{0.25}=0}}{\sqrt{\cos \Lambda_{0.25}}} = \frac{0.951}{\sqrt{\cos 31^\circ}} = 1.027
 \end{aligned} \tag{P5.2.3}$$

- ze wzoru (5.12) liczbę Macha maksymalnego współczynnika oporu falowego:

$$\left(Ma_{C_{x_{fal_skrz_max}}} \right)_{\Lambda_{0.25}} = \frac{\left(Ma_{C_{x_{fal_skrz_max}}} \right)_{\Lambda_{0.25}=0}}{\sqrt{\cos \Lambda_{0.25}}} = \frac{1.2}{\sqrt{\cos 31^\circ}} = 1.296 \tag{P5.2.4}$$

- ze wzoru (5.13) maksymalną wartość współczynnika oporu falowego:

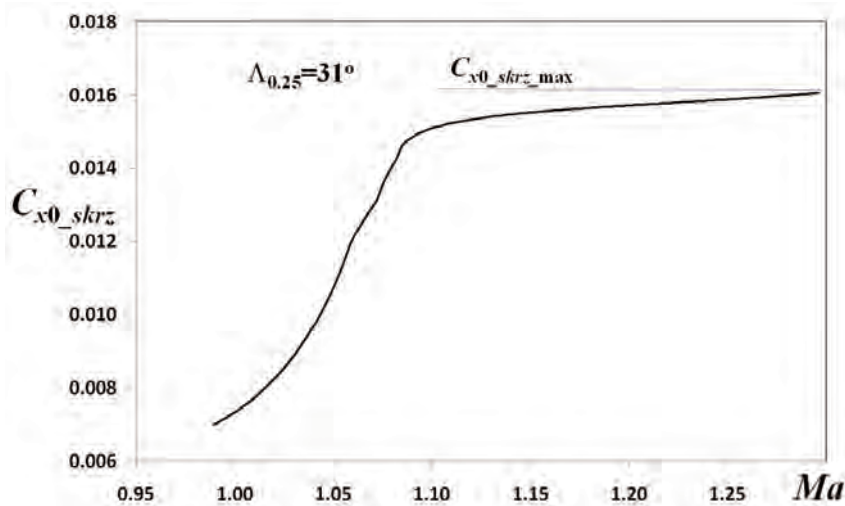
$$\begin{aligned}
 (C_{x_fal_skrz_max})_{\Lambda_{0.25}} &= \\
 &= (C_{x_fal_skrz_max})_{\Lambda_{0.25}=0} \cos^{\frac{5}{2}} \Lambda_{0.25} = \\
 &= 0.0135 \cdot \cos^{\frac{5}{2}} 31^\circ = 9.1825 \cdot 10^{-3}
 \end{aligned}
 \tag{P5.2.5}$$

- maksymalną wartość współczynnika oporu skrzydła:

$$\begin{aligned}
 C_{xa0_skrz_max} &= C_{x_t_skrz} + (C_{x_fal_skrz_max})_{\Lambda_{0.25}} = \\
 &= 5.7506 \cdot 10^{-3} + 9.1825 \cdot 10^{-3} = 1.4933 \cdot 10^{-2}
 \end{aligned}
 \tag{P5.2.6}$$

Rysunek P5.2.1 zawiera również przebieg współczynnika oporu falowego skrzydła skośnego. Zaznaczono na nim obliczone powyżej wartości Ma_{dd} i $(C_{x_fal_skrz_max})_{\Lambda_{0.25}}$.

Na rys. P5.2.2 pokazano uzyskany przebieg współczynnika oporu całkowitego skrzydła. Uzyskano go, powiększając opór falowy o opór tarcia obliczony we wzorze (P5.2.1).



Rys. P5.2.2. Przebieg współczynnika C_{xa0_skrz} skrzydła skośnego w zakresie transonicznym

C. Zakres naddźwiękowy

W zakresie naddźwiękowym opór tarcia zależy od wymiany ciepła pomiędzy powierzchnią skrzydła i strumieniem powietrza. Jeżeli nie ma takiej wymiany, to wzrost liczby Macha przy stałej liczbie Reynoldsa zmniejsza współczynnik oporu tarcia. Stan taki może być osiągany jedynie podczas długotrwałych lotów wykonywanych w stabilnych warunkach termicznych. Aby oszacować opór tarcia, konieczna jest znajomość wymiany ciepła pomiędzy różnymi częściami samolotu i warstwą przyścienną. W praktyce do oceny tego oporu stosuje się uproszczenia, analizując turbulentny opływ płaskiej płyty z uwzględnieniem liczby Macha i liczby Reynoldsa.

Opór falowy można wyznaczać, wykorzystując różne teorie dotyczące przepływu naddźwiękowego. W wielu przypadkach wystarczające jest zastosowanie zlinearyzowanej teorii przepływu naddźwiękowego, która pozwala poprawnie obliczyć opór falowy skrzydeł trapezowych z poddźwiękową krawędzią natarcia, tzn. skrzydeł, których krawędź natarcia znajduje się wewnątrz stożka Macha, zaś składowa prędkości prostopadła do krawędzi natarcia jest poddźwiękowa. Redukuje to opór falowy, w przeciwieństwie do skrzydeł z naddźwiękową krawędzią natarcia. W tym przypadku krawędź natarcia znajduje się na zewnątrz stożka Macha i składowa prędkości prostopadła do krawędzi natarcia jest naddźwiękowa.

Podobnie jak dla zakresu transonicznego również dla zakresu naddźwiękowego przyjmuje się, że opór $C_{x_{a0_skrz}}$ jest równy sumie oporu tarcia i oporu falowego:

$$C_{x_{a0_skrz}} = C_{x_{t_skrz}} + C_{x_{fal_skrz}} \quad (5.14)$$

Współczynnik oporu tarcia $C_{x_{t}}$ oblicza się ze wzoru:

$$C_{x_{t_skrz}} = C_f \frac{S_{skrz_zmocz}}{S} \quad (5.15)$$

Współczynnik C_f jest określany w taki sam sposób, jak dla zakresu poddźwiękowego dla przepływu turbulentnego.

Współczynnik oporu falowego $C_{x_{fal_skrz}}$ można oszacować w oparciu o zlinearyzowaną teorię naddźwiękowego przepływu płaskiego. Stosowane wzory różnią się w zależności od kształtu krawędzi natarcia profilu skrzydła.

Ostra krawędź natarcia profilu skrzydła

Jeżeli profil skrzydła ma ostrą krawędź natarcia, to współczynnik oporu falowego oblicza się ze wzoru:

$$C_{x_fal_skrz} = \begin{cases} \frac{k_1}{\sqrt{Ma^2 - 1}} \bar{c}_{ef}^2 \frac{S_*}{S} & dla \quad \sqrt{Ma^2 - 1} \cot \Lambda_{0*} \geq 1 \\ k_1 \bar{c}_{ef}^2 \frac{S_*}{S} \cot \Lambda_{0*} & dla \quad \sqrt{Ma^2 - 1} \cot \Lambda_{0*} < 1 \end{cases} \quad (5.16)$$

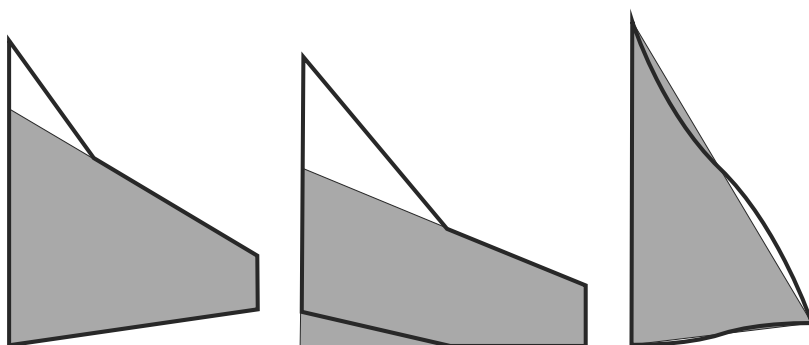
Współczynnik k_1 zależy od kształtu profilu skrzydła. Jego wartości podano w tab. 2.2. Dodatkowy indeks dolny „*” (dotyczący kąta skosu i powierzchni) oznacza uproszczone skrzydło „zastępcze” utworzone w oparciu o kształt skrzydła rzeczywistego. Przykłady pokazano na rys. 5.7. Powierzchnia tego skrzydła powinna być możliwie bliska powierzchni skrzydła rzeczywistego. Jeżeli skrzydło rzeczywiste jest trapezowe, to skrzydło zastępcze jest tożsame z rzeczywistym, tzn. $S_* / S = 1$.

Górny wzór w (5.16) dotyczy skrzydła zastępczego z naddźwiękową krawędzią natarcia, a dolny skrzydła z krawędzią poddźwiękową.

$\bar{c}_{ef}$ jest efektywną grubością względną obliczaną ze wzoru:

$$\bar{c}_{ef} = \sqrt{\frac{\int_0^{1/2} \bar{c}^2 b_* dy}{S_* / 2}} \quad (5.17)$$

W całce występują, zmieniające się wzdłuż rozpiętości skrzydła: względna grubość skrzydła rzeczywistego $\bar{c}$ oraz cięciwa aerodynamiczna skrzydła zastępczego b_* .



Rys. 5.7. Skrzydło zastępcze dla skrzydeł o różnym kształcie

Do obliczenia C_{xa0_skrz} w zakresie naddźwiękowym można też zastosować wzór obejmujący zarówno opór tarcia, jak i opór falowy:

$$\begin{aligned}
C_{xa0_skrz} &= C_{x_t_skrz} + C_{x_fal_skrz} = \\
&= \frac{C_f}{\sqrt{1+0.12Ma^2}} \frac{S_{skrz_zmocz}}{S} + \frac{k_1 \bar{c}^2}{\sqrt{Ma^2 - \frac{1}{\cos^2 \Lambda_{0.25}}}}
\end{aligned} \tag{5.18}$$

Współczynnik C_f oblicza się ze wzoru (5.6), określając liczbę Reynoldsa w oparciu o rozpatrywaną liczbę Macha:

$$Re = \frac{b_{sr} a_H}{\nu_H} Ma \tag{5.19}$$

Współczynnik k_1 zależy od kształtu profilu skrzydła. Jego wartości zawiera tab. 2.2. Pierwszy składnik w (5.18) różni się od wzoru (5.15) mianownikiem uwzględniającym wpływ liczby Macha. Drugi składnik, przy założeniu, że $S_*/S=1$, jest podobny do górnego wzoru (5.16). Różni się wyrażeniem podpierwiastkowym.

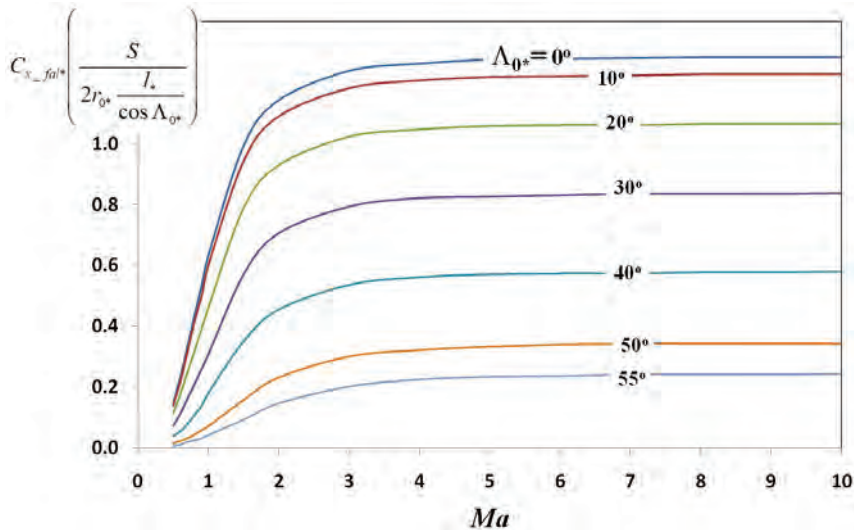
Zaokrąglona krawędź natarcia profilu skrzydła

Jeżeli profil skrzydła ma zaokrągloną krawędź natarcia, to dla takiego skrzydła powstaje odsunięta fala uderzeniowa. Aby prawidłowo obliczyć opór falowy, do oporu falowego skrzydła o zaostrej krawędzi natarcia profilu ukształtowanego z dwóch łuków okręgu ($k_1 = 16/3$) dodaje się dodatkowy składnik C_{x_fal*} wynikający ze zwiększonego oporu ciśnieniowego:

$$C_{x_fal_skrz} = \begin{cases} \frac{k_1}{\sqrt{Ma^2 - 1}} \bar{c}_{ef}^2 \frac{S_*}{S} + C_{x_fal*} & \text{dla } \sqrt{Ma^2 - 1} \cot \Lambda_{0*} \geq 1 \\ k_1 \bar{c}_{ef}^2 \frac{S_*}{S} \cot \Lambda_{0*} + C_{x_fal*} & \text{dla } \sqrt{Ma^2 - 1} \cot \Lambda_{0*} < 1 \end{cases} \tag{5.20}$$

Górny wzór dotyczy naddźwiękowej, a dolny poddźwiękowej krawędzi natarcia.

Współczynnik C_{x_fal*} można odczytać z rys. 5.8. Występująca tam wielkość $2r_{0*} \frac{l_*}{\cos \Lambda_{0*}}$ jest powierzchnią czołową krawędzi natarcia. Dla skrzydła zastępczego, którego grubość względna zmienia się wzdłuż rozpiętości, promień krawędzi natarcia r_{0*} jest określany dla średniej cięciwy skrzydła.



Rys. 5.8. Diagram do obliczania współczynnika dodatkowego oporu falowego

Przykład 5.3

Oblicz współczynnik oporu skrzydła dla $Ma = 2$, dla danych zgodnych z przykładami 1.1, 2.4 i 5.1. Należy założyć, że skrzydło zastępcze pokrywa się ze skrzydłem rzeczywistym. Przyjmij profil rombowy.

Rozwiązanie:

Opór tarcia

Dla $\log\left(\frac{b_a}{h}\right) = \log\left(\frac{3.44}{3 \cdot 10^{-5}}\right) = 5.06$ i $Ma = 2$ z rys. 5.3 odczytuje się:

$\log Re_* = 7.6241$. Stąd liczba Reynoldsa jest równa:

$$Re_* = 10^{7.6241} = 4.2082 \cdot 10^7 \quad (P5.3.1)$$

– liczba Reynoldsa wynikająca z prędkości lotu:

$$Re = \frac{b_{sr} a_H}{\nu_H} Ma = \frac{3.06 \cdot 340.3}{14.6 \cdot 10^{-6}} 2 = 1.4171 \cdot 10^8 \quad (P5.3.2)$$

Do dalszych obliczeń przyjmuje się mniejszą wartość, tzn. $Re = 4.2082 \cdot 10^7$.

– dla $\log Re_* = 7.6241$ i $Ma = 2$ z rys. 5.4 odczytuje się: $C_f = 1.8529 \cdot 10^{-3}$.

Ze wzoru (5.15) oblicza się współczynnik oporu tarcia:

$$C_{x_{t_skrz}} = C_f \frac{S_{skrz_zmocz}}{S} = 1.8529 \cdot 10^{-3} \cdot 2 = 3.7058 \cdot 10^{-3} \quad (P5.3.3)$$

Opór falowy

Ostra kraweć natarcia

Sprawdza się, czy kraweć natarcia jest poddźwiękowa, czy naddźwiękowa. W tym celu oblicza się:

$$\sqrt{Ma^2 - 1} \cot \Lambda_{0*} = \sqrt{2^2 - 1} \cot 40^\circ = 2.064 > 1 \quad (P5.3.4)$$

Kraweć natarcia jest naddźwiękowa i stosuje się górny wzór (5.16). Dla profilu rombowego z tab. 2.2 mamy $k_1 = 4$. Stąd:

$$C_{x_{fal_skrz}} = \frac{k_1}{\sqrt{Ma^2 - 1}} \bar{c}_{ef}^2 \frac{S_*}{S} = \frac{4}{\sqrt{2^2 - 1}} 0.04^2 \cdot 1 = 3.695 \cdot 10^{-3} \quad (P5.3.5)$$

Zaokrąglona kraweć natarcia

Dodatkowy składnik wynikający z zaokrąglenia noska odczytuje się z rys. 5.8. Dla $Ma = 2$ i $\Lambda_0 = 40^\circ$ mamy:

$$C_{x_{fal*}} \frac{S}{2r_{0*} \frac{l_*}{\cos \Lambda_{0*}}} = 0.455 \quad (P5.3.6)$$

Znając tę wartość, można obliczyć dodatkowy opór falowy:

$$C_{x_{fal*}} = 0.45 \cdot \frac{1}{S} 2r_{0*} \frac{l_*}{\cos \Lambda_{0*}} = 0.455 \cdot \frac{1}{28} 2 \frac{9.14}{\cos 40^\circ} r_{0*} = 0.388 r_{0*} \quad (P5.3.7)$$

Zależy on liniowo od promienia noska. Na przykład dla promienia 1.27 cm, który odpowiada skrzydłu samolotu F-16, jest równy $C_{x_{fal*}} = 0.388 \cdot 0.0127 = 4.925 \cdot 10^{-3}$.

Uwzględniając go, opór falowy skrzydła jest równy:

$$C_{x_{fal_skrz}} = 3.695 \cdot 10^{-3} + 4.925 \cdot 10^{-3} = 8.62 \cdot 10^{-3} \quad (P5.3.8)$$

Natomiast współczynnik oporu jest równy:

$$C_{xa0_skrz} = C_{x_t_skrz} + C_{x_fal_skrz} = 3.7058 \cdot 10^{-3} + 8.62 \cdot 10^{-3} = 1.2326 \cdot 10^{-2} \quad (P5.3.9)$$

W tabeli poniżej zestawiono wyniki obliczeń dla kilku wartości liczby Macha z zakresu naddźwiękowego.

Ma	$C_{x_t_skrz}$	$C_{x_fal_skrz}$ ostra krawędź	C_{x_fal*}	$C_{x_fal_skrz}$	C_{xa0_skrz}
1.3	0.00446	0.007626	0.003171	0.010797	0.015259
1.4	0.00434	0.006532	0.003509	0.010041	0.014383
1.5	0.00423	0.005724	0.003818	0.009543	0.013769
1.6	0.00411	0.005124	0.004098	0.009222	0.013337
1.7	0.00401	0.004655	0.004349	0.009004	0.013011
1.8	0.00390	0.004276	0.004570	0.008846	0.012750
1.9	0.00380	0.003962	0.004762	0.008724	0.012527
2	0.00371	0.003695	0.004925	0.008620	0.012326

5.1.2. Współczynnik C_{xa0} kadłuba

Cechą charakterystyczną kadłuba jest występowanie poza oporem tarcia i oporem ciśnieniowy również opór denne. Opór ten pojawia się, jeżeli część tylna kadłuba jest ścięta prostopadłe do osi podłużnej. W zakresie transonicznym pojawiają się fale uderzeniowe, które są źródłem oporu falowego. W zakresie naddźwiękowym opływ kadłuba jest w pełni naddźwiękowy i głównym źródłem oporu są fale uderzeniowe powstające na przedniej i tylnej części kadłuba.

Współczynnik C_{xa0_kad} odniesiony jest do pola powierzchni przekroju poprzecznego kadłuba. Można go obliczyć opisanymi poniżej metodami, które dotyczą ciał osiowosymetrycznych. W przypadku gdy kadłub ma inny przekrój poprzeczny, należy go zastąpić ciałem osiowosymetrycznym o takim samym rozkładzie pola powierzchni przekroji poprzecznych jak kadłub rzeczywisty.

A. Zakres poddźwiękowy

W zakresie poddźwiękowym współczynnik oporu przy zerowej sile nośnej jest sumą współczynników oporu tarcia, oporu ciśnieniowego i oporu dennego:

$$C_{xa0_kad} = C_{x_t_kad} + C_{x_p_kad} + C_{x_dno} \quad (5.21)$$

Metoda I

Przy wyznaczaniu współczynnika oporu tarcia $C_{x_t_kad}$ przyjmuje się z reguły, że warstwa przyścienna wokół kadłuba jest turbulentna. Stosuje się wzór:

$$C_{x_t_kad} = C_f \frac{S_{kad_zmocz}}{S_{kad_poprz}} \quad (5.22)$$

Współczynnik oporu tarcia płaskiej płytki C_f uwzględnia szorstkość powierzchni kadłuba oraz jego długości. Oblicza się go podobnie jak dla skrzydła w oparciu o rys. 5.3 i 5.4.

Z kolei współczynnik oporu ciśnieniowego kadłuba można wyznaczyć z doświadczalnej zależności, uwzględniając smukłość kadłuba f_{kad} :

$$C_{x_p_kad} = C_f \left(\frac{60}{f_{kad}^3} + 0.0025 f_{kad} \right) \frac{S_{kad_zmocz}}{S_{kad_poprz}} \quad (5.23)$$

Metoda II

Do obliczenia sumy współczynników oporu tarcia $C_{x_t_kad}$ i oporu ciśnieniowego $C_{x_p_kad}$ wykorzystywana może być też zależność:

$$C_{x_t_kad} + C_{x_p_kad} = 1.1 \cdot C_f \left(0.85 + \frac{2}{f_{kad}} \right) \eta_{Ma} \frac{S_{kad_zmocz}}{S_{kad_poprz}} \quad (5.24)$$

Zakłada się, że tak obliczona suma jest stała aż do prędkości odpowiadającej krytycznej liczbie Macha kadłuba, która zgodnie z (3.22) jest równa:

$$Ma_{kr_kad} = 0.78 + 0.02 f_{kad} \quad (5.25)$$

Smukłość kadłuba f_{kad} określa wzór (1.38). Wzór jest poprawny dla $f_{kad} < 11$.

W tym przypadku współczynnik oporu tarcia C_f wyznacza się dla liczby Reynoldsa odpowiadającej krytycznej liczbie Macha kadłuba i obliczanej w oparciu o długość kadłuba:

$$Re = \frac{l_{kad} a_H}{\nu_H} Ma_{kr_kad} \quad (5.26)$$

Z reguły przyjmuje się, że warstwa ta jest turbulentna i do obliczenia współczynnika C_f stosuje się zależność (2.28).

Występujący we wzorze (5.24) współczynnik η_{Ma} uwzględnia wpływ ściśliwości powietrza na opór kadłuba. Pokazano go na rys. 5.9 dla różnych smukłości części nosowej f_{nos} określonej wzorem (1.39). Poszczególne krzywe można przedstawić w postaci wielomianu:

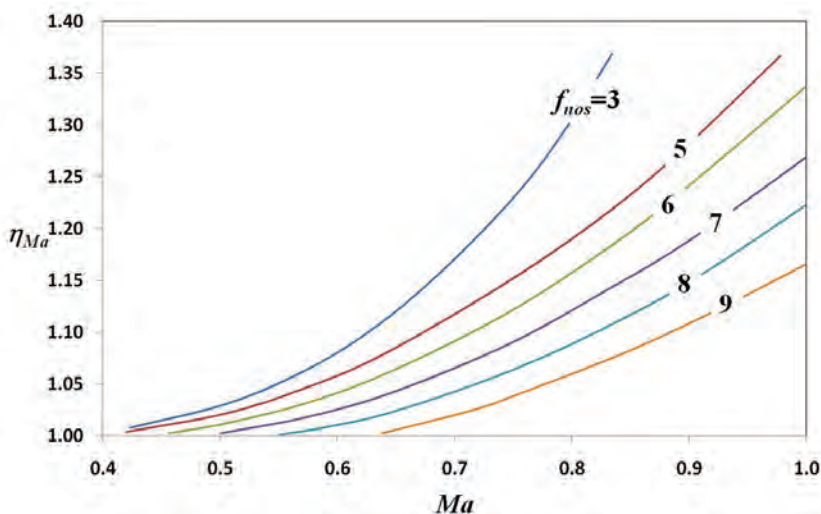
$$\eta_{Ma} = a_3 Ma^3 + a_2 Ma^2 + a_1 Ma + a_0 \quad (5.27)$$

Wartości współczynników wielomianu zamieszczono w tab. 5.2.

Tabela 5.2

Współczynniki wielomianu

	f_{nos}					
	3	5	6	7	8	9
a_3	2.1	0	0	0	0	0
a_2	-1.921	0.902	0.82	0.7	0.711	0.501
a_1	0.712	-0.61	-0.577	-0.513	-0.608	-0.368
a_0	0.891	1.1	1.094	1.082	1.12	1.032



Rys. 5.9. Współczynnik η_{Ma} kadłuba

We wzorach (5.22)÷(5.24) występuje powierzchnia zmoczona kadłuba S_{kad_zmocz} odniesiona do pola przekroju poprzecznego S_{kad_poprz} . Powierzchnia zmoczona nie obejmuje powierzchni dennej. Można ją wyznaczyć, jeżeli znany jest obwód kadłuba wzdłuż jego długości $o(x)$:

$$S_{kad_zmocz} = \int_0^{l_{kad}} o(x) dx \quad (5.28)$$

Powierzchnię zmoczoną można też oszacować z uproszczonej zależności:

$$S_{kad_zmocz} = (S_{kad_poz} + S_{kad_bocz}) \left(2 - 0.4 \frac{S_{kad_poz}}{S_{kad_bocz}} \right) \quad (5.29)$$

gdzie S_{kad_poz} i S_{kad_bocz} są powierzchniami rzutu poziomego i bocznego kadłuba.

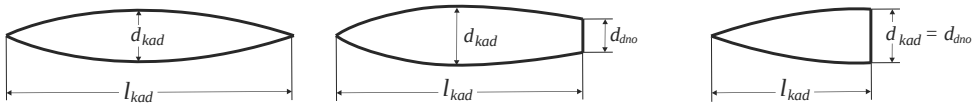
Porównanie sumy współczynników $C_{x_t_kad}$ i $C_{x_p_kad}$ obliczonych ze wzorów (5.22) i (5.23) z sumą obliczoną ze wzoru (5.24) daje rozbieżność wynoszącą kilka procent.

Współczynnik oporu dennego w zakresie poddźwiękowym określony jest następująco:

$$C_{x_dno} = \frac{0.029 \left(\frac{d_{dno}}{d_{kad}} \right)^3}{\sqrt{C_{x_t_kad} + C_{x_p_kad}}} \quad (5.30)$$

gdzie: d_{kad} jest średnicą maksymalnego przekroju kadłuba. Jeżeli kadłub nie jest osiowosymetryczny, to przyjmuje się, że średnicą kadłuba jest jego średnica zastępcza określona wzorem (1.33); d_{dno} jest średnicą powierzchni dennej kadłuba. Analogicznie średnica powierzchni dennej jest równa:

$$d_{dno} = 2 \sqrt{\frac{S_{dno}}{\pi}} \quad (5.31)$$



Rys. 5.10. Różne kształty i podstawowe wymiary kadłuba

Jeżeli w kadłubie zamontowane są silniki, które pracują, to przyjmuje się, że opór denny jest równy zeru:

$$C_{x_dno} = 0 \quad (5.32)$$

Przykład 5.4

Oblicz współczynnik oporu w zakresie poddźwiękowym dla kadłuba o danych takich jak w przykładzie 1.1. Dla I metody przyjmij $Ma = 0.6$, a dla II metody Ma_{kr_kad} . Powierzchnia zmoczona kadłuba $S_{kad_zmocz} = 57 \text{ m}^2$.

Rozwiązanie:

Metoda I

dla $\log\left(\frac{l_{kad}}{h}\right) = \log\left(\frac{14.1}{3 \cdot 10^{-5}}\right) = 5.672$ z rys. 5.3 odczytuje się:
 $\log Re_* = 7.827$. Stąd liczba Reynoldsa jest równa:

$$Re_* = 10^{7.827} = 6.7143 \cdot 10^7 \quad (P5.4.1)$$

– liczba Reynoldsa wynikająca z prędkości lotu:

$$Re = \frac{l_{kad} a_H}{\nu_H} Ma = \frac{14.1 \cdot 340.3}{14.6 \cdot 10^{-6}} 0.6 = 1.9719 \cdot 10^8 \quad (P5.4.2)$$

Do dalszych obliczeń przyjmuje się mniejszą wartość, tzn. $Re = 6.7143 \cdot 10^7$.

– dla $\log Re = 7.827$ i $Ma = 0.6$ z rys. 5.4 odczytuje się: $C_f = 2.2 \cdot 10^{-3}$.

Oblicza się:

– ze wzoru (5.22) współczynnik oporu tarcia kadłuba:

$$C_{x_t_kad} = C_f \frac{S_{kad_zmocz}}{S_{kad_poprz}} = 2.2 \cdot 10^{-3} \frac{57}{1.77} = 7.0847 \cdot 10^{-2} \quad (P5.4.3)$$

– ze wzoru (5.23) współczynnik oporu ciśnieniowego kadłuba:

$$\begin{aligned} C_{x_p_kad} &= C_f \left[\frac{60}{f_{kad}^3} + 0.0025 f_{kad} \right] \frac{S_{kad_zmocz}}{S_{kad_poprz}} = \\ &= 2.2 \cdot 10^{-3} \left[\frac{60}{9.4^3} + 0.0025 \cdot 9.4 \right] \frac{57}{1.77} = 6.7828 \cdot 10^{-3} \end{aligned} \quad (P5.4.4)$$

- sumę obu składników oporu:

$$\begin{aligned} C_{xa0_kad} &= C_{x_t_kad} + C_{x_p_kad} = \\ &= 7.0847 \cdot 10^{-2} + 6.7828 \cdot 10^{-3} = 7.763 \cdot 10^{-2} \end{aligned} \quad (P5.4.5)$$

Metoda II

Oblicza się:

- ze wzoru (5.25) krytyczną liczbę Macha kadłuba:

$$Ma_{kr_kad} = 0.78 + 0.02 f_{kad} = 0.78 + 0.02 \cdot 9.4 = 0.968 \quad (P5.4.6)$$

- ze wzoru (5.26) liczbę Reynoldsa odpowiadającą liczbie Ma_{kr_kad} , uwzględniając jako wymiar charakterystyczny długość kadłuba:

$$Re = \frac{l_{kad} a_H}{\nu_H} Ma_{kr_kad} = \frac{14.1 \cdot 340.3}{14.6 \cdot 10^{-6}} 0.968 = 3.1813 \cdot 10^8 \quad (P5.4.7)$$

- ze wzoru (5.6) współczynnik oporu tarcia dla turbulentnej warstwy przyściennej:

$$C_f = \frac{0.074}{Re^{0.2}} = \frac{0.074}{(3.1813 \cdot 10^8)^{0.2}} = 1.4747 \cdot 10^{-3} \quad (P5.4.8)$$

- ze wzoru (5.27) wartość współczynnika η_{Ma} dla smukłości części nosowej:
 $f_{nos} = 3$:

$$\begin{aligned} \eta_{Ma} &= 2.1Ma^3 - 1.921Ma^2 + 0.712Ma + 0.891 = \\ &= 2.1 \cdot 0.968^3 - 1.921 \cdot 0.968^2 + 0.712 \cdot 0.968 + 0.891 = 1.684 \end{aligned} \quad (P5.4.9)$$

$f_{nos} = 5$:

$$\begin{aligned} \eta_{Ma} &= 0.902Ma^2 - 0.61Ma + 1.1 = \\ &= 0.902 \cdot 0.968^2 + 0.61 \cdot 0.968 + 1.1 = 1.355 \end{aligned} \quad (P5.4.10)$$

dla smukłości $f_{nos} = 3.4$ należy wykonać interpolację:

$$\begin{aligned}\eta_{Ma} &= \eta_{Ma_{\lambda_{nos}=3}} + \frac{\eta_{Ma_{\lambda_{nos}=5}} - \eta_{Ma_{\lambda_{nos}=3}}}{5-3}(3.4-3) = \\ &= 1.684 + \frac{1.355-1.684}{5-3}(3.4-3) = 1.618\end{aligned}\quad (P5.4.11)$$

- ze wzoru (5.24) sumę współczynników oporu tarcia i oporu ciśnieniowego kadłuba:

$$\begin{aligned}C_{x_{a0_kad}} &= C_{x_{t_kad}} + C_{x_{p_kad}} = 1.1 \cdot C_f \left(0.85 + \frac{2}{\lambda_{kad}} \right) \eta_{Ma} \frac{S_{kad_zmocz}}{S_{kad_poprz}} = \\ &= 1.1 \cdot 1.4747 \cdot 10^{-3} \left(0.85 + \frac{2}{9.4} \right) \cdot 1.618 \frac{57}{1.77} = 8.815 \cdot 10^{-2}\end{aligned}\quad (P5.4.12)$$

Otrzymana wartość współczynnika oporu kadłuba jest większa niż otrzymana I metodą.

Opór denny

Zgodnie z rys. P1.1.6:

$$\frac{d_{dno}}{d_{kad_zast}} = \frac{0.88}{1.5} = 0.589 \quad (P5.4.13)$$

Opór denny oblicza się ze wzoru (5.30). Biorąc do obliczeń wyniki otrzymane I metodą, mamy:

$$\begin{aligned}C_{x_{dno}} &= \frac{0.029 \left(\frac{d_{dno}}{d_{kad}} \right)^3}{\sqrt{C_{x_{t_kad}} + C_{x_{p_kad}}}} = \\ &= \frac{0.029 (0.589)^3}{\sqrt{7.763 \cdot 10^{-2} + 6.7828 \cdot 10^{-3}}} = 2.102 \cdot 10^{-2}\end{aligned}\quad (P5.4.14)$$

Natomiast uwzględnienie wyniku z (P5.4.12) daje $C_{x_{dno}} = 1.972 \cdot 10^{-2}$.

Zgodnie z (5.21) współczynnik całkowitego oporu kadłuba z uwzględnieniem oporu dennego w zakresie poddźwiękowym jest równy:

$$\begin{aligned}
 C_{xa0_kad} &= C_{x_t_kad} + C_{x_p_kad} + C_{x_dno} = \\
 &= 7.763 \cdot 10^{-2} + 2.102 \cdot 10^{-2} = 9.865 \cdot 10^{-2}
 \end{aligned}
 \tag{P5.4.15}$$

Zastosowanie wyników otrzymanych II metodą daje $C_{xa0_kad} = 1.03 \cdot 10^{-1}$.

Opór denny uwzględnia się, jeżeli umieszczony w kadłubie silnik nie pracuje.

A. Zakres transoniczny

Powyżej liczby Ma_{kr_kad} na kadłubie zaczynają się pojawiać obszary przepływu naddźwiękowego. Dla kadłubów osiowosymetrycznych o smukłości f_{kad} powyżej 5 ($f_{kad} > 5$) Ma_{kr_kad} jest rzędu 0.9. Dla cienkich ciał z zaokrąglonym noskiem zakres transoniczny obejmuje liczby Macha do ok. $Ma = 1.2 \div 1.3$. Dla większych liczb Macha odsunięta początkowo fala uderzeniowa styka się z noskiem i przepływ staje się całkowicie naddźwiękowy.

Często zakres transoniczny traktuje się jako nieobliczeniowy. W tym przypadku wartości C_{xa0_kad} interpoluje się linią prostą w oparciu o skrajne wartości tego współczynnika uzyskane dla Ma_{kr_kad} oraz liczby Macha równej:

$$Ma_{C_{xa0_kad_max}} = 0.82 + 0.03 f_{kad} \tag{5.33}$$

Dla tej liczby Macha współczynnik C_{xa0_kad} osiąga wartość maksymalną.

Metoda I

Do obliczenia współczynnika C_{xa0_kad} w zakresie transonicznym można też zastosować opisaną poniżej procedurę:

- Wykorzystując wzór (5.22), oblicza się współczynnik oporu tarcia dla liczby $Ma = 0.6$:

$$C_{x_t_kad_Ma=0.6} = C_{f_Ma=0.6} \frac{S_{kad_zmocz}}{S_{kad_poprz}} \tag{5.34}$$

Przyjmuje się, że $C_{x_t_kad}$ pozostaje stały, aż do $Ma = 1.2$.

- Ze wzoru (5.23) oblicza się współczynnik oporu ciśnieniowego dla $Ma = 0.6$:

$$C_{x_p_kad_Ma=0.6} = C_{f_Ma=0.6} \left[\frac{60}{f_{kad}^3} + 0.0025 f_{kad} \right] \frac{S_{kad_zmocz}}{S_{kad_poprz}} \quad (5.35)$$

Zakłada się, że współczynnik $C_{x_p_kad}$ jest stały do $Ma = 1.0$, a następnie maleje liniowo do zera dla $Ma = 1.2$,

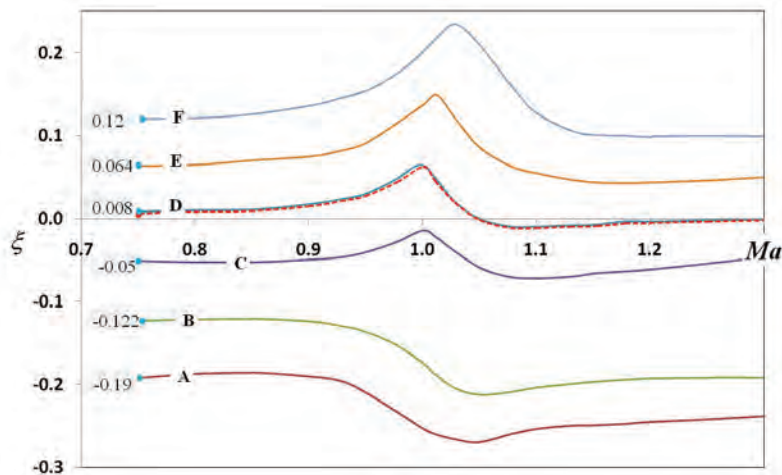
- Wykorzystując wzór (5.30), oblicza się iloraz:

$$\xi_0 = \frac{C_{x_dno_Ma=0.6}}{\left(\frac{d_{dno}}{d_{kad}} \right)^2} = \frac{0.029 \left(\frac{d_{dno}}{d_{kad}} \right)}{\sqrt{C_{x_t_kad_Ma=0.6} + C_{x_p_kad_Ma=0.6}}} \quad (5.36)$$

Na rys. 5.11 spośród krzywych (A, B, C, D, E, F) znajduje się dwie takie, że wartość ilorazu ξ_0 mieści się pomiędzy ich punktami początkowymi (niebieskie punkty). Krzywe te służą do interpolacji wartości współczynnika ξ dla kolejnych liczb Macha.

Dla kolejnych liczb Macha z zakresu transonicznego, aż do $Ma_{C_{x0_kad_max}}$:

- odczytuje się z rys. 5.11 wartości współczynnika ξ ;

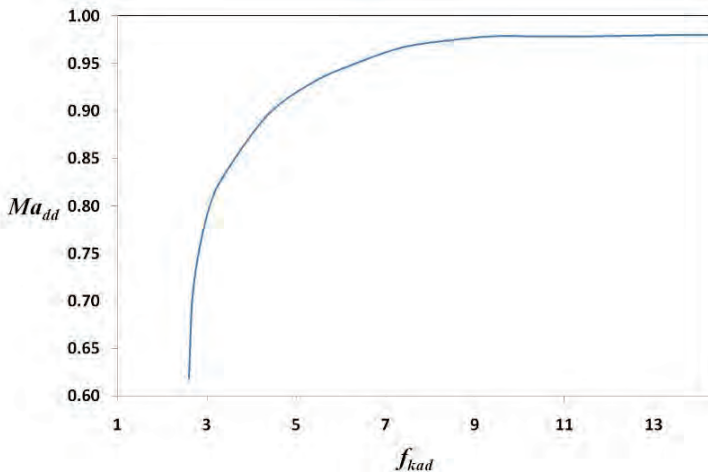


Rys. 5.11. Współczynnik do obliczania oporu dennego

- oblicza się wartość oporu dennego:

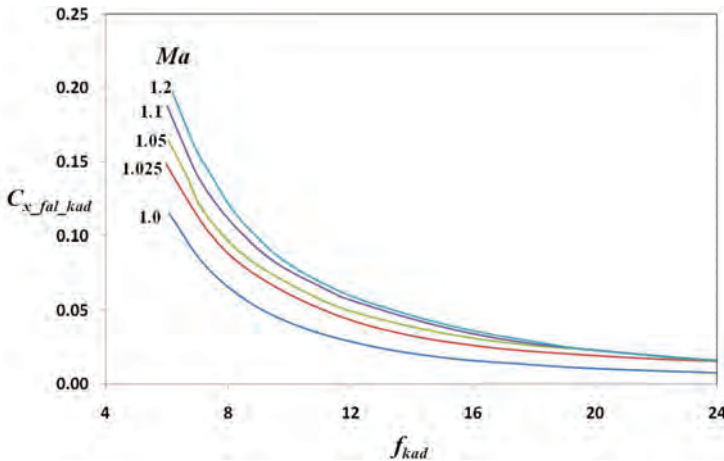
$$C_{x_dno} = \xi \cdot \left(\frac{d_{dno}}{d_{kad}} \right)^2 \quad (5.37)$$

- dla smukłości kadłuba f_{kad} z rys. 5.12 odczytuje się liczbę Ma_{dd} , dla której pochodna $\partial C_{xa0_kad} / \partial Ma$ osiąga wartość 0.1;



Rys. 5.12. Liczba Macha Ma_{dd} , dla której $dC_{xa} / dMa = 0.1$

- począwszy od Ma_{dd} , z rys. 5.13 odczytuje się współczynnik oporu falowego $C_{x_fal_kad}$ dla smukłości f_{kad} ;

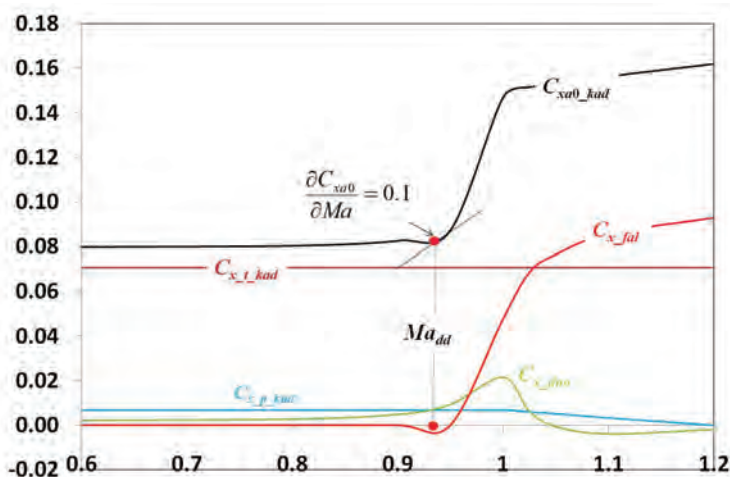


Rys. 5.13. Współczynnik oporu falowego kadłuba w zakresie transonicznym

- współczynnik C_{xa0_kad} oblicza się, sumując poszczególne składniki:

$$C_{xa0_kad} = C_{x_t_kad} + C_{x_p_kad} + C_{x_fal_kad} + C_{x_dno} \quad (5.38)$$

Podsumowanie opisanej powyżej metody stanowi rys. 5.14, na którym pokazano poszczególne składowe współczynnika oporu kadłuba odniesione do wartości maksymalnej C_{xa0_kad} .



Rys. 5.14. Składowe oporu kadłuba w zakresie transonicznym

Rysunek 5.13 dotyczy ciał osiowosymetrycznych o parabolicznym obrysie (patrz rys. 5.10). Z tego względu metoda I ma ograniczone zastosowanie do kadłubów o innym obrysie.

Metoda II

Inny sposób oceny wartości współczynnika oporu falowego kadłuba $C_{x_fal_kad}$ w zakresie transonicznym nie nakłada wymagań na obrys kadłuba. Wymaga on obliczenia zastępczej smukłości kadłuba:

$$f_{kad_zast} = f_{nos} + f_{tyl} + \Delta f_{kad_zast} \quad (5.39)$$

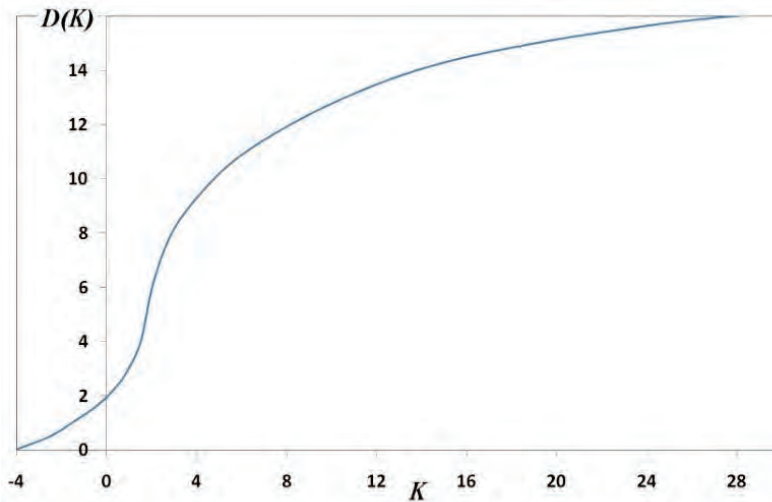
Uwzględnia się wydłużenie części nosowej i tylnej. Część środkowa kadłuba, która nie generuje oporu falowego, jest pominięta. Jednak jej obecność wpływa na opór falowy części nosowej, zmniejszając go. Dlatego we wzorze (5.39) występuje ostatni składnik $\Delta f_{kad_zast} = 2 \div 3$.

Współczynnik $C_{x_fal_kad}$ można obliczyć ze wzoru:

$$C_{x_fal_kad} = \frac{D(K)}{f_{kad_zast}^2} \quad (5.40)$$

gdzie: $K = f_{kad_zast}^2 (Ma^2 - 1) \quad (5.41)$

Przebieg zależności $D(K)$ pokazano na rys. 5.15.



Rys. 5.15. Funkcja $D(K)$ oporu kadłuba w zakresie transonicznym

Metoda II daje dużo większe wartości oporu falowego niż metoda I. Pokazano to w przykładzie 5.5.

Przykład 5.5

Oblicz współczynnik oporu w zakresie transonicznym dla kadłuba o danych takich jak w przykładzie 1.1.

Rozwiązanie:

Metoda I

Zgodnie z opisaną procedurą:

- do $Ma = 1.2$ współczynnik oporu tarcia kadłuba pozostaje stały, taki jak dla $Ma = 0.6$. Zatem wykorzystując obliczenia z przykładu 5.4, mamy:

$$C_{x_t_kad_Ma=0.6} = 7.0847 \cdot 10^{-2} \quad dla \quad Ma < 1.2 \quad (P5.5.1)$$

Wartość tę zawiera druga kolumna tabeli P5.5.1;

- do $Ma = 1.0$ współczynnik oporu ciśnieniowego kadłuba pozostaje stały, taki jak dla $Ma = 0.6$, a następnie maleje liniowo do zera dla $Ma = 1.2$. Wykorzystując obliczenia z przykładu 5.4, otrzymuje się:

$$C_{x_p_kad_Ma=0.6} = 6.7828 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \begin{cases} 1 & \text{dla } Ma \leq 1.0 \\ 1 - 5(Ma - 1) & \text{dla } 1.0 < Ma < 1.2 \end{cases} \quad (P5.5.2)$$

Wartości współczynnika oporu ciśnieniowego zawiera trzecia kolumna tabeli na końcu przykładu;

- ze wzoru (5.33) oblicza się liczbę Macha odpowiadającą maksymalnemu oporowi profilowemu kadłuba:

$$Ma_{C_{x0_kad_max}} = 0.82 + 0.03 f_{kad} = 0.82 + 0.03 \cdot 9.4 = 1.102 \quad (P5.5.3)$$

- ze wzoru (5.36) określa się początkową wartość współczynnika ξ :

$$\xi = \frac{C_{x_dno_Ma=0.6}}{\left(\frac{d_{dno}}{d_{kad}}\right)^2} = \frac{2.102 \cdot 10^{-3}}{\left(\frac{0.88}{1.5}\right)^2} = 6.107^{-3} \quad (P5.5.4)$$

Wartość ta mieści się pomiędzy punktami początkowymi krzywych C i D na rys. 5.11. Krzywe te służą do interpolacji. W efekcie uzyskuje się krzywą zaznaczoną na tym rysunku czerwoną przerywaną linią. Wartość współczynnika $C_{x_dno_Ma=0.6}$ obliczono w przykładzie 5.4;

- dla kolejnych liczb Macha z rys. 5.11 wyznacza się współczynnik ξ i ze wzoru (5.37) oblicza się współczynnik oporu dennego. Wyniki obliczeń zebrano w tabeli w czwartej i piątej kolumnie;
- dla smukłości $f_{kad} = 9.4$ z rys. 5.12 odczytuje się wartość liczby Macha: $Ma_{dd} = 0.979$;
- dla liczb Macha z przedziału od Ma_{dd} do 1.2 z rys. 5.13 odczytuje się współczynnik oporu falowego w zakresie transonicznym. Wynik zawiera szóstą kolumna tabeli.

W siódmej kolumnie tabeli zawarto sumaryczny współczynnik oporu kadłuba odniesiony do maksymalnego przekroju poprzecznego. Uwzględnia on opór denny. Współczynnik oporu kadłuba bez oporu dennego (przy pracującym silniku umieszczonym w kadłubie) zawiera kolumna ósma.

Ma	$C_{x_t_kad}$	$C_{x_p_kad}$	x	C_{x_dno}	$C_{x_fal_kad}$	C_{xa0_kad}	C_{xa0_kad} (bez dna)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
0.6	0.07085	0.00678	0.0061	0.0021	0.00000	0.0797	0.07763
0.8	0.07085	0.00678	0.0082	0.0028	0.00000	0.0806	0.07763
0.9	0.07085	0.00678	0.0145	0.005	0.00000	0.0826	0.07763
0.95	0.07085	0.00678	0.0274	0.0094	0.00000	0.0871	0.07763
1	0.07085	0.00678	0.0625	0.0215	0.04785	0.1469	0.12548
1.025	0.07085	0.00593	0.0183	0.0063	0.06853	0.1453	0.14531
1.05	0.07085	0.00509	-0.0019	-0.0006	0.07659	0.1525	0.15252
1.1	0.07085	0.00339	-0.0113	-0.0039	0.08592	0.1602	0.16016
1.2	0.07085	0.00000	-0.0054	-0.0019	0.09295	0.1638	0.16380

Metoda II

Zgodnie z danymi obliczonymi w przykładzie 1.1 wydłużenia części nosowej i tylnej są odpowiednio równe: $f_{nos} = 3.4$, $f_{tyl} = 2.1$. Przyjmując $\Delta f_{kad_zast} = 2.7$, mamy:

- ze wzoru (5.39):

$$f_{kad_zast} = f_{nos} + f_{tyl} + \Delta f_{kad_zast} = 3.4 + 2.1 + 3 = 8.5 \quad (P5.5.5)$$

- ze wzoru (5.41):

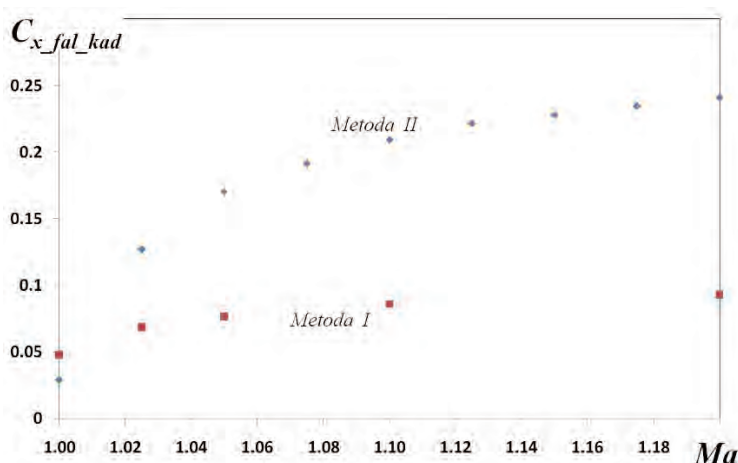
$$K = f_{kad_zast}^2 (Ma^2 - 1) = 8.5^2 (Ma^2 - 1) = 67.24 \cdot (Ma^2 - 1) \quad (P5.5.6)$$

W tabeli poniżej przedstawiono wyniki obliczone w zakresie transonicznym. Kolumna czwarta zawiera obliczone wartości oporu falowego. Natomiast w kolumnie piątej zamieszczono współczynnik oporu całkowitego, który uwzględnia opór tarcia obliczony w (P5.5.1).

Ma	K	$D(K)$	$C_{x_fal_kad}$	C_{x0_kad}
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
0.95	-6.5559	0.0000	0.0000	0.0708
0.975	-3.3200	0.3033	0.0045	0.0754
1	0.0000	1.9590	0.0291	0.1000
1.025	3.4040	8.5450	0.1271	0.1979
1.05	6.8921	11.4585	0.1704	0.2413
1.075	10.4642	12.8867	0.1917	0.2625
1.1	14.1204	14.0727	0.2093	0.2801

Ma	K	$D(K)$	$C_{x_fal_kad}$	C_{x0_kad}
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1.125	17.8606	14.8993	0.2216	0.2924
1.15	21.6849	15.3117	0.2277	0.2986
1.175	25.5932	15.7854	0.2348	0.3056
1.2	29.5856	16.2054	0.2410	0.3119

Na rys. P5.5.1 pokazano wyniki obliczeń oporu falowego kadłuba otrzymane przy wykorzystaniu obu metod. Ponieważ metoda I wykorzystuje rys. 5.13, który dotyczy zakresu $Ma > 1$, to porównanie wyników przedstawiono dla tego zakresu. Przyjęcie większych wartości Δf_{kad_zast} zmniejsza wartość obliczonego oporu falowego.



Rys. P5.5.1. Współczynnik oporu falowego kadłuba w zakresie transonicznym

C. Zakres naddźwiękowy

Metoda I

Podobnie jak dla skrzydła w zakresie naddźwiękowym współczynnik oporu tarcia kadłuba maleje ze wzrostem liczby Macha dla stałej liczby Reynoldsa. Opór ten zależy też od wymiany ciepła pomiędzy powierzchnią kadłuba i strumieniem powietrza. Praktycznie współczynnik oporu tarcia kadłuba w zakresie naddźwiękowym można wyznaczyć, zakładając brak wymiany ciepła oraz stosując metodę dotyczącą turbulentnego opływu naddźwiękowego płaskiej płyty.

Obliczając C_{xa0_kad} , można zastosować wzór:

$$C_{xa0_kad} = C_{x_t_kad} + C_{x_fal_kad} + C_{x_dno} \quad (5.42)$$

Dla liczb Macha większych od $Ma_{C_{xa0_kad_max}}$ współczynnik oporu tarcia jest równy:

$$C_{x_t_kad} = C_{f*} \frac{S_{kad_zmocz}}{S_{kad_poprz}} \quad (5.43)$$

Współczynnik C_{f*} dotyczy turbulentnej warstwy przyściennej w przepływie naddźwiękowym. Uwzględniając wpływ liczby Macha oraz wzór (5.6), można go przedstawić w postaci:

$$C_{f*} = \frac{0.074}{Re^{0.2}} \frac{1}{\sqrt{1 + 0.12Ma^2}} \quad (5.44)$$

W tym przypadku liczbę Reynoldsa określa się w oparciu o długość kadłuba i bieżącą liczbę Macha:

$$Re = \frac{l_{kad} a_H}{\nu_H} Ma \quad (5.45)$$

Z kolei współczynnik oporu falowego przybliża wzór:

$$C_{x_fal_kad} = \left(0.4 + \frac{0.6}{Ma^2} \right) \left(\frac{d_{kad}}{l_{nos}} \right)^{3/2} \quad (5.46)$$

l_{nos} jest długością przedniej części kadłuba, tak jak pokazano na rys. 1.14.

Należy podkreślić, że wzór (5.46) daje jedynie szacunkową wartość współczynnika oporu falowego kadłuba. Nie uwzględnia on geometrii przedniej i tylnej części kadłuba, które mają istotny wpływ na wartość $C_{x_fal_kad}$.

Współczynnik oporu dennego jest równy:

$$C_{x_dno} = \frac{0.857}{f_{kad} Ma} \left(2 - \frac{Ma}{f_{kad}} \frac{d_{dno}}{d_{kad}} \right) \left(\frac{d_{dno}}{d_{kad}} \right)^2 \quad (5.47)$$

Metoda II

W bardziej szczegółowych obliczeniach współczynnik C_{xa0_kad} w zakresie naddźwiękowym można przedstawić jako sumę składników pochodzących od oporu tarcia $C_{x_t_kad}$, współczynników oporu falowego przedniej i tylnej części kadłuba – $C_{x_fal_nos}$ i $C_{x_fal_tyl}$, interferencji aerodynamicznej C_{x_interf} , dodatkowego oporu wynikającego z kształtu noska kadłuba C_{x_kn} oraz oporu dennego C_{x_dno} :

$$C_{xa0_kad} = C_{x_t_kad} + C_{x_fal_nos} + C_{x_fal_tyl} + C_{x_interf} + C_{x_kn} + C_{x_dno} \quad (5.48)$$

Współczynnik oporu tarcia oblicza się ze wzoru:

$$C_{x_t_kad} = C_f \frac{S_{kad_zmocz}}{S_{kad_poprz}} \quad (5.49)$$

C_f określa się analogicznie jak dla skrzydła, korzystając z rys. 5.3 i 5.4.

Wyznaczenie współczynników oporu falowego, oporu od interferencji i od kształtu noska wymaga zastosowania złożonych, otrzymanych eksperymentalnie charakterystyk. Uwzględniają one kształt obrysu i przekroju poszczególnych części kadłuba oraz ich charakterystyki geometryczne.

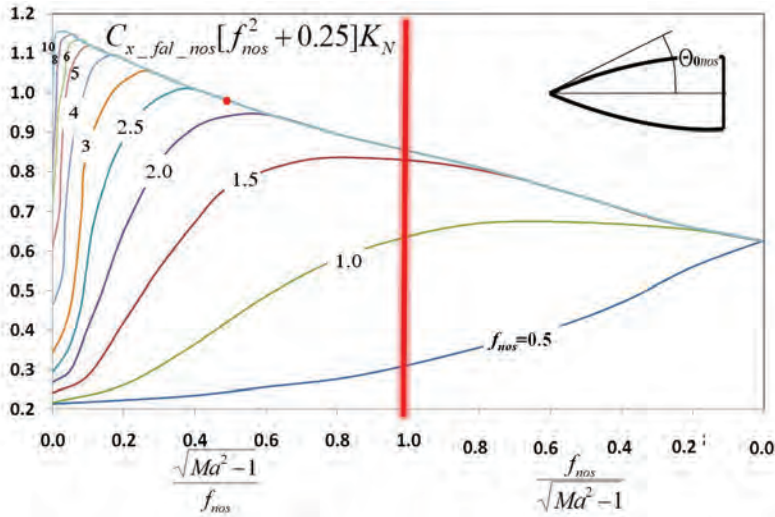
Na rys. 5.16 i 5.17 pokazano takie przykładowe charakterystyki dotyczące zamkniętego noska o obrysie ostrołukowym oraz stożkowym. Pozwalają one na obliczenie współczynnika $C_{x_fal_nos}$. Aby je wykorzystać, należy obliczyć ilorazy $\sqrt{Ma^2 - 1} / f_{nos}$ lub $f_{nos} / \sqrt{Ma^2 - 1}$. Do obliczeń bierze się ten iloraz, który jest mniejszy od jedności. W przypadku obrysu ostrołukowego uwzględnia się współczynnik korekcyjny K_N . Zależy on od kąta półstożka θ_{0nos} . Można go obliczyć ze wzoru:

$$K_N = 3.52 \cdot 10^{-2} \theta_{0nos}^3 + 7.782 \cdot 10^{-2} \theta_{0nos}^2 + 2.071 \cdot 10^{-2} \theta_{0nos} + 1 \quad (5.50)$$

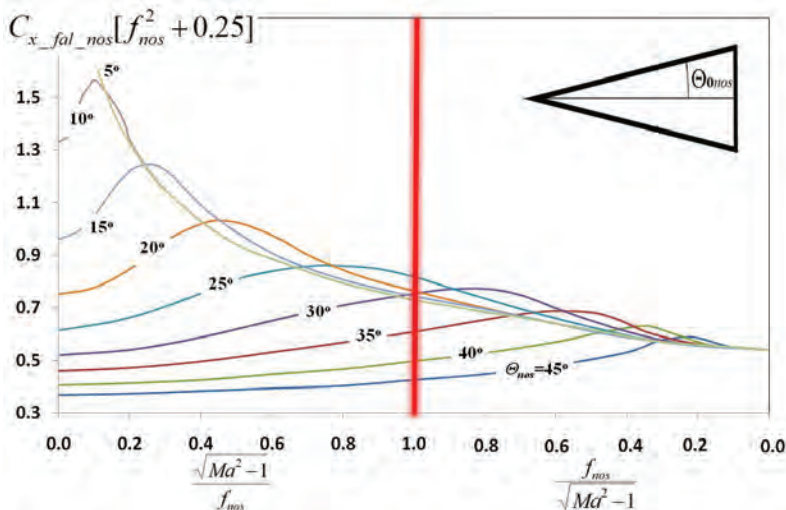
Kąt θ_{0nos} powinien być wzięty w radianach.

Współczynnik $C_{x_fal_tyl}$ dotyczący tylnej części kadłuba określa się, wykorzystując rys. 5.18 dla obrysu ostrołukowego lub 5.19 dla obrysu stożkowego.

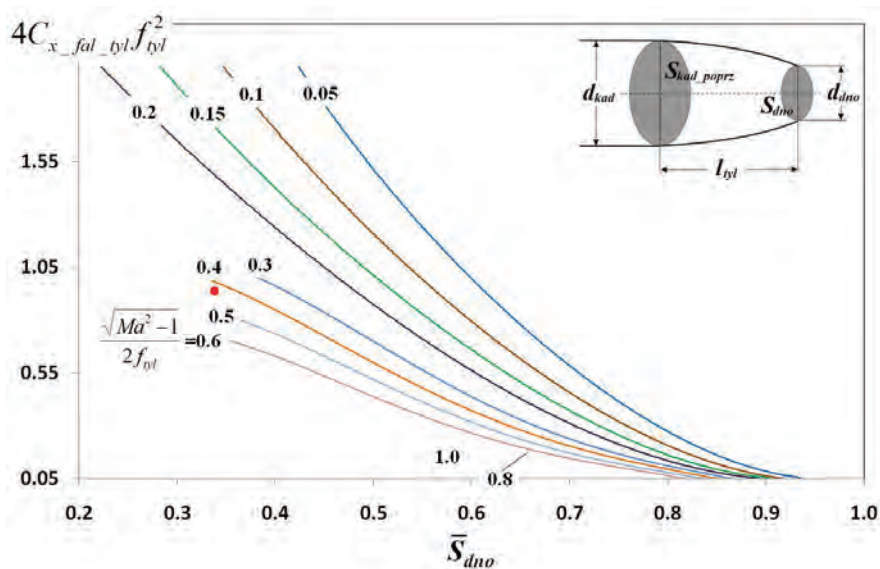
Z kolei rys. 5.20 pozwala odczytać współczynnik oporu C_{x_interf} będący wynikiem oddziaływania części nosowej i centralnej kadłuba na część tylną. Dodatkowego oporu falowego powstającego, jeżeli ostrołukowa część nosowa kadłuba jest zaokrąglona, dotyczą rys. 5.21 i 5.22.



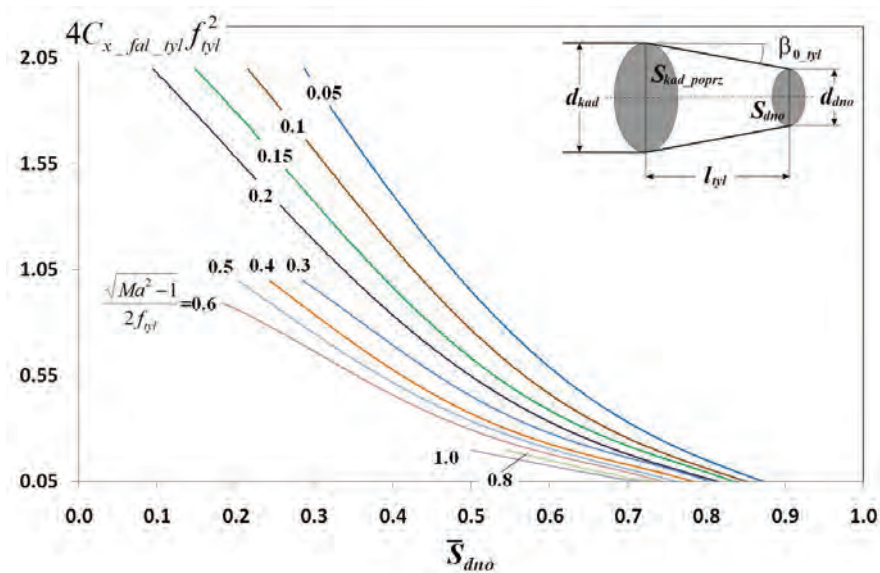
Rys. 5.16. Diagram do obliczania współczynnika oporu falowego noska o obrysie ostrołukowym



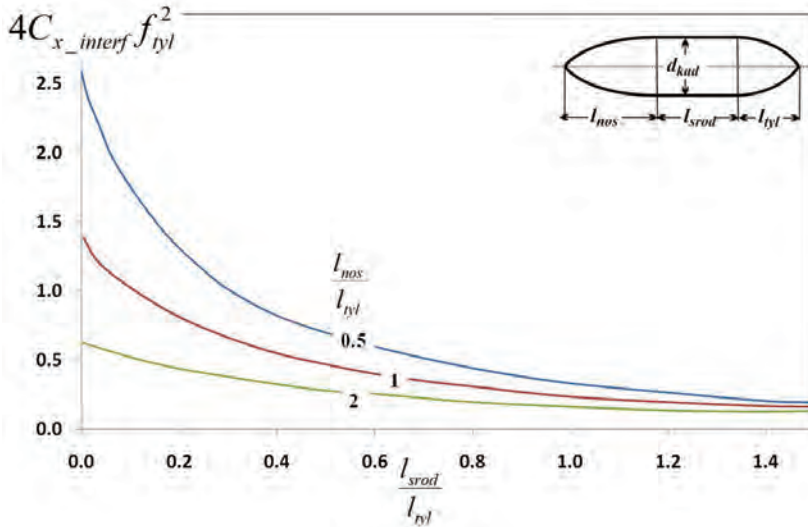
Rys. 5.17. Diagram do obliczania współczynnika oporu falowego noska o obrysie stożkowym



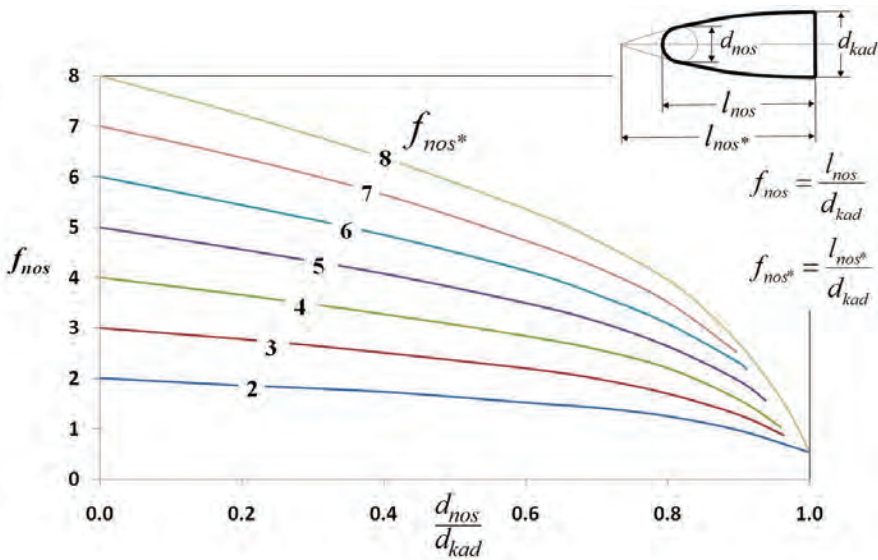
Rys. 5.18. Diagram do obliczania współczynnika oporu falowego tyłu kadłuba o obrysie ostrołukowym



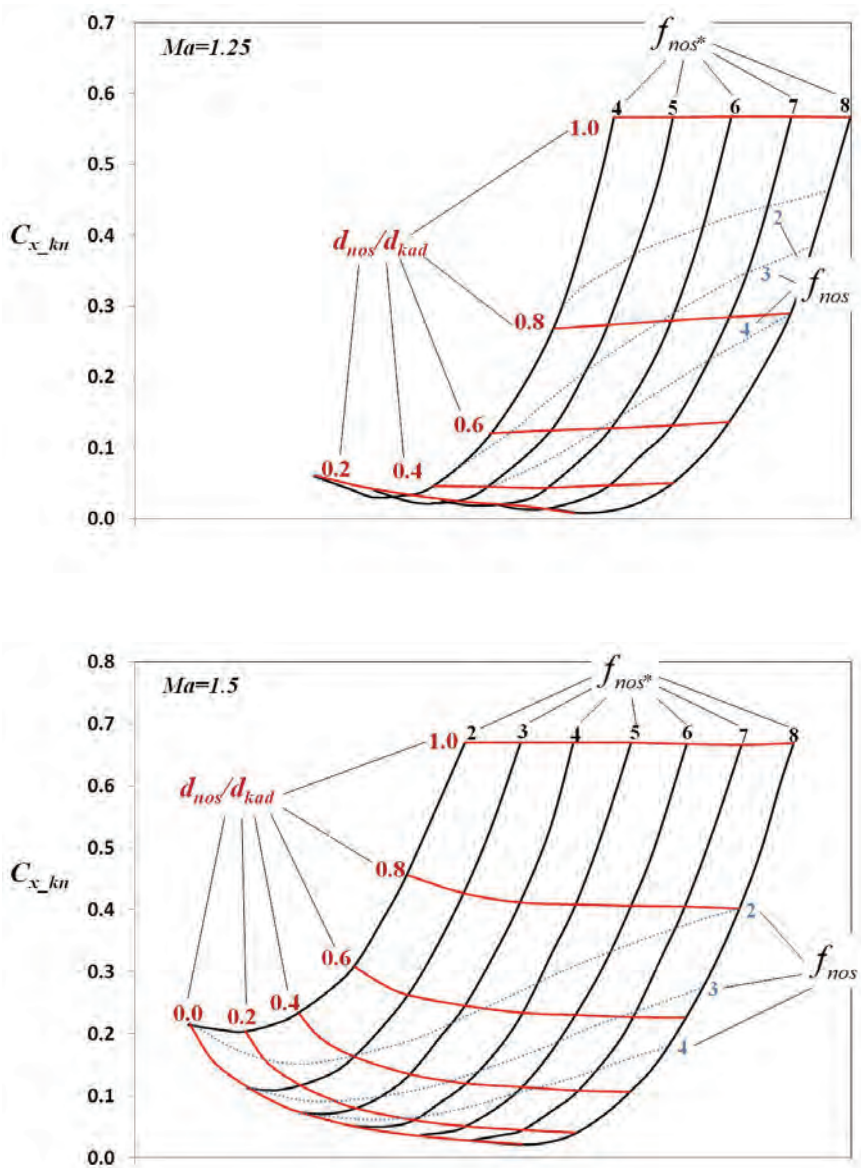
Rys. 5.19. Diagram do obliczania współczynnika oporu falowego tyłu kadłuba o obrysie stożkowym



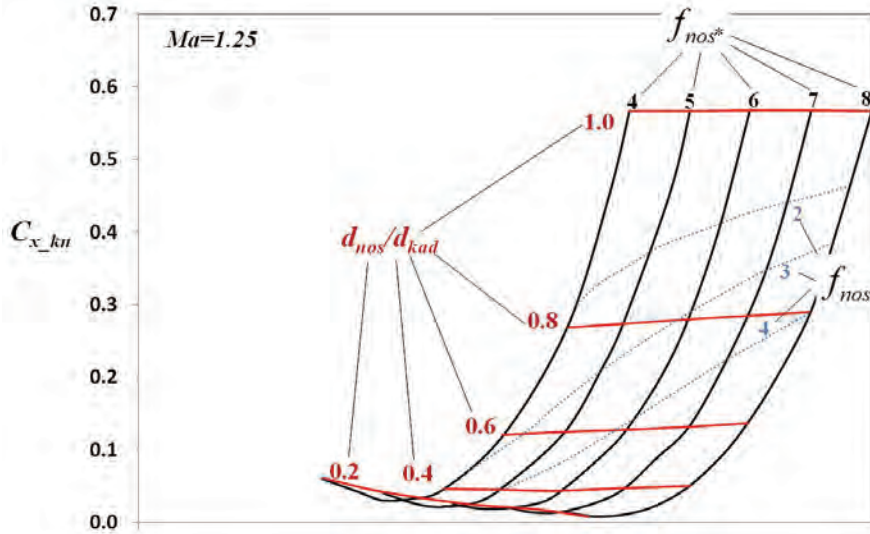
Rys. 5.20. Diagram do obliczania współczynnika oporu interferencyjnego



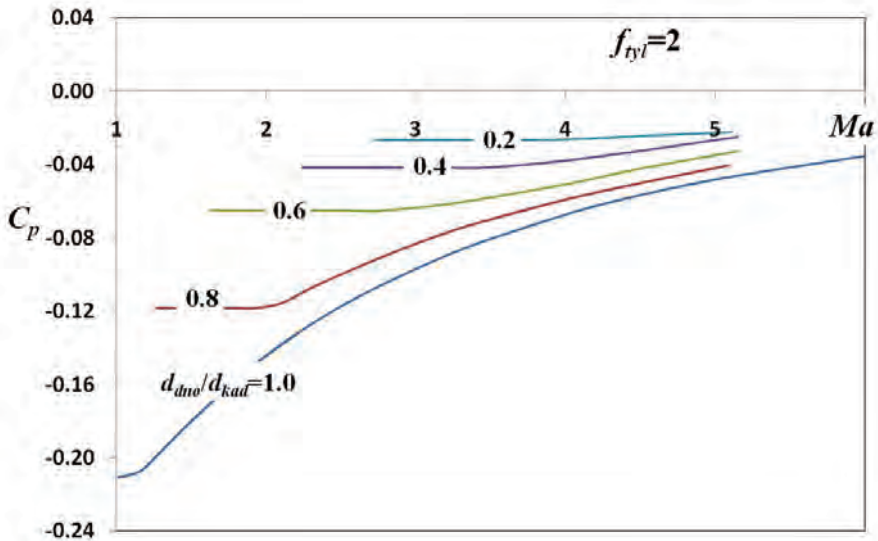
Rys. 5.21. Diagram pomocniczy do obliczania współczynnika oporu kadłuba z noskiem zaokrąglonym



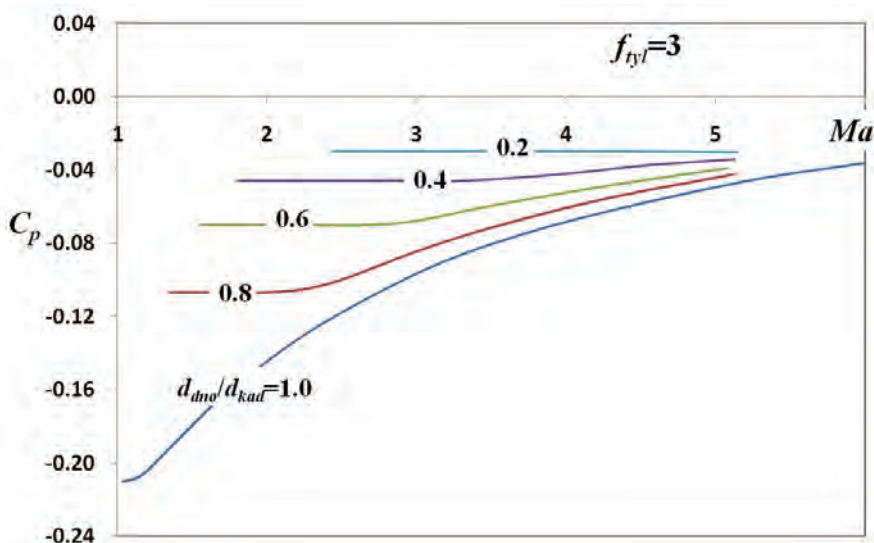
Rys. 5.22. Diagramy do obliczania współczynnika dodatkowego oporu wynikającego z kształtu zaokrąglenia noska o obrysie ostrołukowym



Rys. 5.22. cd. Diagramy do obliczania współczynnika dodatkowego oporu wynikającego z kształtu zaokrąglenia noska o obrysie ostrołukowym



Rys. 5.23. Współczynnik ciśnienia C_p do obliczania oporu dennego (część tylna o obrysie stożkowym)



Rys. 5.23. cd. Współczynnik ciśnienia C_p do obliczania oporu dennego (część tylna o obrysie stożkowym)

Jeżeli przekrój poprzeczny noska lub części tylnej kadłuba nie są cylindryczne, to w celu określenia omówionych powyżej składowych współczynnika $C_{x_{a0_kad}}$ należy obliczyć średnicę zastępczą (ze wzoru analogicznego do (1.33)) i wykorzystywać ją podczas analizy charakterystyk.

Współczynnik oporu dennego oblicza się ze wzoru:

$$C_{x_dno} = -C_p \frac{S_{dno}}{S_{kad_poprz}} \quad (5.51)$$

Występujący tu współczynnik ciśnienia C_p zależy od kształtu i wydłużenia tylnej części kadłuba. Na rys. 5.23 pokazano przykładowy przebieg tego współczynnika w funkcji liczby Macha dla dwóch wydłużeń tylnej części kadłuba dla różnych stosunków średnicy powierzchni dennej odniesionej do średnicy części centralnej kadłuba.

Dla kadłubów, które mają obrysy noska i części tylnej inne niż opisane powyżej, używa się analogicznych charakterystyk.

Przykład 5.6

Oblicz współczynnik oporu w zakresie naddźwiękowym dla $Ma = 2$ dla kadłuba, którego dane podano w przykładzie 1.1.

Rozwiązanie:

Metoda I

Oblicza się kolejno:

- z (5.45) liczbę Reynoldsa odpowiadającą liczbie Macha $Ma = 2$:

$$Re = \frac{l_{kad} a_H}{\nu_H} Ma = \frac{14.1 \cdot 340.3}{14.6 \cdot 10^{-6}} \cdot 2 = 6.573 \cdot 10^8 \quad (P5.6.1)$$

- z (5.44) współczynnik tarcia płaskiej płytki w opływie turbulentnym:

$$C_{f*} = \frac{0.074}{Re^{0.2}} \frac{1}{\sqrt{1 + 0.12 Ma^2}} = \frac{0.074}{(6.573 \cdot 10^8)^{0.2}} \frac{1}{\sqrt{1 + 0.12 \cdot 2^2}} = 1.0485 \cdot 10^{-3} \quad (P5.6.2)$$

- z (5.43) współczynnik oporu tarcia kadłuba:

$$C_{x_{t_kad}} = C_{f*} \frac{S_{kad_zmocz}}{S_{kad_poprz}} = 1.0485 \cdot 10^{-3} \frac{57}{1.77} = 3.3764 \cdot 10^{-2} \quad (P5.6.3)$$

- z (5.46) współczynnik oporu falowego:

$$C_{x_{fal_kad}} = \left(0.4 + \frac{0.6}{Ma^2} \right) \left(\frac{d_{kad}}{l_{nos}} \right)^{3/2} = \left(0.4 + \frac{0.6}{2^2} \right) \left(\frac{1.5}{5.1} \right)^{3/2} = 8.7729 \cdot 10^{-2} \quad (P5.6.4)$$

- z (5.47) współczynnik oporu dennego:

$$\begin{aligned} C_{x_{dno}} &= \frac{0.857}{f_{kad} Ma} \left(2 - \frac{Ma}{f_{kad}} \frac{d_{dno}}{d_{kad}} \right) \left(\frac{d_{dno}}{d_{kad}} \right)^3 = \\ &= \frac{0.857}{9.4 \cdot 2} \left(2 - \frac{2}{9.4} \frac{0.88}{1.5} \right) \left(\frac{0.88}{1.5} \right)^3 = 1.726 \cdot 10^{-2} \end{aligned} \quad (P5.6.5)$$

Całkowity współczynnik siły oporu kadłuba równy jest sumie:

$$C_{x_{a0_kad}} = C_{x_{t_kad}} + C_{x_{fal_kad}} = 3.3764 \cdot 10^{-2} + 8.7729 \cdot 10^{-2} = 0.1215 \quad (P5.6.6)$$

Jeżeli uwzględnić opór denny, otrzymuje się $C_{x_{a0_kad}} = 0.13875$.

Wartości te odniesione są do maksymalnego przekroju poprzecznego kadłuba.

Metoda II

Nosek

Nosek kadłuba ma obrys ostrołukowy o kącie $\theta_N = 30^\circ$.

Z (5.50) oblicza się współczynnik K_N :

$$\begin{aligned} K_N &= 3.52 \cdot 10^{-2} \theta_{nos}^3 + 7.782 \cdot 10^{-2} \theta_{nos}^2 + 2.071 \cdot 10^{-2} \theta_{nos} + 1 = \\ &= 3.52 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{30}{57.29} \right)^3 + 7.782 \cdot 10^{-2} \cdot \left(\frac{30}{57.29} \right)^2 + 2.071 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{30}{57.29} + 1 = 1.037 \end{aligned} \quad (P5.6.7)$$

$$\text{Dla } Ma = 2 \quad \beta = \sqrt{Ma^2 - 1} = \sqrt{2^2 - 1} = 1.7321.$$

$$\frac{\beta}{f_{nos}} = \frac{1.7321}{3.4} = 0.509 \quad (P5.6.8)$$

Dla tej wartości i $f_{nos} = 3.4$ z rys. 5.16 interpolacja daje:

$$C_{x_fal_nos} [f_{nos}^2 + 0.25] K_N = 0.9731 \quad (P5.6.9)$$

Punkt odpowiadający tej wartości zaznaczono na rysunku. Znając tę wartość oblicza się:

$$C_{x_fal_nos} = \frac{C_{x_fal_nos} [f_{nos}^2 + 0.25] K_N}{[f_{nos}^2 + 0.25] K_N} = \frac{0.9731}{(3.4^2 + 0.25) \cdot 1.04} = 7.944 \cdot 10^{-2} \quad (P5.6.10)$$

Tył

Tył kadłuba ma obrys ostrołukowy. Oblicza się iloraz:

$$\bar{S}_{dno} = \left(\frac{d_{dno}}{d_{kad}} \right)^2 = \left(\frac{0.88}{1.5} \right)^2 = 0.344 \quad (P5.6.11)$$

Dla $Ma = 2$:

$$\frac{\sqrt{Ma^2 - 1}}{2 f_{tyl}} = \frac{\sqrt{2^2 - 1}}{2 \cdot 2.1} = 0.412 \quad (P5.6.12)$$

Korzystając z rys. 5.18, odczytuje się:

$$4C_{x_fal_tyl} f_{tyl}^2 = 0.9514 \quad (P5.6.13)$$

Punkt odpowiadający tej wartości zaznaczono na rysunku. Znając tę wartość, oblicza się:

$$C_{x_fal_tyl} = \frac{C_{x_fal_tyl} f_{tyl}^2}{4 f_{tyl}^2} = \frac{0.9514}{4 \cdot 2.1^2} = 5.40 \cdot 10^{-2} \quad (P5.6.14)$$

Interferencja

Oblicza się ilorazy:

$$\frac{l_{nos}}{l_{tyl}} = \frac{5.1}{3.1} = 1.64, \quad \frac{l_{srod}}{l_{tyl}} = \frac{5.9}{3.1} = 1.9 \quad (P5.6.15)$$

Wartość iloczynu l_{srod}/l_{tyl} wykracza poza zakres rys. 5.20. Do obliczeń przyjęto:

$$4C_{x_interf} f_{tyl}^2 \approx 0.1 \quad (P5.6.16)$$

Stąd:

$$C_{x_interf} = \frac{4C_{x_interf} f_{tyl}^2}{4 f_{tyl}^2} = \frac{0.1}{4 \cdot 2.1^2} = 5.67 \cdot 10^{-3} \quad (P5.6.17)$$

Kształt noska

Ponieważ nosek kadłuba nie jest zaokrąglony, to:

$$C_{x_kn} = 0 \quad (P5.6.18)$$

Opór denny

Opór denny uwzględnia się, jeżeli silniki nie pracują. Na podstawie rys. 5.23, przyjmując, że $C_p = -0.065$, ze wzoru (5.51) otrzymuje się:

$$C_{x_dno} = -C_p \frac{S_{dno}}{S_{kad_poprz}} = -(-0.065) \left(\frac{0.88}{1.5} \right)^2 = 2.237 \cdot 10^{-2} \quad (P5.6.19)$$

Jest to wartość większa o 23% od obliczonej w (P5.6.5).

Całkowity współczynnik siły oporu kadłuba równy jest sumie:

$$C_{xa0_kad} = C_{x_t_kad} + C_{x_fal_nos} + C_{x_fal_tyl} + C_{x_interf} + C_{x_kn} = \quad (P5.6.20)$$

$$= 3.3764 \cdot 10^{-2} + 7.944 \cdot 10^{-2} + 5.41 \cdot 10^{-2} + 5.67 \cdot 10^{-3} + 0 = 0.173$$

Jeżeli uwzględnić opór denny, otrzymuje się $C_{xa0_kad} = 0.195$.

Podobnie jak w metodzie I wartości te odniesione są do maksymalnego przekroju poprzecznego kadłuba.

W tabeli poniżej zestawiono wyniki obliczeń dla kilku liczb Macha z zakresu naddźwiękowego.

Ma	$C_{x_t_kad}$	$C_{x_fal_nos}$	$C_{x_fal_tyl}$	C_{x_interf}	C_{xa0_kad}
1.3	0.040823	0.0870	0.0834	0.00567	0.2170
1.4	0.039691	0.0856	0.0754	0.00567	0.2065
1.5	0.038607	0.0844	0.0681	0.00567	0.1968
1.6	0.037566	0.0833	0.0628	0.00567	0.1893
1.7	0.036563	0.0822	0.0590	0.00567	0.1835
1.8	0.035597	0.0812	0.0574	0.00567	0.1799
1.9	0.034664	0.0803	0.0558	0.00567	0.1764
2	0.033764	0.0794	0.0540	0.00567	0.1729

5.1.3. Współczynnik oporu profilowego całego samolotu

Jeżeli współczynniki oporu skrzydła, usterzenia poziomego, usterzenia pionowego oraz kadłuba obliczone zostały w oparciu o metody opisane w podrozdz. 5.1.1. i 5.1.2, to aby obliczyć współczynnik C_{xa0} całego samolotu, należy uwzględnić, że dotyczą one różnych powierzchni odniesieniowych. Są to odpowiednio: powierzchnia skrzydła S , powierzchnia usterzenia poziomego S_H , powierzchnia usterzenia pionowego S_V , powierzchnia największego przekroju poprzecznego kadłuba S_{kad_poprz} . Ponieważ współczynnik C_{xa0} odnosi się do powierzchni skrzydła, to oblicza się go ze wzoru:

$$C_{xa0} = C_{xa0_skrz} + C_{xa0_H} \frac{S_H}{S} + C_{xa0_V} \frac{S_V}{S} + C_{xa0_kad} \frac{S_{kad_poprz}}{S} \quad (5.52)$$

Niekiedy, w szacunkowych obliczeniach, można przyjąć, że współczynniki dotyczące usterzenia poziomego i pionowego są takie same jak dla skrzydła:

$$(C_{xa0_H}, C_{xa0_V}) \approx C_{xa0_skrz} \quad (5.53)$$

W takim przypadku wzór (5.52) upraszcza się do postaci:

$$C_{xa0} = C_{xa0_skrz} \left(1 + \frac{S_H + S_V}{S} \right) + C_{xa0_kad} \frac{S_{kad_poprz}}{S} \quad (5.54)$$

Przykład 5.7

W oparciu o wyniki obliczeń z przykładów 5.1÷5.6 oblicz współczynnik oporu samolotu przy zerowej sile nośnej.

Rozwiązanie

Występujące we wzorze (5.54) mnożniki są równe:

$$1 + \frac{S_H + S_V}{S} = 1 + \frac{12.25 + 5.06}{28} = 1.618, \quad \frac{S_{kad_poprz}}{S} = \frac{1.77}{28} = 0.0632 \quad (P5.7.1)$$

Zakres poddźwiękowy

Z przykładu 5.1 (P5.1.3) dla skrzydła: $C_{xa0_skrz} = 5.7506 \cdot 10^{-3}$

Z przykładu 5.4 (P5.4.5) dla kadłuba: $C_{xa0_kad} = 7.763 \cdot 10^{-2}$

Ze wzoru (5.54):

$$\begin{aligned} C_{xa0} &= C_{xa0_skrz} \left(1 + \frac{S_H + S_V}{S} \right) + C_{xa0_kad} \frac{S_{kad_poprz}}{S} = \\ &= 5.7506 \cdot 10^{-3} \cdot 1.618 + 7.763 \cdot 10^{-2} \cdot 0.0632 = 0.01421 \end{aligned} \quad (P5.7.2)$$

Dla obliczonej w przykładzie 5.4 metodą II wartości $C_{xa0_kad} = 8.815 \cdot 10^{-2}$ otrzymuje się $C_{xa0} = 0.0149$.

Zakres transoniczny

Obliczenia dotyczące zakresu transonicznego zawarte są w przykładzie 5.2 (rys. P5.2.2) dla skrzydła i 5.5 dla kadłuba. Na ich podstawie, stosując wzór (5.54), otrzymuje się następujące wartości współczynnika C_{xa0} dla całego samolotu:

Ma	C_{xa0_skrz}	C_{xa0_kad}	C_{xa0}
0.95	0.005751	0.07763	0.014213
1	0.007338	0.12548	0.019807
1.025	0.008615	0.145312	0.023127
1.05	0.010713	0.152524	0.026978
1.1	0.01508	0.160158	0.034526
1.2	0.015709	0.163797	0.035775

Zakres naddźwiękowy

Dla liczby $Ma = 2$ mamy:

Z przykładu 5.3 dla skrzydła: $C_{xa0_skrz} = 1.2326 \cdot 10^{-2}$

Z przykładu 5.6 dla kadłuba: $C_{xa0_kad} = 0.1215$

Ze wzoru (5.54):

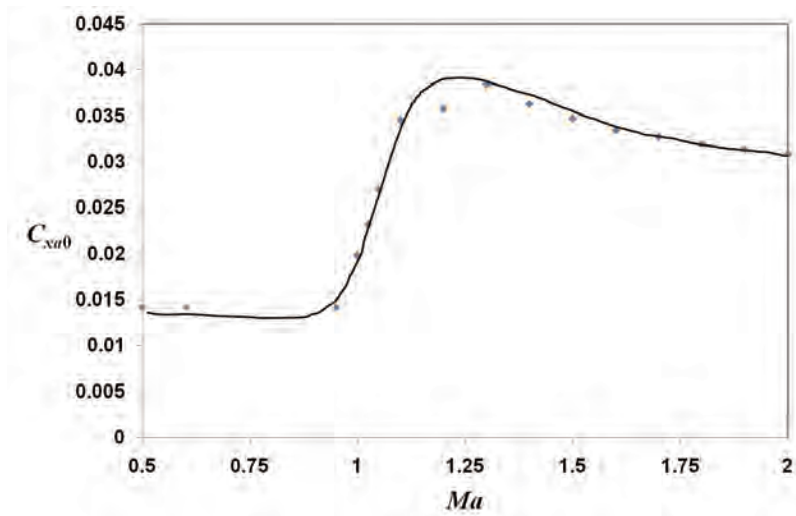
$$C_{xa0} = C_{xa0_skrz} \left(1 + \frac{S_H + S_V}{S} \right) + C_{xa0_kad} \frac{S_{kad_poprz}}{S} = \quad (P5.7.3)$$

$$= 1.2326 \cdot 10^{-2} \cdot 1.618 + 0.1215 \cdot 0.0632 = 0.02966$$

Obliczenia dla różnych liczb Macha z zakresu naddźwiękowego zebrano w tabeli poniżej.

Ma	C_{xa0_skrz}	C_{xa0_kad}	C_{xa0}
1.3	0.015259	0.217	0.038403
1.4	0.014383	0.2065	0.036322
1.5	0.013769	0.1968	0.034716
1.6	0.013337	0.1893	0.033543
1.7	0.013011	0.1835	0.032649
1.8	0.01275	0.1799	0.031999
1.9	0.012527	0.1764	0.031417
2	0.012326	0.1729	0.030871

Rysunek P5.7.1 pokazuje otrzymane wyniki w całym zakresie prędkości lotu.



Rys. P5.7.1. Współczynnik oporu samolotu przy zerowej sile nośnej C_{xa0}

5.1.4. Statystyczna metoda określenia współczynnika oporu profilowego C_{xa0}

A. Metoda „cały samolot”

Poza opisanymi powyżej metodami do wyznaczania w zakresie poddźwiękowym współczynnika oporu C_{xa0} całego samolotu można zastosować też metodę bazującą na danych statystycznych, w oparciu o które ustalono tzw. równoważny współczynnik oporu $C_{xa0_równ}$. Jeżeli dla samolotu spełniona jest nierówność $C_{xa_t} \gg C_{xa_p}$, tzn. opór tarcia jest dominujący, to zastosowanie ma wzór:

$$C_{xa0} = C_{xa0_równ} \frac{S_{zmocz}}{S} \quad (5.55)$$

S_{zmocz} jest powierzchnią „zmoczoną” całego samolotu. Jest to powierzchnia, która ma fizyczny kontakt z opływającym powietrzem. Obejmuje zatem np. górną i dolną powierzchnię skrzydła. Można ją obliczyć na podstawie uproszczonego rysunku samolotu, dzieląc go na prostsze figury geometryczne, lub uzyskać z komputerowego modelu geometrii samolotu, o ile model taki istnieje. Można też zastosować wzór:

$$S_{zmocz} = \pi d_{kad_zast} (l_{kad} - 1.3 d_{kad_zast}) + S_{skrz_zewn} (2 + 0.5 \bar{c}) + 2(S_H + S_V) \quad (5.56)$$

Przykładowe wartości $C_{xa0_równ}$ podano w tabeli 5.3.

Tabela 5.3

Współczynnik $C_{xa0_równ}$

Typ samolotu	$C_{xa0_równ}$
Pasażerskie i bombowce odrzutowe	0.0030
Naddźwiękowe rejsowe	0.0025
Transportowe wojskowe	0.0035
Myśliwskie odrzutowe	0.0035
Lekkie jednośmigłowe	0.0055
Lekkie dwuśmigłowe	0.0045

B. Metoda „elementy samolotu”

Rozwinięcie wzoru (5.55) polega na wykorzystaniu równoważnych współczynników siły oporu głównych elementów konstrukcyjnych samolotu oraz ich powierzchni odniesieniowych:

$$C_{xa0} = \frac{1}{S} \sum C_{xa0_element} S_{element} \quad (5.57)$$

Wartości $C_{xa0_element}$ podano w tab. 5.4 i 5.5.

Tabela 5.4

Współczynniki siły oporu dla samolotów śmigłowych

Element	$C_{xa0_element}$	$S_{element}$
Skrzydło	0.007	Powierzchnia skrzydła S
Kadłub - samolot wielosilnikowy - samolot jednosilnikowy	0.08 0.11	Powierzchnia największego przekroju poprzecznego kadłuba S_{kad_poprz}
Gondole	0.06	Powierzchnia największego przekroju poprzecznego gondoli S_{gond_poprz}

Tabela 5.4 cd.

Element	$C_{xa0_element}$	$S_{element}$
Usterzenie - poziome - pionowe	0.08	Powierzchnia usterzenia - poziomego S_H - pionowego S_V
Interferencja		Należy dodać 5% do C_{xa0}
Szorstkość i turbulencje		Należy dodać 10% do C_{xa0}

Tabela 5.5

Współczynniki siły oporu dla samolotów odrzutowych

Element	$C_{xa0_element}$	$S_{element}$
Skrzydło	0.003	Powierzchnia zmoczone skrzydła $S_{skrz_zmocz} \approx 2S$
Kadłub	0.0024	Powierzchnia zmoczone kadłuba $S_{kad_zmocz} \approx 0.75\pi d_{kad} l_{kad}$
Gondole	0.006	Powierzchnia zmoczone gondoli $S_{gond_zmocz} \approx \pi d_{gond} l_{gond}$
Usterzenie (poziome i pionowe)	0.0025	Powierzchnia zmoczone usterzenia $S_{usterz_zmocz} \approx 2(S_H + S_V)$
Interferencja, szorstkość i turbulencje		Należy dodać 10% do C_{xa0}

5.2. Opór interferencyjny

Opór interferencyjny powstaje w wyniku wzajemnego oddziaływania różnych części płatowca na siebie. Oddziaływanie to odbywa się poprzez mieszanie się strug powietrza opływających jeden element ze strugami opływającymi inny element. Dla przykładu – usterzenie poziome i pionowe ma często linie przecięcia. W pobliżu tych linii przepływy wokół obu usterzeń mieszają się. Prowadzi to do zaburzenia rozkładów ciśnień. Przy dużych prędkościach w takim obszarze mogą powstawać lokalne fale uderzeniowe, które zwiększają opór. Inne rejony, w których dochodzi do interferencji aerodynamicznej, to połączenia skrzydło–kadłub, skrzydło–pylony silników, kadłub–pylony silników.

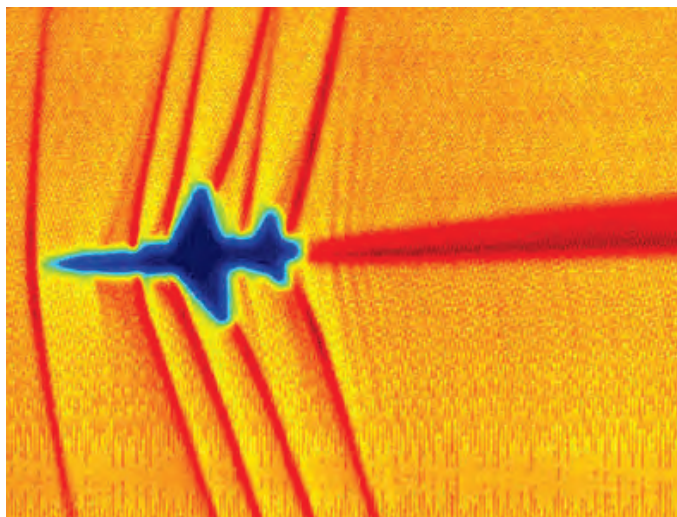
W efekcie interferencji opór samolotu jest większy niż suma oporów izolowanych elementów płatowca. Opór interferencyjny minimalizuje się poprzez zastosowanie owiewek i zaokrągleń w miejscach połączeń. Dzięki temu nie dochodzi

do gwałtownego zetknięcia się strumieni powietrza – proces mieszania się strug jest stopniowy, co zmniejsza opór interferencyjny.

Teoretyczne wyznaczenie współczynnika C_{x_interf} jest trudne. Wymaga zastosowania metod z zakresu numerycznej mechaniki płynów, modelujących w różny sposób poszczególne elementy płatowca. Alternatywnie można opierać się na badaniach doświadczalnych w tunelach aerodynamicznych. Wyniki takich badań są uogólniane, tabelaryzowane i przedstawiane w postaci wykresów, które umożliwiają oszacowanie wartości współczynnika C_{x_interf} dla samolotów o zbliżonych kształtach. Przykładem uwzględnienia interferencji jest wzór (5.48) dotyczący współczynnika oporu kadłuba C_{xa0_kad} w zakresie naddźwiękowym.

5.3. Opór falowy

Opór falowy powstaje gdy na powierzchni płatowca formują się fale uderzeniowe. Pokazano to na rys. 5.24. Zmieniają one zasadniczo rozkład ciśnień, co prowadzi do wzrostu oporu. Opór ten szybko narasta w zakresie przepływów transonicznych i pozostaje znaczny w zakresie naddźwiękowym – stanowi ok. 20÷30% całkowitego oporu samolotu.



Rys. 5.24. Fale uderzeniowe powstające na płatowcu

W podrozdz. 5.1.1. (podpunkt C) i 5.1.2 (podpunkt C) pokazano sposób określenia oporu falowego skrzydła oraz kadłuba. Można go też oszacować dla całego

płatowca w oparciu o badania eksperymentalne. Stwierdzono, że opór falowy narasta od liczby Ma_{kr} i osiąga wartość maksymalną dla liczby $Ma_{C_{x0_max}}$ zależnej od kąta skosu krawędzi natarcia. Przyjmuje się, że liczba ta jest równa:

$$Ma_{C_{x0_max}} = \frac{1}{\cos^{0.2} \Lambda_0} \quad (5.58)$$

Dla tej liczby Macha przybliżona wartość oporu falowego ma wartość:

$$C_{x_fal_max} = \frac{4.5\pi}{S} \left(\frac{S_{max}}{l_{kad}} \right)^2 E(0.74 + 0.37 \cos \Lambda_0) \quad (5.59)$$

S_{max} jest powierzchnią maksymalnego przekroju poprzecznego samolotu. Powierzchnia ta obejmuje zatem zarówno przekrój kadłuba, jak i skrzydła. E jest doświadczalnym parametrem zależnym od rozkładu powierzchni przekrojów poprzecznych płatowca wzdłuż osi podłużnej samolotu. Im rozkład ten jest bardziej zbliżony do rozkładu Searsa-Haacka, tym mniejszy jest opór falowy (reguła pół). Dla większości samolotów naddźwiękowych współczynnik E mieści się w zakresie $1.8 \div 2.2$. Dla samolotów typu „latające skrzydło” może mieć wartość ok. 1.2. Natomiast samoloty o skokowych zmianach przekroju poprzecznego mogą mieć E rzędu $2.5 \div 3.0$.

Dla liczb Macha większych od $Ma_{C_{x0_max}}$ wartość oporu falowego jest równa:

$$C_{x_fal} = C_{x_fal_max} \left(1 - 0.3 \sqrt{Ma - Ma_{C_{x0_max}}} \right) \quad (5.60)$$

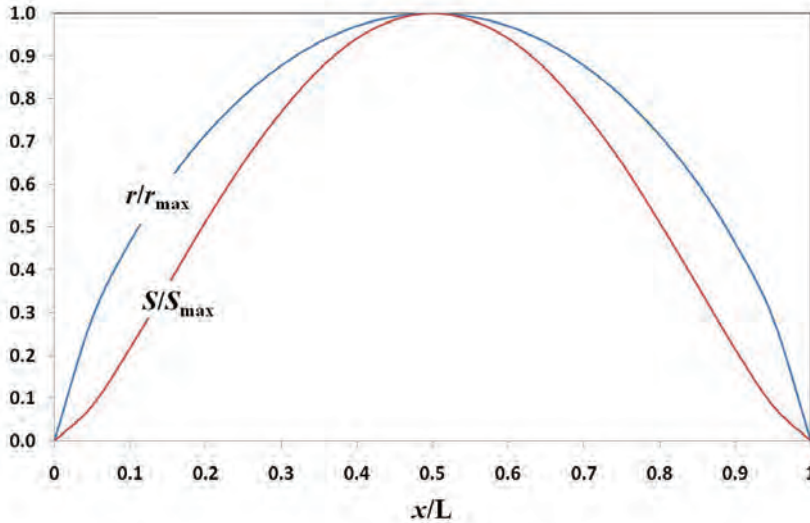
Rozkład Searsa-Haacka przekrojów samolotu daje minimalny opór ciała osiowo-symetrycznego w przepływie naddźwiękowym. Promień takiego ciała i pole przekroju zmieniają się zgodnie ze wzorami:

$$\frac{r(x)}{r_{max}} = \left[4 \frac{x}{L} \left(1 - \frac{x}{L} \right) \right]^{3/4} \quad 0 \leq x \leq L \quad (5.61)$$

$$\frac{S(x)}{S_{max}} = \left[4 \frac{x}{L} \left(1 - \frac{x}{L} \right) \right]^{3/2} \quad 0 \leq x \leq L \quad (5.62)$$

gdzie R_{max} jest promieniem w $1/2$ długości L ciała, a $S_{max} = \pi R_{max}^2$ jest powierzchnią maksymalnego przekroju.

Powyższe przebiegi pokazano na rys. 5.25.



Rys. 5.25. Rozkład promienia i pola powierzchni przekroju ciała o minimalnym oporze falowym

Dokładne oszacowanie współczynnika oporu falowego pomiędzy Ma_{kr} i $Ma_{C_{x0_max}}$ jest trudne. Często przyjmuje się, że w tym zakresie narasta on liniowo.

Przykład 5.8

Oblicz liczbę Macha, dla której opór falowy jest największy, oraz wartość tego oporu dla samolotu, którego dane podano w przykładzie 1.1. Przyjmij, że $S_{max} = S_{poprz_kad}$ oraz $E = 2$.

Rozwiązanie:

Oblicza się kolejno:

- ze wzoru (5.58):
$$Ma_{C_{x0_max}} = \frac{1}{\cos^{0.2} \Lambda_0} = \frac{1}{\cos^{0.2} 40^\circ} = 1.055 \quad (P5.8.1)$$
- ze wzoru (5.59):

$$\begin{aligned}
 C_{x_fal_max} &= \frac{4.5\pi}{S} \left(\frac{S_{max}}{l_{kad}} \right)^2 E(0.74 + 0.37 \cos \Lambda_0) = \\
 &= \frac{4.5\pi}{28} \left(\frac{2.3}{14.1} \right)^2 2 \cdot (0.74 + 0.37 \cos 40^\circ) = 2.75 \cdot 10^{-2}
 \end{aligned} \tag{P5.8.2}$$

Opór falowy samolotu zmienia się zgodnie ze wzorem (5.60):

$$\begin{aligned}
 C_{x_fal} &= C_{x_fal_max} \left(1 - 0.3 \sqrt{Ma - Ma_{C_{xa0_max}}} \right) = \\
 &= 2.75 \cdot 10^{-2} (1 - 0.3 \sqrt{Ma - 1.05})
 \end{aligned} \tag{P5.8.3}$$

Jeżeli uwzględnić maksymalny opór falowy skrzydła $(C_{x_fal_skrz_max})_{\Lambda_{0.25}} = 9.1825 \cdot 10^{-3}$ obliczony w przykładzie 5.2 oraz maksymalny opór falowy kadłuba $C_{x_fal_kad_max} = 9.295 \cdot 10^{-2}$ obliczony w przykładzie 5.5, to uwzględniając mnożniki (P5.7.1) otrzymuje się:

$$C_{x_fal_max} = 9.1825 \cdot 10^{-3} \cdot 1.618 + 0.09295 \cdot 0.0632 = 2.073 \cdot 10^{-2} \tag{P5.8.4}$$

5.4. Współczynnik oporu przy niezerowym kącie natarcia

Drugi składnik we wzorze (5.1) $C_{xa_C_{za}}$ jest współczynnikiem oporu powstającym przy niezerowym kącie natarcia. Najczęściej jest on utożsamiany z oporem indukowanym. W rzeczywistości obejmuje też dodatkowy opór tarcia, który związany jest z powstającą siłą nośną.

5.4.1. Współczynnik $C_{xa_C_{za}}$ skrzydła oraz usterzenia poziomego i pionowego

Opisana poniżej metoda obliczania współczynnika siły oporu $C_{xa_C_{za}}$ ma zastosowanie dla skrzydła, usterzenia poziomego i usterzenia pionowego. W obliczeniach należy wykorzystać dane dotyczące tych elementów.

A. Zakres poddźwiękowy

Dla prędkości poddźwiękowych, w zakresie liczb Macha do 0.81, współczynnik C_{xa_Cza} skrzydeł prostych można oszacować, stosując wzór:

$$(C_{xa_Cza})_{skrz} = \frac{C_{za_skrz}^2}{\pi\lambda e} + C_{za_skrz} C_{za_prof}^\alpha \varphi \nu + (C_{za_prof}^\alpha \varphi)^2 w \quad (5.63)$$

gdzie: C_{za_skrz} – współczynnik siły nośnej skrzydła; $C_{za_prof}^\alpha$ – pochodna profilu omówiona w podrozdz. 2.4; φ – kąt liniowego skręcenia skrzydła (podrozdz. 1.2); ν, w – współczynniki poprawkowe zależne od skręcenia skrzydła pokazane na rys. 5.26 i 5.27; e – współczynnik poprawkowy uwzględniający rozkład siły nośnej wzdłuż rozpiętości skrzydła:

$$e = \frac{1.1 \cdot C_{za_skrz}^\alpha}{RC_{za_skrz}^\alpha + (1-R)\pi\lambda} \quad (5.64)$$

Sposób obliczenia pochodnej $C_{za_skrz}^\alpha$ omówiono w podrozdz. 4.1.2.

R jest parametrem uwzględniającym rozkład ciśnienia w rejonie krawędzi natarcia. Dla skrzydeł z ostrą krawędzią natarcia $R = 0$. Jeżeli krawędź ma promień r_{kn} , to można go odczytać z rys. 5.28. Wymaga to wcześniejszego obliczenia wielkości:

- liczby Reynoldsa powiązanej z promieniem:

$$Re_{kn} = \frac{V r_{kn}}{\nu} \quad (5.65)$$

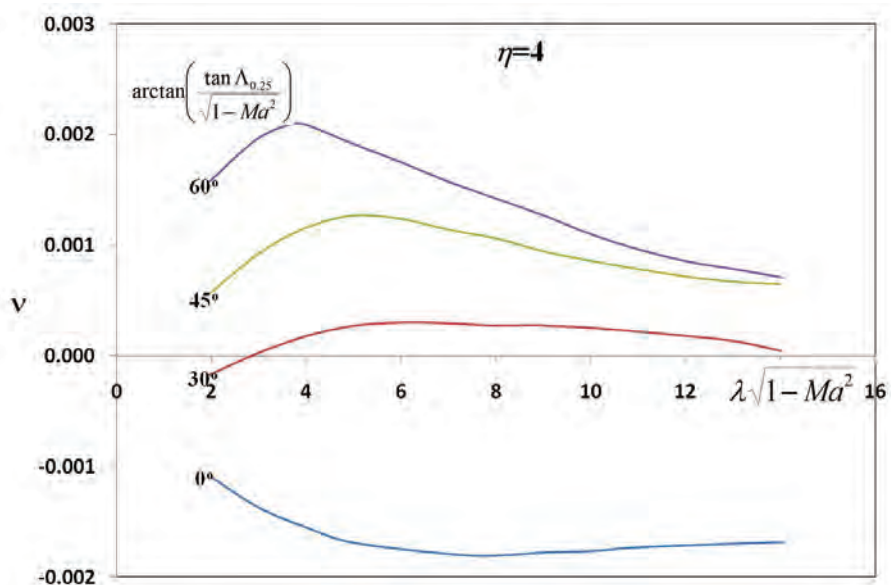
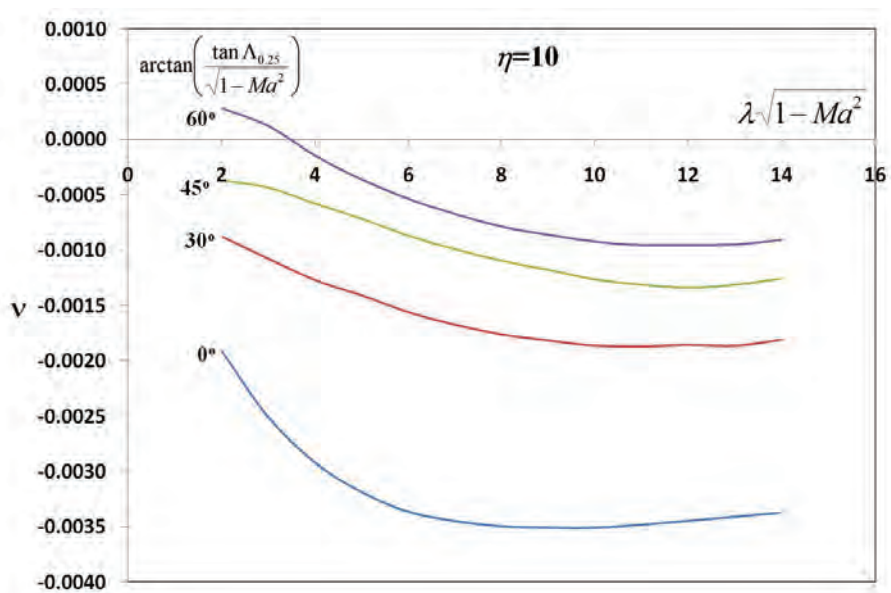
- wielkości: $Re_* = Re_{kn} \cot \Lambda_0 \sqrt{1 - Ma^2 \cos^2 \Lambda_0}$ (5.66)

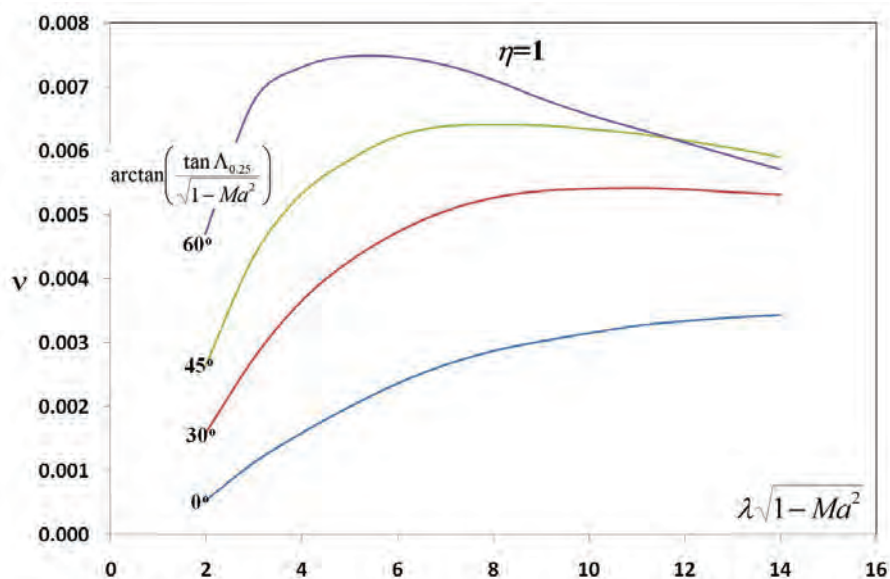
Jeżeli $Re_* > 1.3 \cdot 10^5$, to zastosowanie ma dolny rysunek.

Dla skrzydeł z ostrą krawędzią natarcia (typu „podwójna delta” i skrzydeł o krzywoliniowej krawędzi natarcia) można zastosować wzór:

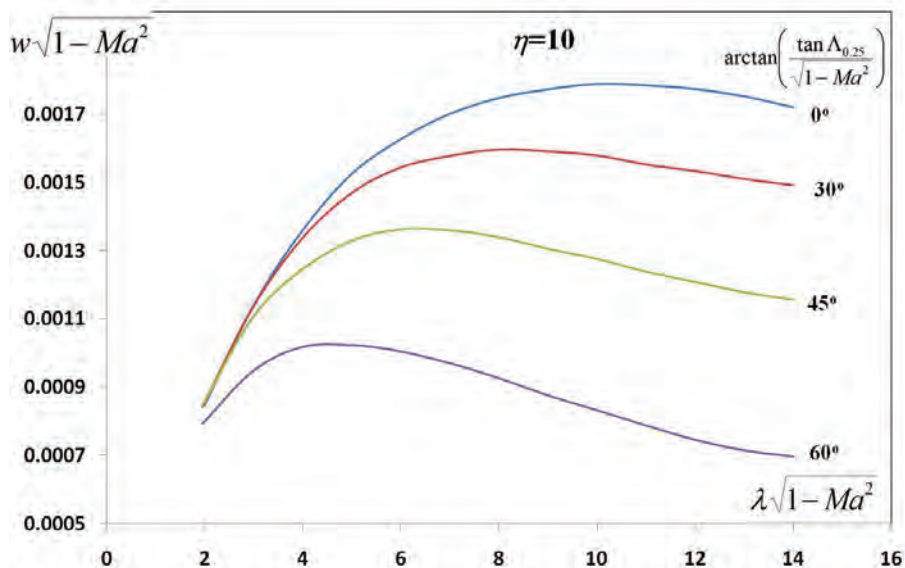
$$(C_{xa_Cza})_{skrz} = 0.95 C_{za_skrz} \tan \alpha \quad (5.67)$$

Daje on dobre wyniki dla kątów natarcia powyżej 8° .

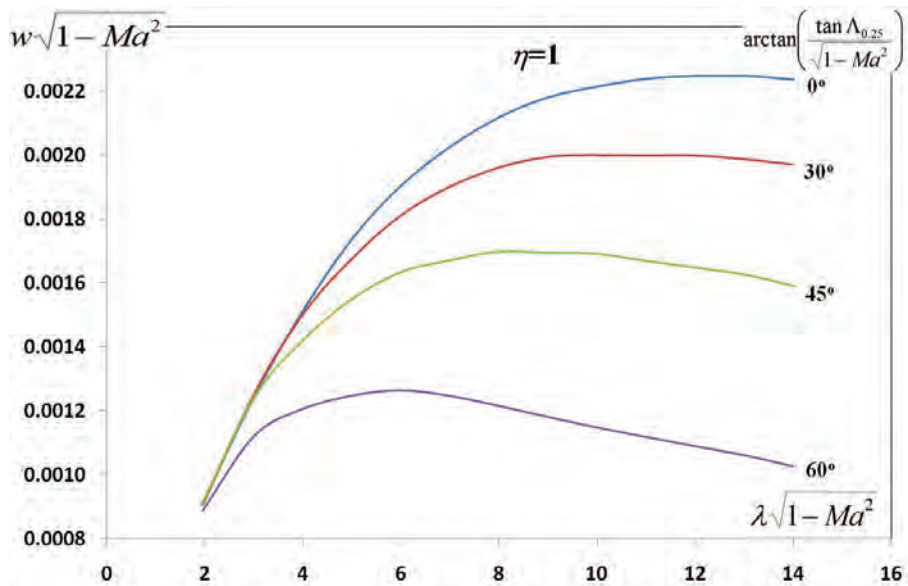
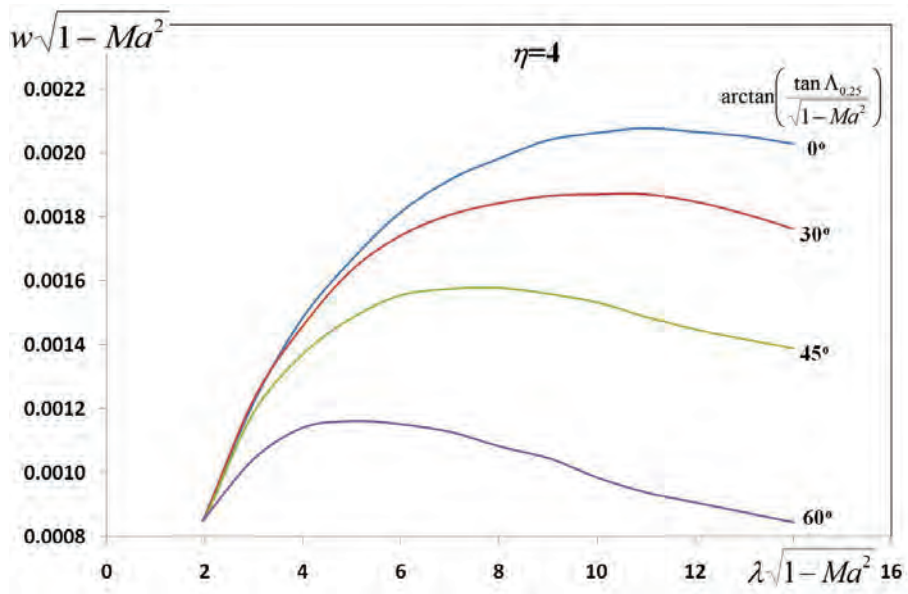
Rys. 5.26. Współczynnik poprawkowy ν od skrzywienia geometrycznego



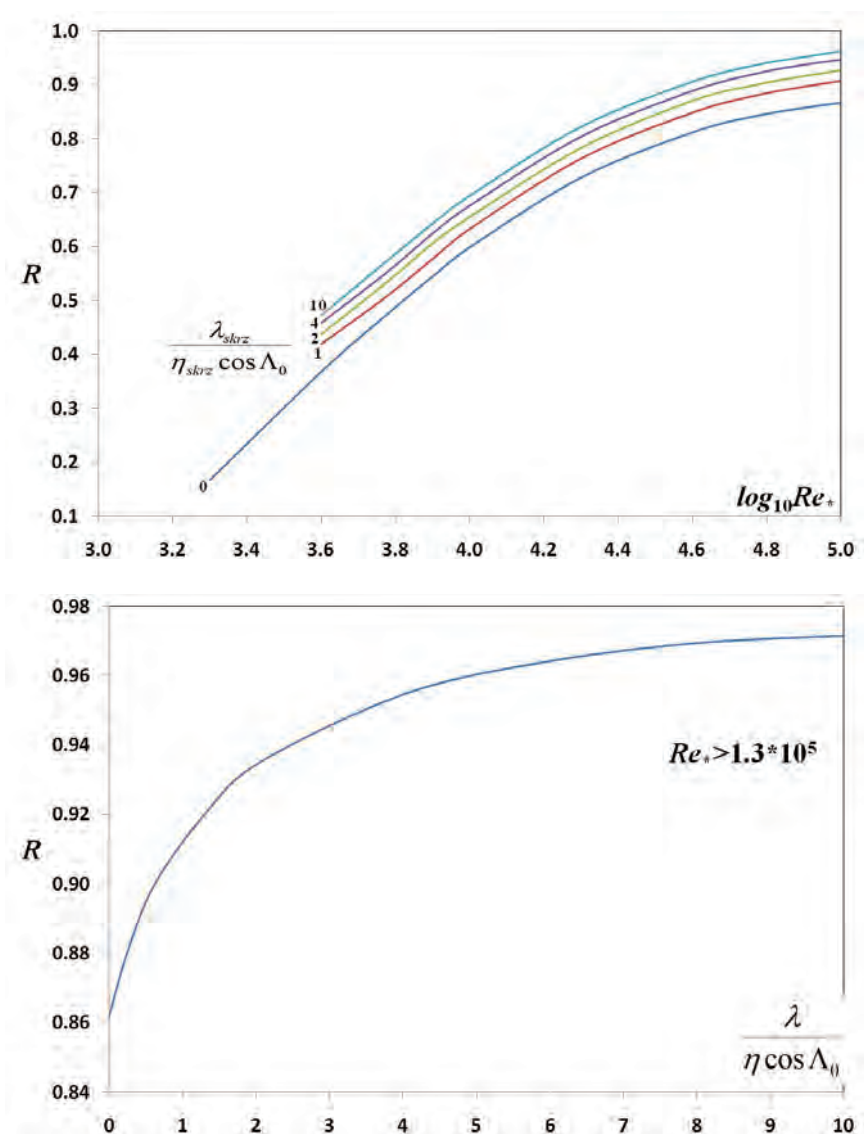
Rys. 5.26. cd. Współczynnik poprawkowy ν od skrócenia geometrycznego



Rys. 5.27. Współczynnik poprawkowy w od skrócenia geometrycznego



Rys. 5.27. cd. Współczynnik poprawkowy w od skręcenia geometrycznego



Rys. 5.28. Parametr R

Przykład 5.9

Oblicz współczynnik oporu skrzydła, którego dotyczy geometria określona w przykładzie 1.1, dla kątów natarcia w zakresie $0^\circ \div 8^\circ$ i liczb Macha 0.4, 0.6 i 0.8.
Rozwiązanie:

Poniżej pokazano obliczenia dla liczby $Ma = 0.6$ i kąta natarcia 3° .

Przyjęto następujące dane:

- z przykładu 4.1 kąt zerowej siły nośnej $\alpha_0 = -1.74^\circ$;
- z przykładu 4.2 pochodnej siły nośnej dla $Ma = 0.6$ $C_{za_skrz}^\alpha = 3.564$;
- z przykładu 2.4 względny promień krawędzi natarcia $r_{kn} = 0.123\%$ cięciwy

Współczynnik siły nośnej skrzydła jest równy:

$$C_{za_skrz} = C_{za_skrz}^\alpha (\alpha - \alpha_0) = 3.564 \frac{3 - (-1.74)}{57.29} = 0.295 \quad (P5.9.1)$$

Promień krawędzi natarcia średniej cięciwy aerodynamicznej:

$$r_{kn} = 0.00123 \cdot b_a = 0.00123 \cdot 3.44 = 4.2312 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (P5.9.2)$$

Ze wzoru (5.65):

$$Re_{kn} = \frac{V r_{kn}}{\nu} = \frac{204.18 \cdot 4.2312 \cdot 10^{-3}}{14.6 \cdot 10^{-6}} = 59173 \quad (P5.9.3)$$

Ze wzoru (5.66):

$$\begin{aligned} Re_* &= Re_{kn} \cot \Lambda_0 \sqrt{1 - Ma^2 \cos^2 \Lambda_0} = \\ &= 59173 \cdot \cot 40^\circ \sqrt{1 - 0.6^2 \cos^2 40^\circ} = 62621 \end{aligned} \quad (P5.9.4)$$

Ponieważ $Re_* < 1.3 \cdot 10^5$, to oblicza się parametry dotyczące górnego rys. 5.28:

$$\log_{10} Re_* = \log_{10} 62621 = 4.7967, \quad \frac{\lambda}{\eta \cos \Lambda_0} = \frac{3}{4.14 \cdot \cos 40^\circ} = 0.941 \quad (P5.9.5)$$

Odczytuje się $R = 0.882$:

Ze wzoru (5.64):

$$\begin{aligned} e &= \frac{1.1 \cdot C_{za_skrz}^\alpha}{RC_{za_skrz}^\alpha + (1 - R)\pi\lambda_{skrz}} = \\ &= \frac{1.1 \cdot 3.564}{0.881 \cdot 3.564 + (1 - 0.881)3.14 \cdot 3} = 0.92 \end{aligned} \quad (P5.9.6)$$

Przyjmując skrócenie geometryczne równe zero ($\phi = 0$) z (5.63):

$$\begin{aligned} (C_{xa_Cza})_{skrz} &= \frac{C_{za_skrz}^2}{\pi \lambda_{skrz} e} + C_{za_skrz} C_{za_prof}^\alpha \phi v + (C_{za_prof}^\alpha \phi)^2 w = \\ &= \frac{0.295^2}{3.14 \cdot 3 \cdot 0.92} + 0 + 0 = 0.01 \end{aligned} \quad (P5.9.7)$$

W tabeli zestawiono wyniki dla pozostałych liczb Macha i kątów natarcia. Zaznaczono wartości, które obliczono powyżej.

Ma	0.4		0.6		0.8	
$C_{za_skrz}^a$	3.404		3.564		3.843	
Re^*	44746		62621		74293	
$\log_{10} Re^*$	4.6507		4.7967		4.8709	
R	0.855		0.882		0.892	
e	0.875		0.921		0.951	
α	C_{za_skrz}	$(C_{xa_Cza})_{skrz}$	C_{za_skrz}	$(C_{xa_Cza})_{skrz}$	C_{za_skrz}	$(C_{xa_Cza})_{skrz}$
0	0.1034	0.0013	0.1083	0.0014	0.1167	0.0015
1	0.1628	0.0032	0.1705	0.0033	0.1838	0.0038
2	0.2222	0.0060	0.2327	0.0062	0.2508	0.0070
3	0.2817	0.0096	0.2949	0.0100	0.3179	0.0113
4	0.3411	0.0141	0.3571	0.0147	0.3850	0.0165
5	0.4005	0.0195	0.4193	0.0203	0.4521	0.0228
6	0.4600	0.0257	0.4815	0.0267	0.5191	0.0301
7	0.5194	0.0327	0.5438	0.0341	0.5862	0.0384
8	0.5788	0.0406	0.6060	0.0423	0.6533	0.0476

B. Zakres transoniczny

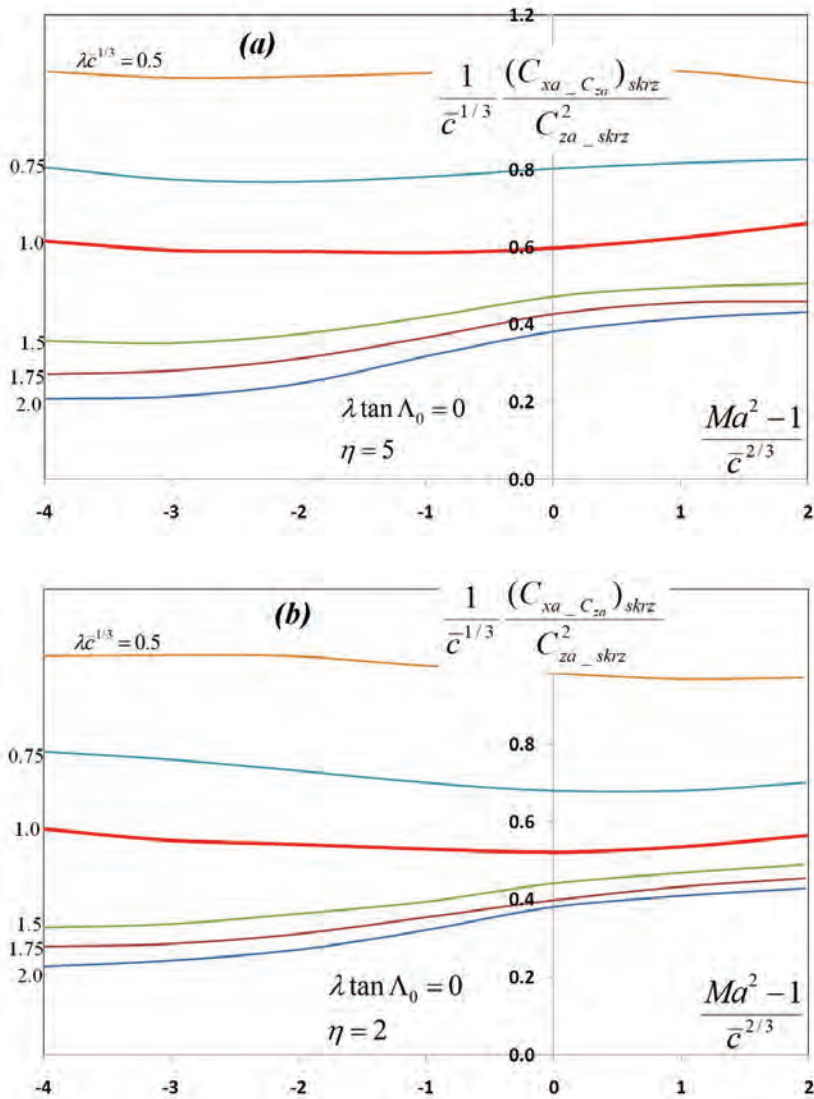
Badania dotyczące skrzydła o prostoliniowej krawędzi natarcia pokazują, że w zakresie transonicznym iloraz $(C_{xa_Cza})_{skrz} / C_{za_skrz}^2$ zmienia się podobnie jak pochodna $C_{za_skrz}^\alpha$. Zmiany te są większe dla skrzydeł o dużym wydłużeniu i grubszych profilach. Można je ocenić, wykorzystując otrzymane doświadczalnie przebiegi – przykładowe pokazano na rys. 5.29. Dotyczą one przypadków:

a – ($\lambda_{skrz} \tan \Lambda_0 = 0$, $\eta_{skrz} = 5$),

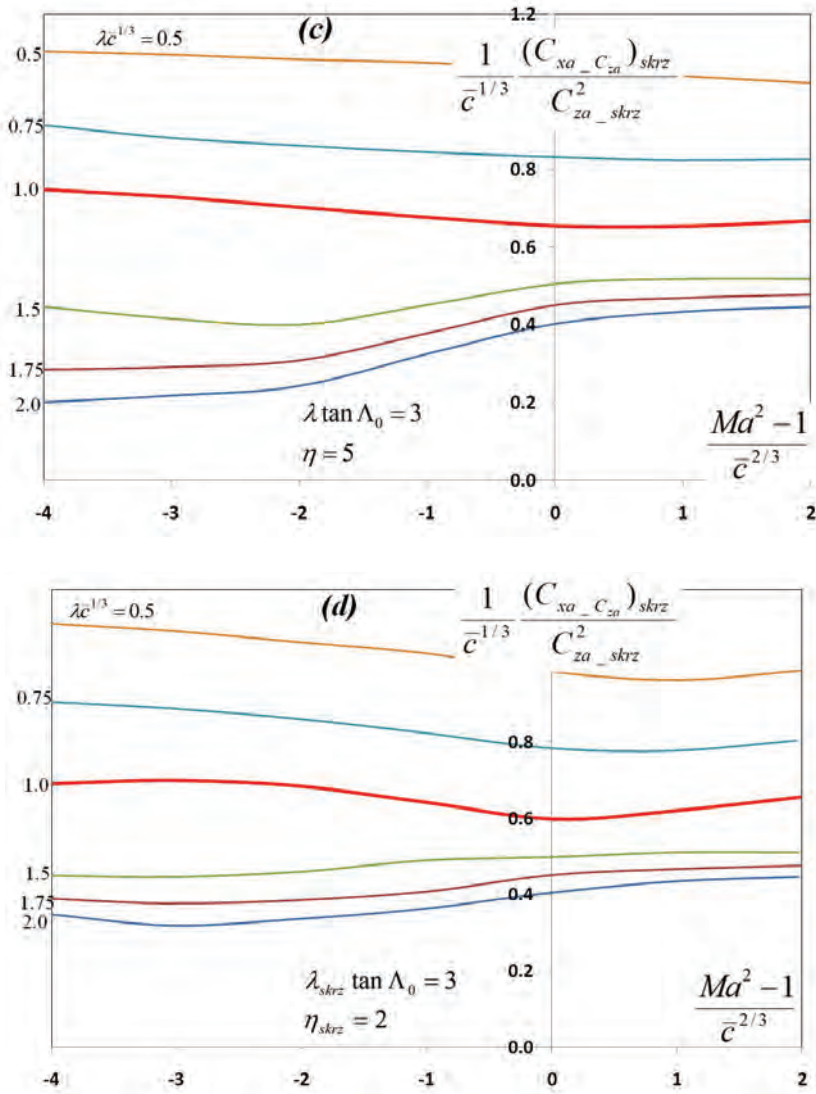
b – ($\lambda_{skrz} \tan \Lambda_0 = 0$, $\eta_{skrz} = 2$),

c – ($\lambda_{skrz} \tan \Lambda_0 = 3$, $\eta_{skrz} = 5$),

d – ($\lambda_{skrz} \tan \Lambda_0 = 3$, $\eta_{skrz} = 5$).



Rys. 5.29. Przebiegi pomocnicze dla zakresu transonicznego



Rys. 5.29. cd. Przebiegi pomocnicze dla zakresu transonicznego

Przykład 5.10

Oblicz współczynnik oporu skrzydła przy niezerowej sile nośnej, którego dotyczy geometria określona w przykładzie 1.1, dla zakresu transonicznego.

Rozwiązanie:

Dla danych skrzydła i profilu: $\lambda = 3$, $\eta = 4.16$, $\Lambda_0 = 40^\circ$, $\bar{c} = 0.04$ oblicza się:

$$\lambda \tan \Lambda_0 = 3 \cdot \tan 40^\circ = 2.52, \quad \lambda \bar{c}^{\frac{1}{3}} = 3 \cdot 0.04^{\frac{1}{3}} = 1.026 \approx 1 \quad (\text{P5.10.1})$$

W oparciu o te wartości należy przeprowadzić dla różnych liczb Macha interpolację wartości pokazanych na rys. 5.29a÷5.29d. Pokazane to zostanie dla liczby $Ma = 0.8$.

Oblicza się:

$$\frac{Ma^2 - 1}{\bar{c}^{2/3}} = \frac{0.8^2 - 1}{0.04^{2/3}} = -3.078 \quad (\text{P5.10.2})$$

Do analizy wykorzystuje się krzywe narysowane czerwoną linią. Zostały one aproksymowane wielomianami.

– dla $\lambda \tan \Lambda_0 = 0$:

$$\begin{aligned} f_{(a)} &= 0.005x^2 + 0.019x + 0.6 = \\ &= 0.005 \cdot (-3.078)^2 + 0.019 \cdot (-3.078) + 0.6 = 0.589 \end{aligned} \quad (\text{P5.10.3})$$

$$\begin{aligned} f_{(b)} &= 0.005x^2 + 0.006x + 0.528 = \\ &= 0.005 \cdot (-3.078)^2 + 0.006 \cdot (-3.078) + 0.528 = 0.557 \end{aligned} \quad (\text{P5.10.4})$$

– dla $\lambda \tan \Lambda_0 = 3$:

$$\begin{aligned} f_{(c)} &= 0.001x^3 + 0.007x^2 - 0.013x + 0.657 = \\ &= 0.001 \cdot (-3.078)^3 + 0.007(-3.078)^2 - 0.013(-3.078) + 0.657 = 0.734 \end{aligned} \quad (\text{P5.10.5})$$

$$\begin{aligned} f_{(d)} &= -0.0006x^5 - 0.0033x^4 + 0.0035x^3 + 0.0309x^2 - 0.0119x + 0.6014 = \\ &= -0.0006 \cdot (-3.078)^5 - 0.0033 \cdot (-3.078)^4 + 0.0035 \cdot (-3.078)^3 + \\ &\quad + 0.0309 \cdot (-3.078)^2 - 0.0119 \cdot (-3.078) + 0.6014 = 0.698 \end{aligned} \quad (\text{P5.10.6})$$

W kolejnym kroku wykonuje się interpolację par wartości $f_{(a)}$ i $f_{(b)}$ oraz $f_{(c)}$ i $f_{(d)}$ dla zbieżności skrzydła $\eta_{skrz} = 4.16$:

$$\begin{aligned} f_{(ab)} &= f_{(a)} + \frac{f_{(b)} - f_{(a)}}{2 - 5} (4.16 - 5) = \\ &= 0.589 + \frac{0.557 - 0.589}{2 - 5} (4.16 - 5) = 0.58 \end{aligned} \quad (\text{P5.10.7})$$

$$\begin{aligned} f_{(cd)} &= f_{(c)} + \frac{f_{(d)} - f_{(c)}}{2 - 5} (4.16 - 5) = \\ &= 0.734 + \frac{0.689 - 0.734}{2 - 5} (4.16 - 5) = 0.724 \end{aligned} \quad (P5.10.8)$$

Kolejna interpolacja ma na celu uzyskanie wartości odpowiadającej $\lambda_{skrz} \tan \Lambda_0 = 2.52$:

$$\frac{1}{\bar{c}^{1/3}} \frac{(C_{xa_C_{za}})_{skrz}}{C_{za_skrz}^2} = f_{(ab)} + \frac{f_{(cd)} - f_{(ab)}}{3 - 0} (2.52 - 0) = 0.7 \quad (P5.10.9)$$

Stąd wartość $(C_{xa_C_{za}})_{skrz}$ jest równa:

$$\begin{aligned} (C_{xa_C_{za}})_{skrz} &= \left[\frac{1}{\bar{c}^{1/3}} \frac{(C_{xa_C_{za}})_{skrz}}{C_{za_skrz}^2} \right] \bar{c}^{1/3} C_{za_skrz}^2 = \\ &= 0.7 \cdot 0.04^{1.3} C_{za_skrz}^2 = 0.24 \cdot C_{za_skrz}^2 \end{aligned} \quad (P5.10.10)$$

Tabela poniżej zawiera wyniki obliczeń dla różnych liczb Macha z zakresu transonicznego. Na rys. P5.11.1, w jego lewej części, pokazano, jak w tym zakresie zmienia się iloraz $\frac{(C_{xa_C_{za}})_{skrz}}{C_{za_skrz}^2}$.

Ma	$\frac{Ma^2 - 1}{\bar{c}^{2/3}}$	$f_{(a)}$	$f_{(b)}$	$f_{(c)}$	$f_{(d)}$	$\frac{1}{\bar{c}^{1/3}} \frac{(C_{xa_C_{za}})_{skrz}}{C_{za_skrz}^2}$	$(C_{xa_C_{za}})_{skrz}$
0.8	-3.078	0.589	0.557	0.734	0.698	0.701	$0.240 C_{za_skrz}^2$
0.9	-1.624	0.582	0.531	0.692	0.671	0.667	$0.228 C_{za_skrz}^2$
0.94	-0.995	0.586	0.527	0.676	0.638	0.650	$0.222 C_{za_skrz}^2$
0.98	-0.339	0.594	0.526	0.662	0.609	0.636	$0.217 C_{za_skrz}^2$
1.0	0.0	0.6	0.528	0.657	0.601	0.631	$0.216 C_{za_skrz}^2$
1.05	0.876	0.620	0.537	0.652	0.615	0.634	$0.217 C_{za_skrz}^2$
1.1	1.795	0.650	0.555	0.662	0.654	0.654	$0.224 C_{za_skrz}^2$

A. Zakres naddźwiękowy

W zakresie liczb Macha nieznacznie większych od jedności opływ skrzydła może być w niektórych jego obszarach poddźwiękowy, a w innych naddźwiękowy lub też w całości naddźwiękowy. Jeżeli przepływ w określonym rejonie skrzydła jest naddźwiękowy, można przyjąć, że opływ skrzydła w tym obszarze jest dwuwymiarowy i rozkład ciśnienia wzdłuż rozpiętości pozostaje stały. Natomiast w rejonie przepływu poddźwiękowego utrzymuje się zróżnicowany rozkład ciśnień wzdłuż rozpiętości.

Poddźwiękowa składowa prędkości (prostopadła do krawędzi natarcia) powoduje, że w rejonie krawędzi natarcia pojawia się obniżone ciśnienie. Jest ono źródłem siły ssącej powodującej istotną redukcję oporu. Wielkość tej siły zależy od kształtu krawędzi natarcia oraz kształtu profili skrzydła.

Brak jest praktycznych metod oceny oporu skrzydła o mieszanym poddźwiękowo-naddźwiękowym opływie. Natomiast przy przepływie naddźwiękowym dla skrzydeł trapezowych można zastosować zależność:

$$\frac{(C_{xa} - C_{za})_{skrz}}{C_{za_skrz}^2} = f \cdot \frac{1}{\pi \lambda} \left(1 + \frac{l \cdot b_0}{S} \right) \quad (5.68)$$

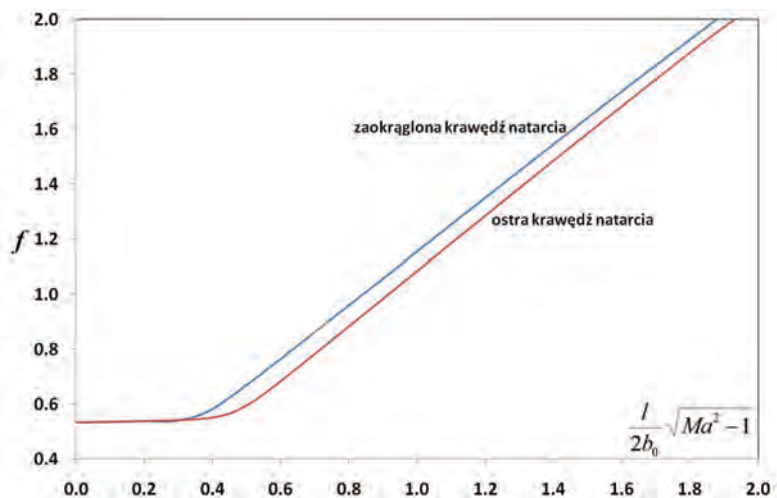
l , b_0 , S – parametry geometryczne skrzydła określone w podrozdz. 1.3.

Wartość współczynnika f można odczytać z rys. 5.30. Ma on zastosowanie dla skrzydeł o parametrach mieszczących się w zakresie określonym w tab. 5.6.

Tabela 5.6

Zakres stosowalności wzoru (5.68)

Zaokrąglona krawędź natarcia	Ostra krawędź natarcia
$1.313 \leq \lambda \leq 4$	$1.5 \leq \lambda \leq 3.5$
$35^\circ \leq \Lambda_0 \leq 73^\circ$	$0 \leq \Lambda_0 \leq 71^\circ$
$\eta \geq 2$	$\eta \geq 1$
$0.237 \leq \frac{S}{l \cdot b_0} \leq 0.502$	$0.333 \leq \frac{S}{l \cdot b_0} \leq 0.995$
$0.271 \leq \frac{l}{2b_0} \leq 1$	$0.333 \leq \frac{l}{2b_0} \leq 1.07$



Rys. 5.30. Współczynnik f do określania współczynnika oporu naddźwiękowego skrzydła

Uproszczona, teoretyczna zależność dotycząca naddźwiękowego płaskiego dwuwymiarowego opływu skrzydła ma postać:

$$\frac{(C_{xa} - C_{za})_{skrz}}{C_{za_skrz}^2} = \frac{\sqrt{Ma^2 - 1}}{4} \quad (5.69)$$

Daje ona mniejsze wartości niż wynikające z zastosowania wzoru (5.68).

Pokazane powyżej zależności mają zastosowanie do usterzenia poziomego i pionowego, po uwzględnieniu ich geometrii.

Przykład 5.11

Oblicz dla zakresu naddźwiękowego współczynnik oporu skrzydła przy niezerowej sile nośnej. Geometria skrzydła określona jest w przykładzie 1.1.

Rozwiązanie:

Dla danych skrzydła i profilu: $\lambda_{skrz} = 3$, $S_{skrz} = 28 \text{ m}^2$, $l = 9.14 \text{ m}$, $b_0 = 4.93 \text{ m}$ oblicza się stały mnożnik we wzorze (5.68):

$$\frac{1}{\pi \lambda_{skrz}} \left(1 + \frac{l \cdot b_0}{S} \right) = \frac{1}{\pi \cdot 3} \left(1 + \frac{9.14 \cdot 4.93}{28} \right) = 0.2768 \quad (P5.11.1)$$

Dla liczby $Ma = 2$:

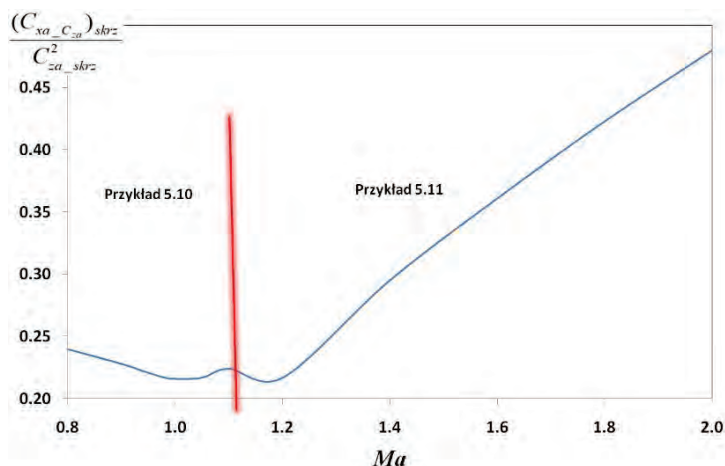
$$\frac{l}{2b_0} \sqrt{Ma^2 - 1} = \frac{9.14}{2 \cdot 4.93} \sqrt{2^2 - 1} = 1.6056 \quad (P5.11.2)$$

Z rys. 5.30 dla zaokrąglonej krawędzi natarcia otrzymuje się: $f = 1.7363$. Podstawienie do wzoru (5.68) daje:

$$\frac{(C_{xa_C_{za}})_{skrz}}{C_{za_skrz}^2} = f \cdot \frac{1}{\pi\lambda} \left(1 + \frac{l \cdot b_0}{S} \right) = 1.7363 \cdot 0.2768 = 0.481 \quad (P5.11.3)$$

Tabela poniżej zawiera wyniki obliczeń dla różnych liczb Macha z zakresu naddźwiękowego. Na rys. P5.11.1, w jego prawej części, pokazano, jak w tym zakresie zmienia się iloraz $\frac{(C_{xa_C_{za}})_{skrz}}{C_{za_skrz}^2}$.

Ma	$\frac{l}{2b_0} \sqrt{Ma^2 - 1}$	f	$\frac{(C_{xa_C_{za}})_{skrz}}{C_{za_skrz}^2}$	$(C_{xa_C_{za}})_{skrz}$
1.2	0.615	0.785	0.217	$0.217 C_{za_skrz}^2$
1.4	0.908	1.066	0.295	$0.295 C_{za_skrz}^2$
1.6	1.158	1.306	0.361	$0.361 C_{za_skrz}^2$
1.8	1.387	1.527	0.423	$0.423 C_{za_skrz}^2$
2.0	1.606	1.736	0.480	$0.48 C_{za_skrz}^2$



Rys. P5.11.1. Iloraz $\frac{(C_{xa_C_{za}})_{skrz}}{C_{za_skrz}^2}$

5.4.2. Współczynnik $C_{xa_α}$ kadłuba

W przypadku ciał osiowosymetrycznych drugi składnik we wzorze (5.1) określa się często w zależności od kąta natarcia, a nie jak dla skrzydła w zależności od współczynnika siły nośnej. Zakładając, że kadłub jest osiowosymetryczny, do wyznaczenia współczynnika $(C_{xa_α})_{kad}$ można stosować opisane poniżej zależności. Współczynnik odniesiony jest do przekroju poprzecznego kadłuba $S_{kad_poprz}^2$.

A. Zakres poddźwiękowy

Dla prędkości poddźwiękowych najbardziej ogólna metoda określania współczynnika $(C_{xa_α})_{kad}$ kadłuba bazuje na wzorze:

$$(C_{xa_α})_{kad} = C_{za_kad} \cdot α_{kad} = \underbrace{C_{za_kad}^α α_{kad}^2}_{(C_{xa_α})_{kad_I}} + \underbrace{C_{za_kad}^{α^2} α_{kad}^3}_{(C_{xa_α})_{kad_II}} \quad (5.70)$$

Pierwszy składnik

Pierwszy składnik we wzorze (5.70) wynika z pojawienia się siły nośnej kadłuba C_{za_kad} . Uwzględniając wzór (4.62), może on być przedstawiony następująco:

$$(C_{xa_α})_{kad_I} = \frac{2κ_{md}}{S_{kad_poprz}} S_{kad_poprz_X_0} \cdot α^2 \quad (5.71)$$

Występujące tu oznaczenia opisano w podrozdz. 4.2.

Dla kadłubów o dużym wydłużeniu, wykorzystując wzór (4.65), pierwszy składnik może być obliczony z zależności:

$$(C_{xa_α})_{kad_I} = \frac{2 \cdot S_{dno}}{S_{kad_poprz}} \cdot α^2 \quad (5.72)$$

Zakres kątów natarcia, w którym powyższy wzór jest poprawny, zależy od f_{kad} – im smukłość kadłuba jest większa, tym zakres kątów natarcia jest większy. Przy wydłużeniu równym ok. 15 ma on zastosowanie w całym użytkowym zakresie kątów natarcia.

² Często w literaturze za powierzchnię odniesieniową przyjmuje się wynikającą z objętości ciała wartość $V_{kad}^{2/3}$.

Drugi składnik

Jeżeli kąt natarcia ciała osiowosymetrycznego jest równy zeru, to wynikające z lepkości siły tarcia są równoległe do osi podłużnej. Przy niezerowym kącie natarcia kierunek sił tarcia i ich wartość ulegają zmianie. Ma to wpływ na opór kadłuba. Reprezentuje to drugi składnik we wzorze (5.70). Uwzględniając wyrażenie (4.66), można go przedstawić następująco:

$$(C_{xa_α})_{kad_II} = \frac{2\eta}{S_{kad_poprz}} \left(\int_{X_0}^{l_{kad}} C_{x_{\infty}} r dx \right) \cdot \alpha^3 \quad (5.73)$$

Współczynnik $C_{x_{\infty}}$ pokazano na rysunku 4.34. Jeżeli jest on stały wzdłuż długości kadłuba, to wykorzystując (4.68), otrzymuje się:

$$(C_{xa_α})_{kad_II} = C_{x_{\infty}} \eta \frac{S_{kad_ (X_0 \div l_{kad})}}{S_{kad_poprz}} \cdot \alpha^3 \quad (5.74)$$

Tak jak wyjaśniono w podrozdz. 4.2, $S_{kad_ (X_0 \div l_{kad})}$ jest powierzchnią przekroju poziomego kadłuba, poczynawszy od punktu X_0 do końca kadłuba. Jeżeli przyjąć, że siły lepkości dotyczą też przedniej części kadłuba, która pozostaje w przepływie potencjalnym, to powierzchnia $S_{kad_ (X_0 \div l_{kad})}$ staje się równa powierzchni przekroju poziomego kadłuba. W takim przypadku jej wartość jest nieco mniejsza niż obliczona ze wzoru (1.35) – dobrym przybliżeniem jest 80%.

Dla małych kątów natarcia ($\alpha < 10^\circ$), przy jednoczesnym spełnieniu warunku $f_{kad} \tan \alpha < 2.5$, zastosowanie ma jeszcze prostszy wzór:

$$(C_{xa_α})_{kad} = \frac{S_{dno}}{S_{kad_poprz}} \alpha^2 + 0.49 f_{kad}^2 \frac{C_{x_{\infty}}}{S_{kad_poprz}} \alpha^4 \quad (5.75)$$

Przykład 5.12

Oblicz współczynnik oporu kadłuba przy niezerowym kącie natarcia, którego dotyczy geometria określona w przykładzie 1.1, w zakresie poddźwiękowym.

Rozwiązanie:

Szacując, że przekrój poprzeczny kadłuba zaczyna maleć w odległości $X_* = 4.79$ m od noska ze wzoru (4.64), oblicza się odległość x_0 :

$$X_0 = 0.378 \cdot l_{kad} + 0.527 \cdot X_* = 0.378 \cdot 14.1 + 0.527 \cdot 4.79 = 7.85 \text{ m} \quad (P5.12.1)$$

Jest ona mniejsza od sumy długości noska i części środkowej. Zatem pole przekroju poprzecznego w tym punkcie jest równe:

$$S_{kad_poprz_X_0} = S_{kad_poprz} = 1.77 \text{ m}^3 \quad (\text{P5.12.2})$$

Ze wzoru (4.63) mamy:

$$\begin{aligned} \kappa_{md} &= 0.00011 f_{kad}^3 - 0.00503 f_{kad}^2 + 0.08077 f_{kad} + 0.53174 = \\ &= 0.00011 \cdot 9.4^3 - 0.00503 \cdot 9.4^2 + 0.08077 \cdot 9.4 + 0.53174 = 0.937 \end{aligned} \quad (\text{P5.12.3})$$

Pierwszy składnik współczynnika oporu kadłuba oblicza się ze wzoru (5.71):

$$\begin{aligned} (C_{xa_a})_{kad_I} &= \frac{2\kappa_{md}}{S_{kad_poprz}} S_{kad_poprz_X_0} \cdot \alpha^2 = \\ &= \frac{2 \cdot 0.937}{1.77} 1.77 \cdot \alpha^2 = 1.876 \cdot \alpha^2 \end{aligned} \quad (\text{P5.12.4})$$

Ze wzoru (4.67) mamy:

$$\begin{aligned} \eta &= 1.04663 \cdot 10^{-5} \cdot f_{kad}^3 - 8.02506 \cdot 10^{-4} \cdot f_{kad}^2 + 2.41177 \cdot 10^{-2} \cdot f_{kad} + 5.13588 \cdot 10^{-1} = \\ &= 1.04663 \cdot 10^{-5} \cdot 9.4^3 - 8.02506 \cdot 10^{-4} \cdot 9.4^2 + 2.41177 \cdot 10^{-2} \cdot 9.4 + 5.13588 \cdot 10^{-1} = \\ &= 0.678 \end{aligned} \quad (\text{P5.12.5})$$

W rozpatrywanym zakresie liczb Macha i kątów natarcia maksymalna wartość iloczynu $Ma \cdot \sin \alpha$ jest równa:

$$Ma \cdot \sin \alpha = 0.8 \cdot \sin 16^\circ = 0.22 \quad (\text{P5.12.6})$$

Zgodnie z rys. 4.34 wartość C_{x_∞} jest stała i równa:

$$C_{x_\infty} = 1.2 \quad (\text{P5.12.7})$$

Drugi składnik współczynnika oporu kadłuba oblicza się ze wzoru (5.74). Przyjmując, że $S_{kad_ (x_0 + l_{kad})} = 0.8 S_{kad}$ mamy:

$$\begin{aligned}
 (C_{xa_α})_{kad_II} &= C_{x_{∞}} \eta \frac{0.8 \cdot S_{kad}}{S_{kad_poprz}} \cdot \alpha^3 = \\
 &= 1.2 \cdot 0.678 \frac{0.8 \cdot 21.15}{1.77} \cdot \alpha^3 = 7.778 \cdot \alpha^3
 \end{aligned} \tag{P5.12.8}$$

Całkowity współczynnik oporu kadłuba jest sumą składników (P5.12.4) i (P5.12.8):

$$(C_{xa_α})_{kad} = (C_{xa_α})_{kad_I} + (C_{xa_α})_{kad_II} = 1.876 \cdot \alpha^2 + 7.779 \cdot \alpha^3 \tag{P5.12.9}$$

Jest on odniesiony do przekroju poprzecznego kadłuba S_{kad_poprz} .

A. Zakres transoniczny

Dane dotyczące zmienności współczynnika $C_{xa_α}$ w zakresie transonicznym są bardzo ograniczone. Przyjmuje się, że:

$$(C_{xa_α})_{kad} = \frac{S_{dno}}{S_{kad_poprz}} \alpha^2 \tag{5.76}$$

Wartość ta odniesiona jest do przekroju poprzecznego kadłuba.

B. Zakres naddźwiękowy

W zakresie naddźwiękowym współczynnik $C_{xa_α}$ można obliczyć ze wzoru:

$$(C_{xa_α})_{kad} = 2 \frac{S_{dno}}{S_{kad_poprz}} \alpha^2 + C_{x_{∞}} \frac{S_{kad}}{S_{kad_poprz}} \cdot \alpha^3 \tag{5.77}$$

Dotyczy on ciał osiowosymetrycznych. Jeżeli kadłub ma przekrój eliptyczny, to $C_{xa_α}$ oblicza się, uwzględniając długą oś elipsy (a) i krótką oś elipsy (b).

$$(C_{xa_α})_{kad_elipsa} = (C_{xa_α})_{kad} \left(\frac{a}{b} \cos^2 \varphi + \frac{b}{a} \sin^2 \varphi \right) \tag{5.78}$$

$(C_{xa_α})_{kad}$ oblicza się z (5.77) dla kadłuba osiowosymetrycznego o takim samym rozkładzie przekrojów poprzecznych jak rozpatrywany kadłub eliptyczny. φ jest kątem określającym położenie przekroi eliptycznych. Jeżeli długa oś elipsy (a) jest pozioma, to $\varphi = 0^\circ$, jeżeli ta oś jest pionowa, to $\varphi = 90^\circ$.

5.4.3. Współczynnik oporu przy niezerowej sile nośnej (niezerowym kącie natarcia) całego samolotu

W podrozdz. 5.1.3 pokazano, w jaki sposób obliczyć współczynnik C_{xa0} całego samolotu, uwzględniając, że poszczególne elementy płatowca mają różne powierzchnie odniesieniowe, zaś współczynnik C_{xa0} jest odniesiony do powierzchni skrzydła. Analogicznie do wzoru (5.52) dla współczynnika $C_{xa_C_{za}}$ ma zastosowanie zależność:

$$C_{xa_C_{za}} = (C_{xa_C_{za}})_{skrz} + (C_{xa_C_{za}})_H \frac{S_H}{S} + (C_{xa_C_{za}})_V \frac{S_V}{S} + (C_{xa_C_{za}})_{kad} \frac{S_{kad_poprz}}{S} \quad (5.79)$$

Jeżeli przyjąć, że współczynniki dotyczące usterzenia poziomego i pionowego są takie same jak dla skrzydła:

$$((C_{xa_C_{za}})_H, (C_{xa_C_{za}})_V) \approx (C_{xa_C_{za}})_{skrz} \quad (5.80)$$

to wzór (5.79) upraszcza się do postaci:

$$C_{xa_C_{za}} = (C_{xa_C_{za}})_{skrz} \left(1 + \frac{S_H + S_V}{S} \right) + (C_{xa_C_{za}})_{kad} \frac{S_{kad_poprz}}{S} \quad (5.81)$$

We wzorach (5.79) i (5.81) występuje współczynnik $(C_{xa_C_{za}})_{kad}$. Natomiast w podrozdz. 5.4.2 pokazano wzory dotyczące współczynnika $(C_{xa_C_{za}})_{kad}$ odniesionego do kąta natarcia. Aby obliczyć $(C_{xa_C_{za}})_{kad}$, należy, znając współczynnik siły nośnej skrzydła, określić kąt natarcia. Wykorzystuje się związek:

$$C_{za_skrz} = C_{za_skrz}^\alpha (\alpha - \alpha_0) \quad (5.82)$$

Stąd mamy:

$$\alpha = \frac{C_{za_skrz}}{C_{za_skrz}^\alpha} + \alpha_0 \quad (5.83)$$

Schemat przeliczania jest następujący:

$$(C_{xa_C_{za}})_{kad} \xrightarrow{\alpha = \frac{C_{za_skrz}}{C_{za_skrz}^\alpha} + \alpha_0} (C_{xa_C_{za}})_{kad} \quad (5.84)$$

Przykład 5.13

Oblicz współczynnik oporu samolotu przy niezerowym kącie natarcia, którego dotyczy geometria określona w przykładzie 1.1, w zakresie poddźwiękowym.

Rozwiązanie:

W obliczeniach można wykorzystać wyniki z przykładów 5.9 i 5.12. Na przykład dla $Ma = 0.6$ i kąta natarcia 3° mamy:

$$- \text{z (P5.9.7):} \quad (C_{xa-C_{za}})_{skrz} = 0.01 \quad (\text{P5.13.1})$$

$$- \text{z (P5.12.9):}$$

$$\begin{aligned} (C_{xa-\alpha})_{kad} &= 1.876 \cdot \alpha^2 + 7.779 \cdot \alpha^3 = \\ &= 1.876 \cdot \left(\frac{3}{57.29}\right)^2 + 7.779 \cdot \left(\frac{3}{57.29}\right)^3 = 6.261 \cdot 10^{-3} \end{aligned} \quad (\text{P5.13.2})$$

Wzór (5.81) daje:

$$\begin{aligned} C_{xa-C_{za}} &= (C_{xa-C_{za}})_{skrz} \left(1 + \frac{S_H + S_V}{S}\right) + (C_{xa-C_{za}})_{kad} \frac{S_{kad-poprz}}{S} = \\ &= 0.01 \left(1 + \frac{12.25 + 5.06}{28}\right) + 6.261 \cdot 10^{-3} \frac{1.77}{28} = 0.016 \end{aligned} \quad (\text{P5.13.3})$$

W tabeli zestawiono wyniki dla pozostałych liczb Macha i kątów natarcia. Zaznaczono wartość, którą obliczono powyżej. Należy zwrócić uwagę, że w rozpatrzonym zakresie kątów natarcia i liczb Macha współczynnik oporu kadłuba $(C_{xa-a})_{kad}$ nie zależy od liczby Macha. Na rys. P5.13.1 i P5.13.2 pokazano otrzymane przebiegi. Na podstawie wyników uzyskanych w przykładzie 5.7 oraz aproksymacji przebiegów dotyczących samolotu, pokazanych na rys. 5.13.2, można określić biegunową samolotu w zakresie poddźwiękowym:

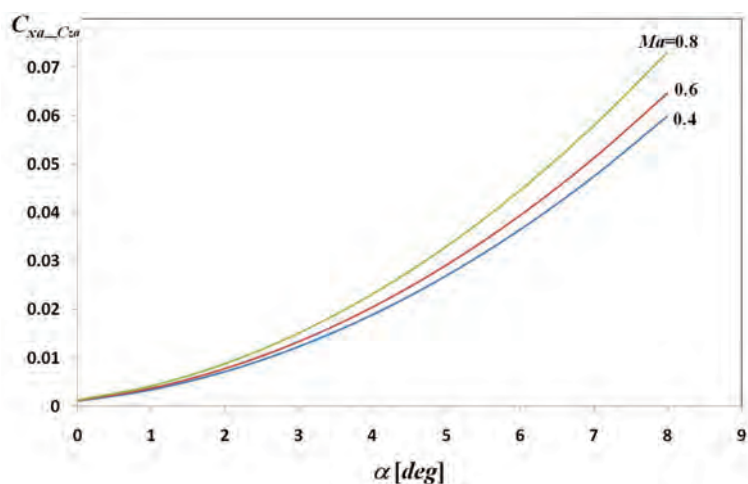
$$C_{xa} = C_{xa0} + C_{xa-C_{za}} = 0.01421 + 0.195 C_{za-skrz}^2 \quad (\text{P5.13.4})$$

Natomiast, jeżeli uwzględnić jedynie udział skrzydła, to jego biegunowa ma postać:

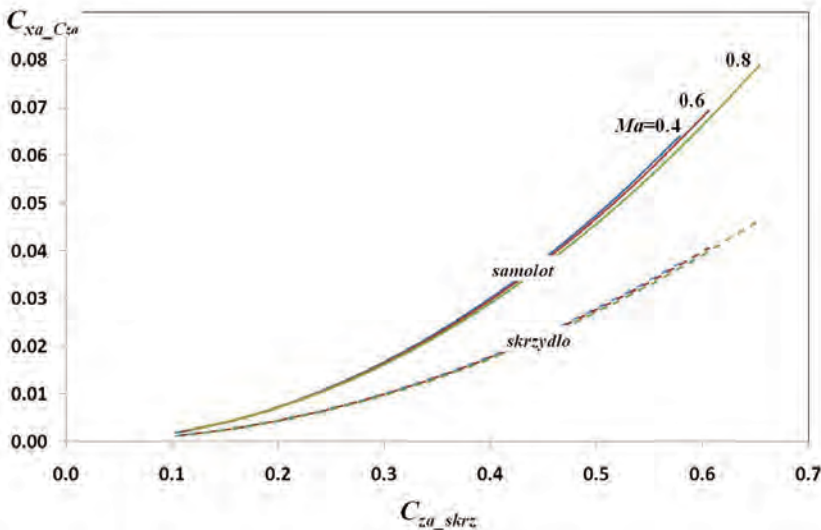
$$C_{xa} = C_{xa0} + C_{xa-C_{za}} = 0.002966 + 0.11 C_{za-skrz}^2 \quad (\text{P5.13.5})$$

Ma		0.4			0.6		
α	$(C_{xa_a})_{kad}$	C_{za_skrz}	$(C_{xa_Cza})_{skrz}$	C_{xa_Cza}	C_{za_skrz}	$(C_{xa_Cza})_{skrz}$	C_{xa_Cza}
0	0.0000	0.1034	0.0012	0.0019	0.1083	0.0013	0.0021
1	0.0006	0.1628	0.0030	0.0048	0.1705	0.0032	0.0052
2	0.0026	0.2222	0.0055	0.0091	0.2327	0.0060	0.0098
3	0.0063	0.2817	0.0089	0.0147	0.2949	0.0096	0.0160
4	0.0118	0.3411	0.0130	0.0218	0.3571	0.0141	0.0236
5	0.0195	0.4005	0.0179	0.0302	0.4193	0.0194	0.0327
6	0.0295	0.4600	0.0236	0.0401	0.4815	0.0256	0.0433
7	0.0422	0.5194	0.0301	0.0514	0.5438	0.0327	0.0556
8	0.0578	0.5788	0.0374	0.0641	0.6060	0.0406	0.0693

Ma		0.8		
α	$(C_{xa_a})_{kad}$	C_{za_skrz}	$(C_{xa_Cza})_{skrz}$	C_{xa_Cza}
0	0.0000	0.1167	0.0015	0.0024
1	0.0006	0.1838	0.0037	0.0060
2	0.0026	0.2508	0.0069	0.0113
3	0.0063	0.3179	0.0110	0.0182
4	0.0118	0.3850	0.0161	0.0269
5	0.0195	0.4521	0.0223	0.0372
6	0.0295	0.5191	0.0293	0.0494
7	0.0422	0.5862	0.0374	0.0632
8	0.0578	0.6533	0.0465	0.0789



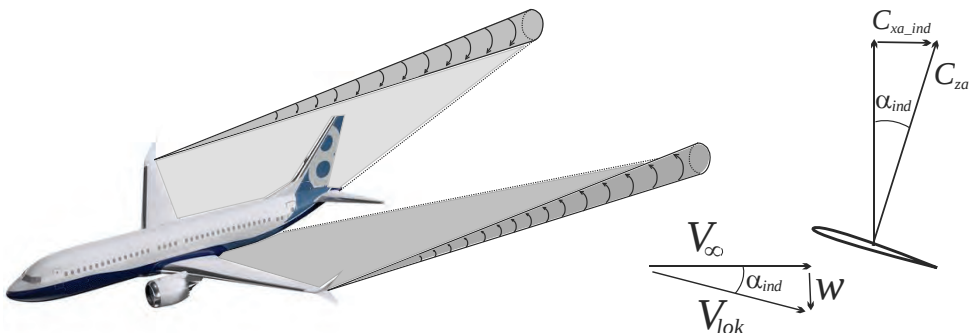
Rys. P5.13.1. Współczynnik oporu przy niezerowej sile nośnej samolotu w funkcji kąta natarcia



Rys. P5.13.2. Współczynnik oporu przy niezerowej sile nośnej samolotu w funkcji współczynnika siły nośnej

Uproszczona metoda obliczania współczynnika C_{xa_Cza}

Współczynnik C_{xa_Cza} oblicza się też często w sposób bardziej uproszczony, zakładając, że dominujący jest opór indukowany. Powstająca za skrzydłem płaszczyna wirowa związa się w dwa wiry, które zmieniają lokalne kąty natarcia na skrzydle. Powoduje to powstanie dodatkowego oporu. Ponieważ cyrkulacja wirów zależy od siły nośnej, to również opór indukowany zależy od tej siły, tak jak schematycznie pokazano na rys. 5.31.



Rys. 5.31. Powstawanie oporu indukowanego

Jeżeli skrzydło generuje siłę nośną, to powstaje dodatkowy opór, który jest równy:

$$C_{xa_C_{za}} = C_{xa_ind} = \frac{C_{za}^2}{\pi \lambda_{ef}} \quad (5.85)$$

Ze wzoru tego wynika, że im większa jest siła nośna, tym większy jest opór indukowany. Natomiast maleje on przy zwiększaniu wydłużenia skrzydła. Dla profilu lotniczego ($\lambda = \infty$) opór ten nie występuje.

λ_{ef} jest wydłużeniem efektywnym skrzydła określonym następująco:

$$\lambda_{ef} = \lambda \cdot e_O \quad (5.86)$$

Oblicza się je, znając wydłużenie (geometryczne) skrzydła λ i współczynnik Oswalda e_O , który w przypadku oporu indukowanego szacuje się z empirycznego wzoru:

– dla skrzydeł prostych:

$$e_O = 1.78 \cdot (1 - 0.045 \lambda_{skrz}^{0.68}) - 64 \quad (5.87)$$

– dla skrzydeł skośnych o kącie skosu $\Lambda_0 > 30^\circ$:

$$e_O = 4.61 \cdot (1 - 0.045 \lambda_{skrz}^{0.68}) (\cos \Lambda_0)^{0.15} - 3.1 \quad (5.88)$$

Dla skrzydeł o skosach pomiędzy 0° i 30° należy wykonać liniową interpolację wyników uzyskanych z powyższych wzorów.

W zakresie naddźwiękowym współczynnik można oszacować ze wzoru:

$$e_O = \frac{1}{\pi \lambda_{skrz}} \frac{4 \lambda_{skrz} \sqrt{Ma^2 - 1} - 2}{\lambda_{skrz} (Ma^2 - 1) \cos \Lambda_0} \quad (5.89)$$

Dla skrzydeł o średnich wydłużeniach i zbieżnościach współczynnik e_O mieści się dla przepływów poddźwiękowych w granicach $0.7 \div 0.85$, zaś dla przepływów naddźwiękowych w przedziale $0.3 \div 0.5$.

Przykład 5.14

Wykorzystując opisaną w podrozdz. 5.1.4 metodę obliczania współczynnika C_{xa0} oraz uproszczoną metodę obliczania współczynnika $C_{xa_C_{za}}$, oblicz współczynnik siły oporu C_{xa} samolotu, którego dane zawiera przykład 1.1.

Rozwiązanie:

Współczynnik C_{xa0}

- powierzchnię zmoczoną samolotu ze wzoru (5.56):

$$\begin{aligned} S_{zmocz} &= \pi d_{kad_zast} (l_{kad} - 1.3 d_{kad_zast}) + S_{skrz_zewn} (2 + 0.5 \bar{c}) + 2(S_{napl} + S_H + S_V) = \\ &= \pi \cdot 1.5 (14.1 - 1.3 \cdot 1.5) + 21 \cdot (2 + 0.5 \cdot 0.09) + 2(2.51 + 12.25 + 5.06) = 139.86 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (\text{P5.14.1})$$

Z tabeli 5.3 odczytujemy dla samolotów myśliwskich $C_{xa0} = 0.0035$.

- ze wzoru (5.55) współczynnik C_{xa0} :

$$C_{xa0} = C_{x_t} = C_{xa0_rown} \frac{S_{zmocz}}{S} = 0.0035 \frac{139.86}{28} = 1.748 \cdot 10^{-2} \quad (\text{P5.14.2})$$

Wartość ta jest o 20% większa od obliczonej w przykładzie 5.7.

Współczynnik C_{xa_ind}

- współczynnik e_O ze wzoru (5.88):

$$\begin{aligned} e_O &= 4.61 \cdot (1 - 0.045 \lambda^{0.68}) (\cos \Lambda_0)^{0.15} - 3.1 = \\ &= 4.61 \cdot (1 - 0.045 \cdot 3^{0.68}) (\cos 40^\circ)^{0.15} - 3.1 = 0.908 \end{aligned} \quad (\text{P5.14.3})$$

- wydłużenie efektywne skrzydła ze wzoru (5.86):

$$\lambda_{ef} = \lambda \cdot e_O = 3 \cdot 0.908 = 2.73 \quad (\text{P5.14.4})$$

W zakresie poddźwiękowym współczynnik oporu indukowanego jest równy:

$$C_{xa_ind} = \frac{C_{za}^2}{\pi \lambda_{ef}} = \frac{C_{za}^2}{3.14 \cdot 2.73} = 0.1167 C_{za}^2 \quad (\text{P5.14.5})$$

Zgodnie z (5.1) biegunową samolotu można przedstawić w postaci:

$$C_{xa} = C_{xa0} + C_{xa_ind} = 1.748 \cdot 10^{-2} + 0.1167 C_{za}^2 \quad (\text{P5.14.6})$$

Mnożnik 0.1167 przy C_{za}^2 jest bliski mnożnikowi występującemu we wzorze (P5.13.5) dotyczącym biegunowej skrzydła.

MOMENT POCHYLAJĄCY

Moment pochylający powoduje obrót samolotu wokół **osi poprzecznej** Oy **przechodzącej przez środek masy samolotu**. Jest on dodatni, jeżeli dąży do zadzierania nosa samolotu do góry. Współczynnik tego momentu można przedstawić w postaci (3.11) lub (3.12):

$$C_m = \underbrace{C_{m0^*} + C_m^\alpha \alpha}_{\text{cz statyczna}} + \underbrace{C_m^q Q + C_m^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}}_{\text{cz dynamiczna}} + \underbrace{C_m^{\delta_H} \delta_H + C_m^{\phi_H} \phi_H}_{\text{sterowanie}} \quad (6.1)$$

$$C_m = \underbrace{C_{m0} + (\bar{x}_T - \bar{x}_F) C_{za}}_{\text{cz statyczna}} + \underbrace{C_m^q Q + C_m^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}}_{\text{cz dynamiczna}} + \underbrace{C_m^{\delta_H} \delta_H + C_m^{\phi_H} \phi_H}_{\text{sterowanie}} \quad (6.2)$$

Porównując części statyczne obu zależności, widać, że:

$$C_{m0^*} + C_m^\alpha \alpha = C_{m0} + (\bar{x}_T - \bar{x}_F) C_{za} \quad (6.3)$$

Ponieważ $C_{za} = C_{za}^\alpha (\alpha - \alpha_0)$, to zachodzą związki:

$$C_{m0} = C_{m0^*} + (\bar{x}_T - \bar{x}_F) C_{za}^\alpha \alpha_0 \quad (6.4)$$

$$C_m^\alpha = C_m^{C_{za}} C_{za}^\alpha \quad (6.5)$$

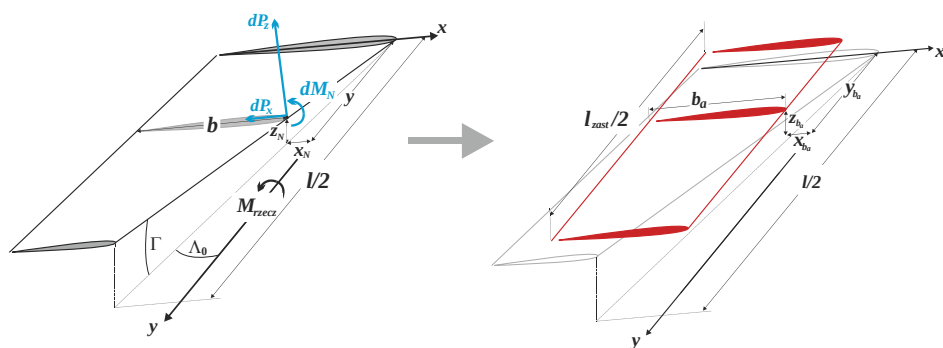
C_{m0} jest współczynnikiem momentu pochylającego przy zerowych wartościach: współczynnika siły nośnej C_{za} , prędkości kątowych Q i $\dot{\alpha}$ oraz kątów δ_H i ϕ_H .

6.1. Średnia cięciwa aerodynamiczna skrzydła

Moment pochylający skrzydła oblicza się ze wzoru:

$$M_{skrz} = C_{m_{skrz}} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S b_a \quad (6.6)$$

Dla skrzydła prostokątnego, którego charakterystyki aerodynamiczne są niezmienne wzdłuż rozpiętości, w celu obliczenia współczynnika momentu pochylającego $C_{m_{skrz}}$ można bezpośrednio zastosować wzór (2.80) lub (2.82). Znając zatem współczynnik $C_{m0_{prof}}$ i położenie ogniska $\bar{x}_{F_{prof}}$ profilu, przyjmuje się, że dotyczą one całego skrzydła. Dla rzeczywistych skrzydeł charakterystyki te mogą ulegać zmianie z powodu zmieniających się wzdłuż rozpiętości profili oraz geometrii skrzydła. W takim przypadku wprowadza się pojęcie **skrzydła zastępczego**. Jest to skrzydło prostokątne o takiej samej powierzchni jak skrzydło rzeczywiste, które wytwarza taką samą siłę nośną, siłę oporu i moment pochylający. Pokazano to na rys. 6.1.



Rys. 6.1. Skrzydło rzeczywiste i skrzydło zastępcze

Założmy, że samolot ma skrzydło ze wzniosem Γ o zmiennej wzdłuż rozpiętości cięciwie $b(y)$ i zmiennych charakterystykach aerodynamicznych $C_{mN}(y)$, $C_z(y)$, $C_x(y)$. Również współrzędne krawędzi natarcia są zmienne, tzn. $x_N(y)$, $z_N(y)$.

Siły aerodynamiczne generowane w kierunku prostopadłym i równoległym do cięciwy elementu skrzydła o powierzchni $dS = bdy$ są odpowiednio równe:

$$dP_z = C_z \frac{\rho V_s^2}{2} dS, \quad dP_x = C_x \frac{\rho V_s^2}{2} dS \quad (6.7)$$

Całkowite wartości tych sił uzyskuje się poprzez wykonanie całkowania¹:

$$P_{z_rzecz} = 2 \frac{\rho V_s^2}{2} \int_0^{1/2} C_z b dy, \quad P_{x_rzecz} = 2 \frac{\rho V_s^2}{2} \int_0^{1/2} C_x b dy \quad (6.8)$$

Zgodnie z definicją skrzydło zastępcze powinno generować takie same siły:

$$P_{z_zast} = C_{z_zast} \frac{\rho V_s^2}{2} S, \quad P_{x_zast} = C_{x_zast} \frac{\rho V_s^2}{2} S \quad (6.9)$$

Porównując odpowiadające sobie wzory (6.7) i (6.8), można obliczyć współczynniki sił dla skrzydła zastępczego:

$$C_{z_zast} = \frac{2}{S} \int_0^{1/2} C_z b dy, \quad C_{x_zast} = \frac{2}{S} \int_0^{1/2} C_x b dy \quad (6.10)$$

Moment pochylający elementu skrzydła rzeczywistego względem osi przechodzącej przez krawędź natarcia cięciwy środkowej (równoległej do Oy) będzie równy:

$$dM_{rzecz} = dM_N - dP_z \cdot x_N + dP_x \cdot z_N \quad (6.11)$$

gdzie dM_N jest momentem pochylającym elementu skrzydła rzeczywistego względem jego krawędzi natarcia:

$$dM_N = C_{mN} \frac{\rho V_s^2}{2} b dS \quad (6.12)$$

Całkowity moment, który wytwarza skrzydło rzeczywiste, uzyskuje się, wykonując całkowanie wyrażenia (6.11) wzdłuż jego rozpiętości:

$$M_{rzecz} = 2 \frac{\rho V_s^2}{2} \left(\int_0^{1/2} C_{mN} b^2 dy - \int_0^{1/2} C_z x_N b dy + \int_0^{1/2} C_x z_N b dy \right) \quad (6.13)$$

Niech położenie skrzydła zastępczego o cięciwie b_a określają jego współrzędne x_a i z_a mierzone względem krawędzi natarcia cięciwy środkowej skrzydła

¹ Ze względu na symetrię całkowanie dotyczy połowy skrzydła. Wynik jest mnożony przez 2.

rzeczywistego (oś Oy). Skrzydło to wytwarza określone wzorami (6.9) siły aerodynamiczne oraz moment pochylający względem jego krawędzi natarcia:

$$M_{N_zast} = C_{mN_zast} \frac{\rho V_s^2}{2} b_a S \quad (6.14)$$

Moment pochylający tego skrzydła względem osi Oy będzie równy:

$$\begin{aligned} M_{zast} &= M_{N_zast} - P_{z_zast} x_a + P_{x_zast} z_a = \\ &= \frac{\rho V_s^2}{2} S (C_{mN_zast} b_a - C_{z_zast} x_a + C_{x_zast} z_a) \end{aligned} \quad (6.15)$$

Zgodnie z definicją skrzydła zastępczego musi zachodzić równość:

$$M_{zast} = M_{rzecz} \quad (6.16)$$

Będzie to spełnione, jeżeli odpowiadające sobie składniki w zależnościach (6.13) i (6.15) będą sobie równe:

$$C_{mN_zast} b_a S = 2 \int_0^{l/2} C_{mN} b^2 dy \quad (6.17)$$

$$C_{z_zast} x_{b_a} S = 2 \int_0^{l/2} C_z x_N b dy \quad (6.18)$$

$$C_{x_zast} z_{b_a} S = 2 \int_0^{l/2} C_x z_N b dy \quad (6.19)$$

Można stąd wyliczyć cięciwę i współrzędne prostokątnego skrzydła zastępczego:

$$b_a = \frac{2}{C_{mN_zast} S} \int_0^{l/2} C_{mN} b^2 dy \quad (6.20)$$

$$x_{b_a} = \frac{2}{C_{z_zast} S} \int_0^{l/2} C_z x_N b dy \quad (6.21)$$

$$z_{b_a} = \frac{2}{C_{x_zast} S} \int_0^{l/2} C_x z_N b dy \quad (6.22)$$

Ponieważ skrzydło zastępcze ma taką samą powierzchnię, jak skrzydło rzeczywiste, to jego rozpiętość jest inna niż skrzydła rzeczywistego. Będzie ona równa:

$$l_{zast} = \frac{S}{b_a} \quad (6.23)$$

Wyznaczenie powyższych parametrów wymaga znajomości zmienności współczynników $C_{mN}(y)$, $C_z(y)$, $C_x(y)$ i współrzędnych krawędzi natarcia $x_N(y)$, $z_N(y)$ wzdłuż rozpiętości. Jeżeli współczynniki aerodynamiczne są stałe, to:

$$C_{mN_zast} = C_{mN}, \quad C_{z_zast} = C_z, \quad C_{x_zast} = C_x \quad (6.24)$$

Uwzględniając te relacje, cięciwa skrzydła zastępczego oraz jego położenie będą równe:

$$b_a = \frac{2}{S} \int_0^{l/2} b^2 dy \quad (6.25)$$

$$x_{b_a} = \frac{2}{S} \int_0^{l/2} x_N b dy \quad (6.26)$$

$$z_{b_a} = \frac{2}{S} \int_0^{l/2} z_N b dy \quad (6.27)$$

Wyrażenia te są analogiczne do wzorów (1.6), (1.7) i (1.9) dotyczących średniej cięciwy aerodynamicznej.

6.2. Współczynnik momentu pochylającego skrzydła

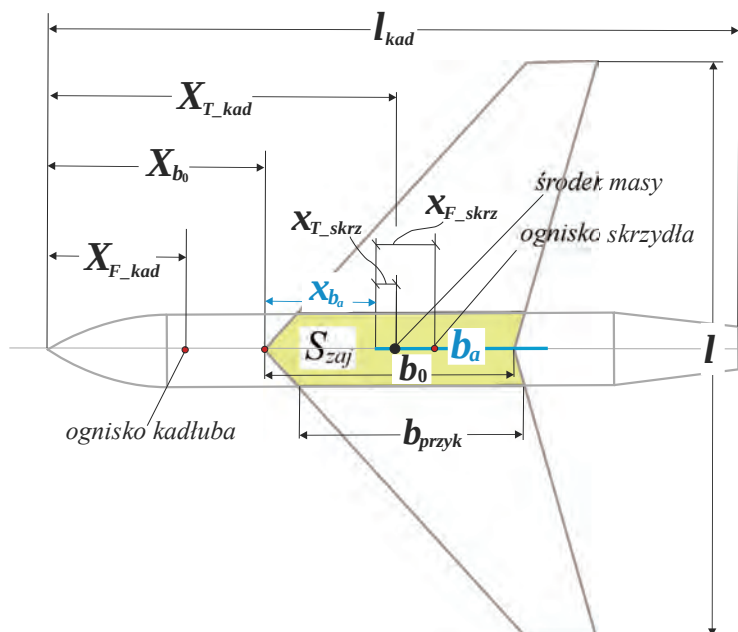
Statyczny moment pochylający względem punktu T leżącego na średniej cięciwie aerodynamicznej (jest to zwykle środek masy samolotu) dla skrzydła o dowolnym kształcie może być obliczony z zależności analogicznej do (2.82):

$$C_{m_skrz} = C_{m0_skrz} + (\bar{x}_{T_skrz} - \bar{x}_{F_skrz}) \cdot C_{za_skrz} \quad (6.28)$$

Współrzędne punktu T i ogniska F_{skrz} mierzone są od krawędzi natarcia średniej cięciwy aerodynamicznej i są odniesione do jej długości:

$$\bar{x}_{T_skrz} = \frac{x_{T_skrz}}{b_a}, \quad \bar{x}_{F_skrz} = \frac{x_{F_skrz}}{b_a} \quad (6.29)$$

Położenie tych punktów pokazano na rys. 6.2. Pokazano też położenie ogniska aerodynamicznego kadłuba.



Rys. 6.2. Położenie ogniska aerodynamicznego skrzydła

6.2.1. Współczynnik C_{m0_skrz}

Najbardziej wiarygodną wartość C_{m0_skrz} można uzyskać z badań doświadczalnych. Jeżeli profil zmienia się wzdłuż rozpiętości skrzydła, to oblicza się średnią wartość współczynnika, wykonując całkowanie:

$$C_{m0_skrz} = \frac{1}{Sb_a} \int_{-l/2}^{l/2} C_{m0_prof} b^2 dy \quad (6.30)$$

A. Zakres poddźwiękowy

Metoda I

W przypadku gdy profil jest taki sam wzdłuż rozpiętości skrzydła, a zatem współczynnik C_{m0_prof} jest stały dla każdego profilu, z powyższej zależności otrzymuje się:

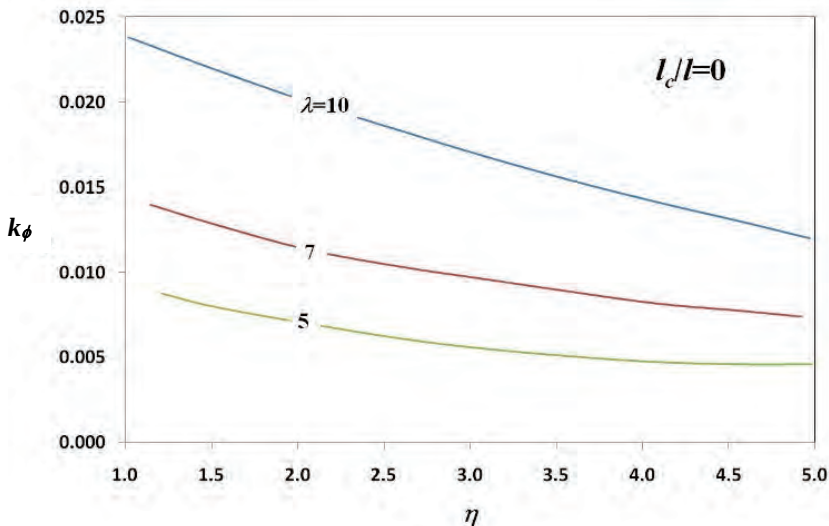
$$C_{m0_skrz} = C_{m0_prof} \quad (6.31)$$

Przykładowe wartości współczynnika C_{m0_prof} podano w tab. 2.1 dla kilku profili lotniczych.

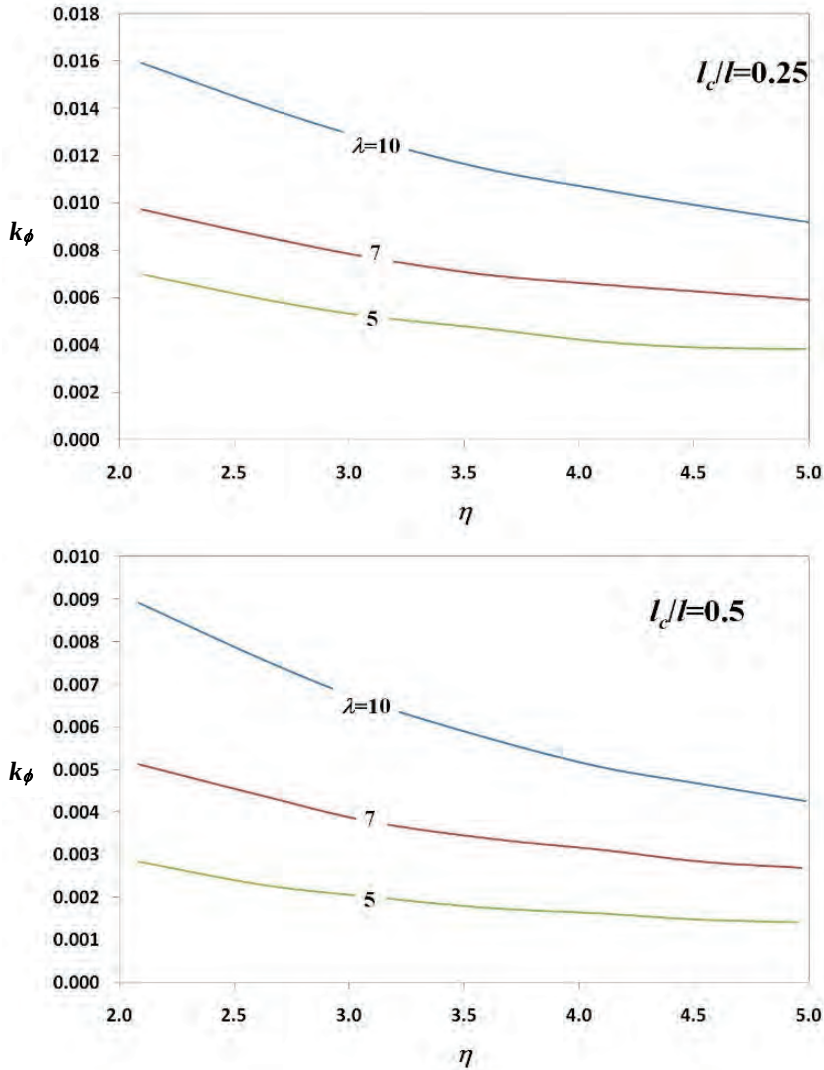
Jeżeli skrzydło skośne jest skręcone pomiędzy cięciwą środkową i cięciwą końcową o kąt ϕ , to do C_{m0_skrz} należy dodać dodatkowy składnik równy:

$$\Delta C_{m0_skrz} = -k_\phi \phi \tan \Lambda_{0.25} \quad (6.32)$$

Współczynnik k_ϕ zależy od zbieżności η i wydłużenia skrzydła λ oraz rozpiętości centroplata l_c odniesionej do rozpiętości skrzydła l . Jego wartość można odczytać z rys. 6.3.



Rys. 6.3. Współczynnik poprawkowy k_ϕ



Rys. 6.3. cd. Współczynnik poprawkowy k_ϕ

Gdy konieczne jest uwzględnienie ściśliwości powietrza, to w zakresie liczb Macha $Ma < Ma_{kr}$ można zastosować wzór analogiczny do (2.87):

$$C_{m0_skrz} = \frac{C_{m0_skrz_Ma=0}}{\sqrt{1-Ma^2}} \left(1 + 0.05 \frac{Ma^2}{Ma_{kr}^2} \right)^2 \quad (6.33)$$

Metoda II

W zakresie poddźwiękowym, nieściśliwym zasadniczy wpływ na wartość pochodnej C_{m0_skrz} ma wydłużenie oraz kąt skosu skrzydła. Wpływ zbieżności jest mniejszy. Współczynnik C_{m0_skrz} można obliczyć ze wzorów:

- dla skrzydeł bez skręcenia ($\varphi = 0$) o kącie skosu $\Lambda_{0.25} < 45^\circ$ i o stałym profilu oraz eliptycznym rozkładzie obciążenia wzdłuż rozpiętości:

$$(C_{m0_skrz})_{\phi=0} = \frac{\lambda \cos^2 \Lambda_{0.25}}{\lambda + 2 \cos \Lambda_{0.25}} C_{m0_prof} \quad (6.34)$$

- dla skrzydeł bez skręcenia ($\varphi = 0$) o zmiennym profilu:

$$(C_{m0_skrz})_{\phi=0} = \frac{\lambda \cos^2 \Lambda_{0.25}}{\lambda + 2 \cos \Lambda_{0.25}} \left(\frac{(C_{m0_prof})_0 + (C_{m0_prof})_k}{2} \right) \quad (6.35)$$

$(C_{m0_prof})_0$ i $(C_{m0_prof})_k$ są współczynnikami dotyczącymi profilu środkowego i końcowego.

- dla skrzydeł ze skręceniem zmieniającym się liniowo wzdłuż rozpiętości ($\phi \neq 0$):

$$C_{m0_skrz} = (C_{m0_skrz})_{\phi=0} + f_\phi \phi \quad (6.36)$$

Współczynnik f_ϕ określa się w oparciu o wartość kąta skosu $\Lambda_{0.25}$ (wyrażoną w stopniach) w oparciu o wzór:

$$f_\phi = a_2 (\Lambda_{0.25})^2 + a_1 \Lambda_{0.25} \quad (6.37)$$

Występujące tu współczynniki a_2 i a_1 zależą od wydłużenia λ i zbieżności η skrzydła. Ich wartości zawiera tabela.

Tabela 6.1

Wartości współczynników a_2 i a_1 w zależności od wydłużenia λ i zbieżności η skrzydła

λ	$\eta = \infty$		$\eta = 2$		$\eta = 1$	
	a_2	a_1	a_2	a_1	a_2	a_1
1.5	$-8.1814 \cdot 10^{-8}$	$-1.1179 \cdot 10^{-5}$	$-1.9715 \cdot 10^{-7}$	$-7.5734 \cdot 10^{-6}$	$-1.9573 \cdot 10^{-7}$	$-9.51 \cdot 10^{-6}$
3.5	$-3.501 \cdot 10^{-7}$	$-3.7373 \cdot 10^{-5}$	$-8.7408 \cdot 10^{-7}$	$-3.9217 \cdot 10^{-5}$	$-7.342 \cdot 10^{-7}$	$-5.1357 \cdot 10^{-5}$
6	$-5.6982 \cdot 10^{-7}$	$-8.854 \cdot 10^{-5}$	$-1.3306 \cdot 10^{-6}$	$-1.3125 \cdot 10^{-4}$	$-1.3429 \cdot 10^{-6}$	$-1.3807 \cdot 10^{-4}$
8	$-6.6291 \cdot 10^{-7}$	$-1.43 \cdot 10^{-4}$	$-1.406 \cdot 10^{-6}$	$-2.3261 \cdot 10^{-4}$	$-1.5159 \cdot 10^{-6}$	$-2.3525 \cdot 10^{-4}$
10	$-5.5096 \cdot 10^{-7}$	$-2.0672 \cdot 10^{-4}$	$-1.4426 \cdot 10^{-6}$	$-3.41 \cdot 10^{-4}$	$-1.0985 \cdot 10^{-6}$	$-3.755 \cdot 10^{-4}$

W zakresie poddźwiękowym, ściśliwym (od $Ma = 0.2$ do Ma_{kr}) wartość współczynnika C_{m0_skrz} można obliczyć, stosując zależność:

$$(C_{m0_skrz})_{Ma} = (C_{m0_skrz})_{Ma=0} (0.975Ma^3 - 0.579Ma^2 + 0.265Ma + 0.957) \quad (6.38)$$

$(C_{m0_skrz})_{Ma=0}$ oblicza się ze wzorów 6.33÷6.35.

B. Zakres transoniczny

W zakresie transonicznym wiarygodne dane uzyskuje się z badań doświadczalnych. Brak jest metod obliczeniowych dotyczących wyznaczania współczynnika C_{m0_skrz} .

C. Zakres naddźwiękowy

W zakresie naddźwiękowym wiarygodne wartości współczynnika C_{m0_skrz} uzyskuje się z badań eksperymentalnych. Jeżeli szkieletowa profilu skrzydła ma małą krzywiznę, to wartość C_{m0_skrz} jest mała.

W przypadku naddźwiękowej krawędzi natarcia dla skrzydeł skośnych o zbieżności $\eta = 1$ wartość C_{m0_skrz} można obliczyć z zależności:

$$C_{m0_skrz} = (Ec_{1n} \cos \Lambda_0 + Fc_{2n}) \cos^2 \Lambda_0 + \\ - (c_{1n} \cos \Lambda_0 + c_{2n} D) \cos^2 \Lambda_0 \frac{2c_{1n} G \cos \Lambda_0 + c_{2n} A}{2c_{1n} \cos \Lambda_0 + c_{2n} H} \quad (6.39)$$

Współczynniki obliczane są ze wzorów: c_{1n} i c_{2n} – (4.26), A – (2.49), G – (2.52), H – (2.53), D – (2.91), E – (2.92), F – (2.93).

Jeżeli górny i dolny obrys profilu zbiegają się w jednym punkcie, to $G = 0$ i $H = 0$. W takim przypadku:

$$C_{m0_skrz} = (Ec_{1n} \cos \Lambda_0 + Fc_{2n}) \cos^2 \Lambda_0 - \frac{1}{2} (\cos \Lambda_0 + \frac{c_{2n}}{c_{1n}} D) c_{2n} A \cos \Lambda_0 \quad (6.40)$$

Przykład 6.1

Oblicz współczynnik C_{m0_skrz} momentu pochyłającego skrzydła samolotu dla danych zgodnych z przykładami 1.1 i 2.4.

Rozwiązanie:

Zakres poddźwiękowy

W przykładzie 2.4 podano wartość strzałki profilu $\bar{f} = 0.0133$. Ze wzoru (2.85) mamy:

$$C_{m0_prof} = -3.1416 \bar{f} = -3.1416 \cdot 0.0133 = -4.178 \cdot 10^{-2} \quad (\text{P6.1.1})$$

Dla skrzydła stosuje się wzór (6.34):

$$\begin{aligned} (C_{m0_skrz})_{\phi=0} &= \frac{\lambda \cos^2 \Lambda_{0.25}}{\lambda + 2 \cos \Lambda_{0.25}} C_{m0_prof} = \\ &= \frac{3 \cos^2 31^\circ}{3 + 2 \cos 31^\circ} (-4.178 \cdot 10^{-2}) = -1.9535 \cdot 10^{-2} \end{aligned} \quad (\text{P6.1.2})$$

Dla $Ma = 0.6$, ze wzoru (6.38), mamy:

$$\begin{aligned} (C_{m0_skrz})_{Ma} &= (C_{m0_skrz})_{Ma=0} (0.975 Ma^3 - 0.579 Ma^2 + 0.265 Ma + 0.957) \\ &- 1.9535 \cdot 10^{-2} (0.975 \cdot 0.6^3 - 0.579 \cdot 0.6^2 + 0.265 \cdot 0.6 + 0.957) = -2.22 \cdot 10^{-2} \end{aligned} \quad (\text{P6.1.3})$$

Zakres naddźwiękowy

Obliczenia dla $Ma = 2$.

- ze wzoru (4.26):

$$c_{1n} = \frac{2}{\sqrt{Ma^2 \cos^2 \Lambda_0 - 1}} = \frac{2}{\sqrt{2^2 \cos^2 40^\circ - 1}} = 1.7232 \quad (\text{P6.1.4})$$

$$\begin{aligned} c_{2n} &= \frac{1.2 Ma^4 \cos^4 \Lambda_0 - 2 Ma^2 \cos^2 \Lambda_0 + 2}{(Ma^2 \cos^2 \Lambda_0 - 1)^2} = \\ &= \frac{1.2 \cdot 2^4 \cdot \cos^4 40^\circ - 2 \cdot 2^2 \cdot \cos^2 40^\circ + 2}{(2^2 \cdot \cos^2 40^\circ - 1)^2} = 2.1583 \end{aligned} \quad (\text{P6.1.5})$$

W przykładach 2.7 i 2.10 obliczono: $A = -0.0071$, $D = -0.054$, $E = 0.0188$, $F = -0.0023$.

- ze wzoru (6.40):

$$\begin{aligned}
 C_{m0_skrz} &= (Ec_{1n} \cos \Lambda_0 + Fc_{2n}) \cos^2 \Lambda_0 - \frac{1}{2} \left(\cos \Lambda_0 + \frac{c_{2n}}{c_{1n}} D \right) c_{2n} A \cos \Lambda_0 = \\
 &= (0.0188 \cdot 1.7232 \cdot \cos 40^\circ + (-0.0023) \cdot 2.1583) \cos^2 40^\circ - \\
 &= -\frac{1}{2} \left[\cos 40^\circ + \frac{2.1583}{1.7232} (-0.054) \right] \cdot 2.1583 \cdot (-0.0071) \cdot \cos 40^\circ = 1.5747 \cdot 10^{-2}
 \end{aligned}$$

(P6.1.6)

Wyniki obliczeń dla różnych liczb Macha zebrano w tabeli.

Ma	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4
C_{m0_skrz}	$6.668 \cdot 10^{-2}$	$3.2637 \cdot 10^{-2}$	$2.0714 \cdot 10^{-2}$	$1.5747 \cdot 10^{-2}$	$1.2924 \cdot 10^{-2}$	$1.1051 \cdot 10^{-2}$

6.2.2. Ognisko aerodynamiczne skrzydła $\bar{x}_{F_skrz}$

Aby określić moment skrzydła o dowolnym kształcie i zmiennych wzdłuż rozpiętości charakterystykach, należy obliczyć średnią cięciwę aerodynamiczną b_a i jej współrzędne x_{b_a} i z_{b_a} . Znając te współrzędne, wyznacza się położenie ogniska aerodynamicznego $\bar{x}_{F_skrz}$ na średniej cięciwie aerodynamicznej. Jak wspomniano wcześniej, dla zakresu poddźwiękowego leży ono w odległości ok. $1/4 b_a$ od krawędzi natarcia średniej cięciwy aerodynamicznej. Zatem dla skrzydła prostokątnego o stałym profilu i bez skręcenia mamy:

$$\bar{x}_{F_skrz} = \bar{x}_{F_prof} \approx \frac{1}{4} \quad (6.41)$$

W praktyce ognisko takiego skrzydła, jeżeli grubość względna profilu spełnia warunek $\bar{c} \leq 0.04$, położone jest od krawędzi natarcia w odległości 22÷25% cięciwy.

Dla liczb Macha przekraczających Ma_{kr} ognisko zaczyna się przemieszczać. W zależności od obrysu skrzydła w zakresie transonicznym może ono przemieszczać się albo w kierunku noska (skrzydło proste) lub w kierunku krawędzi spływu (skrzydła skośne i trójkątne). Natomiast w zakresie naddźwiękowym ognisko przemieszcza się w kierunku krawędzi spływu, osiągając położenie bliskie połowie średniej cięciwy aerodynamicznej (ok. 45%). Zatem dla skrzydła prostokątnego jego położenie na średniej cięciwie aerodynamicznej jest równe:

$$\bar{x}_{F_skrz} = \bar{x}_{F_prof} \approx \frac{1}{2} \quad (6.42)$$

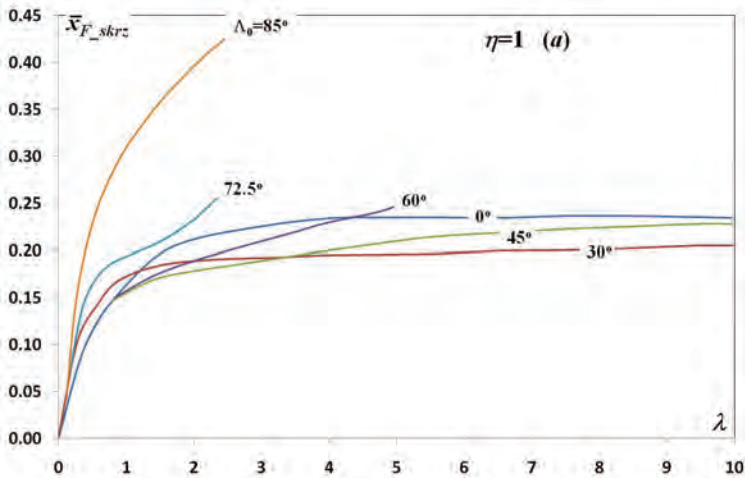
Zależności (6.41) i (6.42) dotyczą skrzydła prostego. Mogą też być zastosowane do skrzydła o innym kształcie po znalezieniu jego średniej cięciwy aerodynamicznej. Punkty odpowiadające $\frac{1}{4}$ lub $\frac{1}{2}$ tej cięciwy określają w przybliżeniu położenie ogniska w zakresie poddźwiękowym lub naddźwiękowym.

Poniżej opisane zostaną metody wyznaczania położenia ogniska aerodynamicznego skrzydła. Należy mieć na uwadze, że określają one to położenie na różnych cięciwach – średniej cięciwie aerodynamicznej b_a lub cięciwie środkowej b_0 .

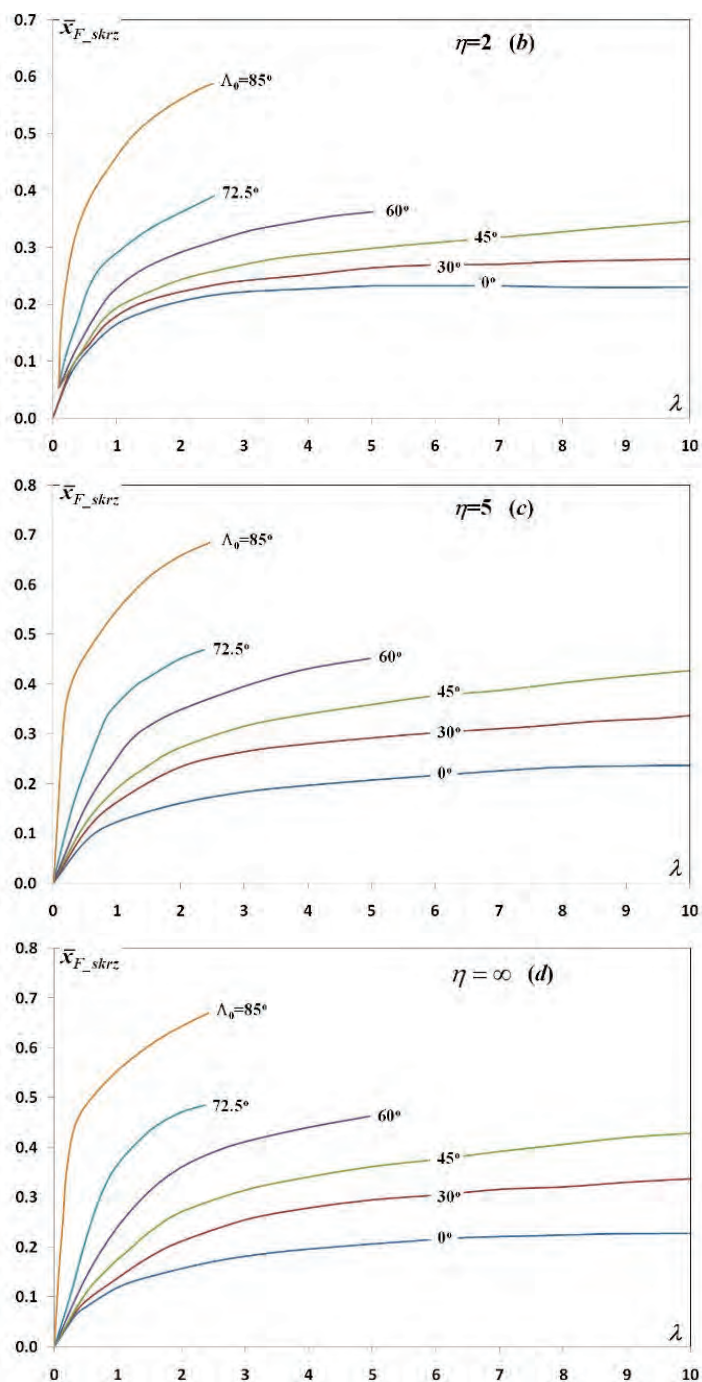
A. Zakres poddźwiękowy

Metoda I

Wzór (6.41) daje jedynie bardzo przybliżoną wartość położenia ogniska aerodynamicznego na średniej cięciwie aerodynamicznej. Wpływ na to położenie mają: wydłużenie λ , zbieżność η i kąt skosu Λ_0 . Na rys. 6.4 pokazano te zależności. Widać, że zmniejszanie wydłużenia powoduje szybkie przemieszczanie się ogniska w kierunku krawędzi natarcia średniej cięciwy aerodynamicznej. Natomiast zwiększanie zbieżności prowadzi do przemieszczania się ogniska do tyłu.



Rys. 6.4. Położenie ogniska aerodynamicznego na średniej cięciwie aerodynamicznej



Rys. 6.4. cd. Położenie ogniska aerodynamicznego na średniej cięciwie aerodynamicznej

Metoda II

Dla skrzydeł, dla których rozkład siły nośnej wzdłuż rozpiętości jest zbliżony do eliptycznego, dla zakresu nieściśliwego, położenie ogniska aerodynamicznego na średniej cięciwie aerodynamicznej można obliczyć ze wzoru:

$$\bar{x}_{F_skrz} = \frac{x_{F_skrz}}{b_a} = 0.25 + \frac{0.342\eta^2 - 0.576\eta - 0.908}{10(\eta^2 + \eta + 1)} \lambda \tan \Lambda_{0.25} \quad (6.43)$$

Dla skrzydeł trapezowych o zwykłych wydłużeniach dla zakresu nieściśliwego do obliczenia położenia ogniska aerodynamicznego na średniej cięciwie aerodynamicznej zastosowanie ma wzór:

$$\bar{x}_{F_skrz} = 0.285 - \frac{0.065}{\eta} + \left(0.012 - \frac{0.05}{\eta} + 0.0004 \cdot \Lambda_{0.25} \right) \lambda \tan \Lambda_{0.25} \quad (6.44)$$

Kąt $\Lambda_{0.25}$ w ostatnim składniku w nawiasie należy podać w stopniach.

Natomiast dla skrzydeł trójkątnych i skrzydeł o małym wydłużeniu położenie ogniska na średniej cięciwie aerodynamicznej określa następujący związek:

$$\bar{x}_{F_skrz} = \frac{x_{F_skrz}}{b_a} = \frac{3}{2} \left(\frac{x_{F_skrz*}}{b_0} - \frac{\lambda}{12} \frac{\eta + 2}{\eta} \tan \Lambda_0 \right) \frac{\eta(\eta + 1)}{\eta^2 + \eta + 1} \quad (6.45)$$

Występujący tu iloraz $\frac{x_{F_skrz*}}{b_0}$ jest względnym położeniem ogniska na cięciwie środkowej. Odległość x_{F_skrz*} mierzona jest od krawędzi natarcia cięciwy środkowej. Natomiast x_{F_skrz} od krawędzi natarcia średniej cięciwy aerodynamicznej. Iloraz $\frac{x_{F_skrz*}}{b_0}$ jest równy:

- dla skrzydeł trójkątnych:

$$\frac{x_{F_skrz*}}{b_0} = 0.604 - 0.006\lambda \quad (6.46)$$

- dla skrzydeł o małym wydłużeniu:

$$\frac{x_{F_skrz*}}{b_0} = 0.12 + 0.121 \cdot \lambda (\tan \Lambda_0 - 0.05) \frac{1+\eta}{\eta} \quad (6.47)$$

Dla skrzydeł, których parametry geometryczne mieszczą się w następujących granicach:

- grubość względna $0.1 \leq \bar{c} \leq 0.3$
- wydłużenie $0.58 \leq \lambda \leq 2.55$
- zbieżność $3.33 \leq \eta \leq \infty$
- kąt skosu krawędzi natarcia $63^\circ \leq \Lambda_0 \leq 80^\circ$
- kąt skosu krawędzi spływu $\Lambda_{1.0} = 0^\circ$

położenie ogniska aerodynamicznego skrzydła na cięciwie środkowej określa wzór:

$$\frac{x_{F_skrz*}}{b_0} = \frac{\frac{2}{3} \left(1 - \frac{1}{\eta}\right) + \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{1}{\eta^2 + \eta}\right) \ln \left(1 + \frac{\lambda}{5}\right)}{1 + \pi \ln \left(1 + \frac{\lambda}{5}\right)} \quad (6.48)$$

Ma on zastosowanie dla liczb Macha $Ma \leq 0.2$.

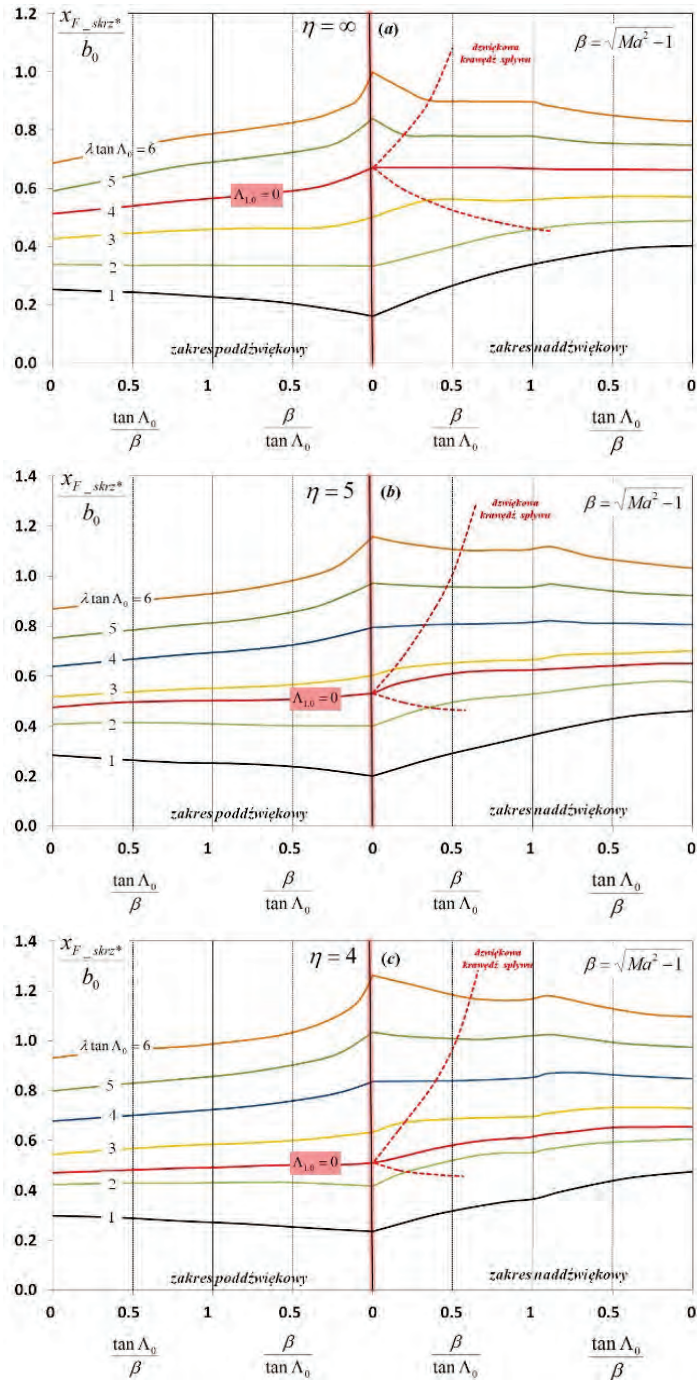
Dla liczb Macha z przedziału $0.4 < Ma < 1.1$ do oszacowania położenia ogniska na średniej cięciwie aerodynamicznej stosuje się też inny wzór:

$$(\bar{x}_{F_skrz})_{Ma} = (\bar{x}_{F_skrz})_{Ma=0} + 0.26(Ma - 0.4)^{2.5} \frac{\sqrt{S}}{b_a} \quad (6.49)$$

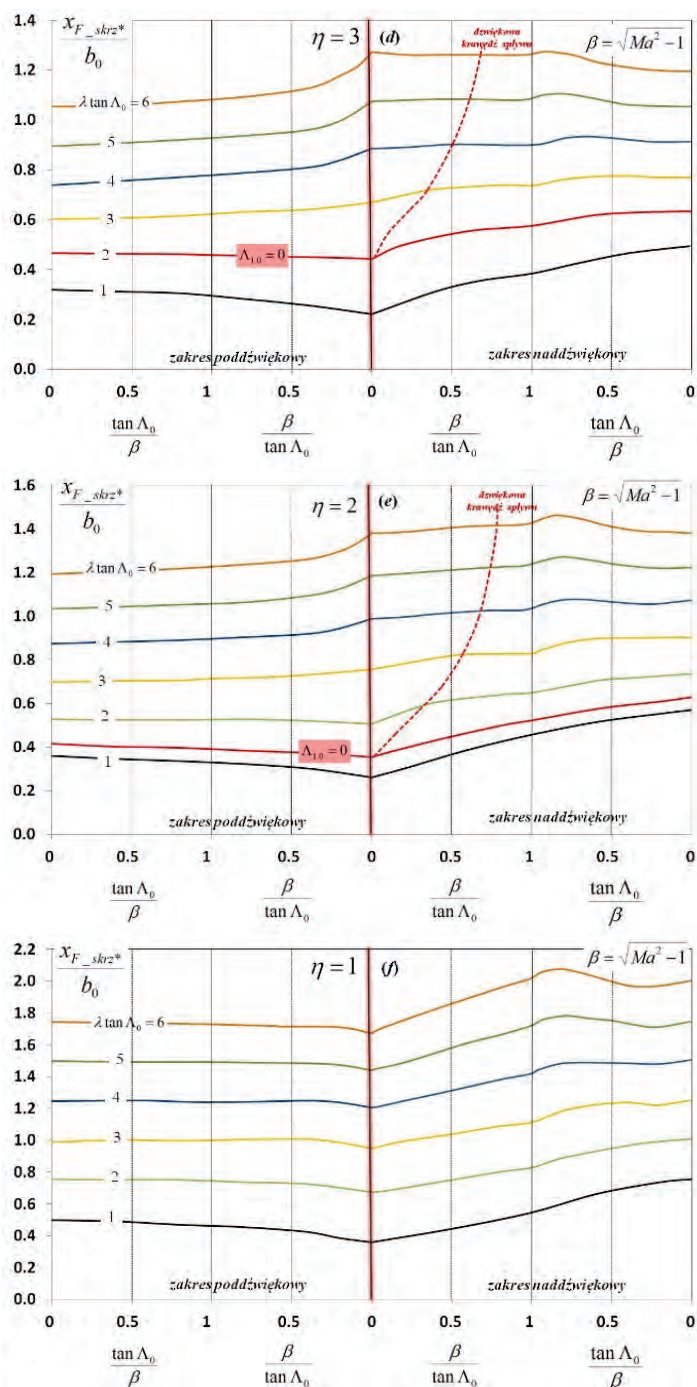
Metoda III

Wartości $\frac{x_{F_skrz*}}{b_0}$ można również odczytać z rys. 6.5, które obejmują cały

zakres prędkości. Jednak wyniki dotyczące zakresu poddźwiękowego są poprawne dla liczb $Ma \leq 0.6$ dla skrzydła prostego oraz dla $Ma \leq 0.8$ dla skrzydła skośnego o cienkim profilu. Dla większych liczb Macha na położenie ogniska wpływ ma grubość i kształt profilu.



Rys. 6.5. Położenie ogniska aerodynamicznego na cięciwie środkowej



Rys. 6.5. cd. Położenie ogniska aerodynamicznego na cięciwie środkowej

Przykład 6.2

Oblicz położenie ogniska aerodynamicznego skrzydła „zewnątrznego” dla danych zgodnych z przykładami 1.1 i 2.4, w zakresie poddźwiękowym.

Rozwiązanie:

Metoda I

Obliczenia z wykorzystaniem:

– rys. 6.4b dla $\eta = 2$

dla $\lambda = 2.78$ i $\Lambda_0 = 30^\circ$ odczytujemy $\bar{x}_{F_skrz} = 0.238$

dla $\lambda = 2.78$ i $\Lambda_0 = 45^\circ$ odczytujemy $\bar{x}_{F_skrz} = 0.264$

Interpolacja dla $\Lambda_0 = 40^\circ$:

$$\bar{x}_{F_skrz} = 0.238 + \frac{0.264 - 0.238}{45 - 30}(40 - 30) = 0.255 \quad (P6.2.1)$$

– rys. 6.4c dla $\eta = 5$

dla $\lambda = 2.78$ i $\Lambda_0 = 30^\circ$ odczytujemy $\bar{x}_{F_skrz} = 0.257$

dla $\lambda = 2.78$ i $\Lambda_0 = 45^\circ$ odczytujemy $\bar{x}_{F_skrz} = 0.306$

Interpolacja dla $\Lambda_0 = 40^\circ$:

$$\bar{x}_{F_skrz} = 0.257 + \frac{0.306 - 0.257}{45 - 30}(40 - 30) = 0.29 \quad (P6.2.2)$$

Interpolacja dla $\lambda_{zewn} = 2.78$, $\Lambda_0 = 40^\circ$ i $\eta_{zewn} = 3.63$:

Położenie względne:

$$\bar{x}_{F_skrz_zewn} = 0.255 + \frac{0.29 - 0.255}{5 - 2}(3.63 - 2) = 0.274 \quad (P6.2.3)$$

Położenie bezwzględne:

$$x_{F_skrz_zewn} = \bar{x}_{F_skrz_zewn} \cdot b_{a_zewn} = 0.274 \cdot 3.04 = 0.833 \text{ m} \quad (P6.2.4)$$

Ognisko skrzydła „zewnątrznego” położone jest w odległości 0.833 m od krawędzi natarcia średniej cięciwy aerodynamicznej tego skrzydła.

Przeliczenie na położenie na średniej cięciwie aerodynamicznej skrzydła

położenie bezwzględne – wzór (1.26):

$$\begin{aligned} x_{F_skrz} &= \frac{d_{kad}}{2} \tan \Lambda_0 + x_{b_{a_zewn}} + x_{F_skrz_zewn} - x_{b_a} = \\ &= \frac{1.5}{2} \tan 40^\circ + 1.3 + 0.833 - 1.53 = 1.232 m \end{aligned} \quad (P6.2.5)$$

położenie względne:

$$\bar{x}_{F_skrz} = \frac{x_{F_skrz}}{b_a} = \frac{1.232}{3.44} = 0.358 \quad (P6.2.6)$$

Ze wzoru (6.49) dla $Ma = 0.6$:

$$\begin{aligned} (\bar{x}_{F_skrz})_{Ma} &= (\bar{x}_{F_skrz})_{Ma=0} + 0.26(Ma - 0.4)^{2.5} \frac{\sqrt{S}}{b_a} = \\ &= 0.358 + 0.26(0.6 - 0.4)^{2.5} \frac{\sqrt{21}}{3.04} = 0.365 \end{aligned} \quad (P6.2.7)$$

Metoda II

Położenie względne na średniej cięciwie aerodynamicznej skrzydła „zewnątrznego”:

Wzór (6.43) daje:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{F_skrz_zewn} &= 0.25 + \frac{0.342\eta_{zewn}^2 - 0.576\eta_{zewn} - 0.908}{10(\eta_{zewn}^2 + \eta_{zewn} + 1)} \lambda_{zewn} \tan \Lambda_{0.25} = \\ &= 0.25 + \frac{0.342 \cdot 3.63^2 - 0.576 \cdot 3.63 - 0.908}{10(3.63^2 + 3.63 + 1)} 2.78 \cdot \tan 31^\circ = 0.264 \end{aligned} \quad (P6.2.8)$$

Wzór (6.44) daje:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{F_skrz_zewn} &= 0.285 - \frac{0.065}{\eta_{zewn}} + \left(0.012 - \frac{0.05}{\eta_{zewn}} + 0.0004 \cdot \Lambda_{0.25} \right) \lambda_{zewn} \tan \Lambda_{0.25} = \\ &= 0.285 - \frac{0.065}{3.63} + \left(0.012 - \frac{0.05}{3.63} + 0.0004 \cdot \frac{31}{57.29} \right) \cdot 2.78 \cdot \tan 31^\circ = 0.285 \end{aligned} \quad (P6.2.9)$$

Biorąc do obliczeń wynik z (P6.2.8), położenie bezwzględne jest równe:

$$x_{F_skrz_zewn} = \bar{x}_{F_skrz_zewn} \cdot b_{a_zewn} = 0.264 \cdot 3.04 = 0.801 \text{ m} \quad (P6.2.10)$$

Ognisko skrzydła „zewnątrznego” położone jest w odległości 0.801 m od krawędzi natarcia średniej cięciwy aerodynamicznej tego skrzydła.

Przeliczenie na położenie na średniej cięciwie aerodynamicznej skrzydła

położenie bezwzględne – wzór (1.26):

$$\begin{aligned} x_{F_skrz} &= \frac{d_{kad}}{2} \tan \Lambda_0 + x_{b_a_zewn} + x_{F_skrz_zewn} - x_{b_a} = \\ &= \frac{1.5}{2} \tan 40^\circ + 1.3 + 0.801 - 1.53 = 1.20 \text{ m} \end{aligned} \quad (\text{P6.2.11})$$

położenie względne:

$$\bar{x}_{F_skrz} = \frac{x_{F_skrz}}{b_a} = \frac{1.20}{3.44} = 0.349 \quad (\text{P6.2.12})$$

Ze wzoru (6.49) dla $Ma = 0.6$:

$$\begin{aligned} (\bar{x}_{F_skrz})_{Ma} &= (\bar{x}_{F_skrz})_{Ma=0} + 0.26(Ma - 0.4)^{2.5} \frac{\sqrt{S}}{b_a} = \\ &= 0.349 + 0.26(0.6 - 0.4)^{2.5} \frac{\sqrt{21}}{3.04} = 0.356 \end{aligned} \quad (\text{P6.2.13})$$

Metoda III

Położenie ogniska skrzydła „zewnątrznego” na cięciwie środkowej

- Obliczenia z wykorzystaniem lewej strony rys. 6.5 dla $Ma = 0.6$:
 - oblicza się parametry rysunków:

$$\lambda_{zewn} \tan \Lambda_0 = 2.78 \cdot \tan 40^\circ = 2.33 \quad (\text{P6.2.14})$$

$$\beta = \sqrt{1 - Ma^2} = \sqrt{1 - 0.6^2} = 0.8 \quad (\text{P6.2.15})$$

$$\frac{\beta}{\tan \Lambda_0} = \frac{0.8}{\tan 40^\circ} = 0.953 \quad (\text{P6.2.16})$$

– dla $\eta = 3$ i $\Lambda_{1.0} = 0^\circ$ z rys. 6.5 (d) odczytujemy $\frac{x_{F_skrz*}}{b_0} = 0.4596$

– dla $\eta = 4$ i $\Lambda_{1.0} = 0^\circ$ z rys. 6.5 (c) odczytujemy $\frac{x_{F_skrz*}}{b_0} = 0.492$

- Interpolacja dla $\eta_{zewn} = 3.63$:

$$\frac{x_{F_skrz_zewn*}}{b_{0_zewn}} = 0.4596 + \frac{0.492 - 0.4596}{4 - 3}(3.63 - 3) = 0.48 \quad (P6.2.17)$$

Położenie względne ogniska skrzydła „zewnątrznego” na jego średniej cięciwie aerodynamicznej

- Obliczenie $\bar{x}_{F_skrz_zewn}$ ze wzoru (6.45):

$$\begin{aligned} \bar{x}_{F_skrz_zewn} &= \frac{3}{2} \left(\frac{x_{F_skrz_zewn*}}{b_{0_zewn}} - \frac{\lambda_{zewn}}{12} \frac{\eta_{zewn} + 2}{\eta_{zewn}} \tan \Lambda_0 \right) \frac{\eta_{zewn}(\eta_{zewn} + 1)}{\eta_{zewn}^2 + \eta_{zewn} + 1} = \\ &= \frac{3}{2} \left(0.48 - \frac{2.78}{12} \frac{3.63 + 2}{3.63} \tan 40^\circ \right) \frac{3.63(3.63 + 1)}{3.63^2 + 3.63 + 1} = 0.252 \end{aligned} \quad (P6.2.18)$$

Dla $Ma = 0.2$ otrzymuje się $\bar{x}_{F_skrz_zewn} = 0.251$.

Położenie bezwzględne:

$$x_{F_skrz_zewn} = \bar{x}_{F_skrz_zewn} \cdot b_{a_zewn} = 0.252 \cdot 3.04 = 0.77 \text{ m} \quad (P6.2.19)$$

Ognisko skrzydła „zewnątrznego” położone jest w odległości 0.77 m od krawędzi natarcia średniej cięciwy aerodynamicznej tego skrzydła.

Przeliczenie na położenie na średniej cięciwie aerodynamicznej skrzydła

położenie bezwzględne – wzór (1.26):

$$\begin{aligned} x_{F_skrz} &= \frac{d_{kad}}{2} \tan \Lambda_0 + x_{b_{a_zewn}} + x_{F_skrz_zewn} - x_{b_a} = \\ &= \frac{1.5}{2} \tan 40^\circ + 1.3 + 0.77 - 1.53 = 1.168 \text{ m} \end{aligned} \quad (P6.2.20)$$

położenie względne:

$$\bar{x}_{F_skrz} = \frac{x_{F_skrz}}{b_a} = \frac{1.168}{3.44} = 0.339 \quad (P6.2.21)$$

B. Zakres transoniczny

W zakresie transonicznym nie można zastosować uproszczeń pozwalających na oddzielne rozpatrywanie wpływu grubości względnej profilu skrzydła, jego wygięcia i kąta natarcia na charakterystyki aerodynamiczne, w tym na położenie ogniska aerodynamicznego. Do ich wiarygodnego określenia są z reguły konieczne badania w tunelu aerodynamicznym. Omówiony poniżej sposób określania położenia ogniska aerodynamicznego dotyczy przede wszystkim skrzydeł o niezatępionym profilu symetrycznym.

Obliczenie położenia ogniska aerodynamicznego w zakresie transonicznym wymaga zastosowania następującej procedury:

- oblicza się parametry pomocnicze:

$$\bar{V} = \frac{Ma^2 - 1}{\bar{c}^{2/3}}, \quad \bar{\lambda} = \lambda \bar{c}^{-1/3} \quad (6.50)$$

- w oparciu o rys. 6.6 określa się położenie ogniska aerodynamicznego skrzydła na cięciwie środkowej $\frac{x_{F-skz}^*}{b_0}$ poprzez interpolację wartości odczytanych z tych wykresów;
- dla kolejnych wartości $(-2, -1, 0, +1)$ parametru pomocniczego $\bar{V}$ oblicza się odpowiadające mu liczby Macha:

$$Ma = \sqrt{1 + \bar{V} \bar{c}^{2/3}} \quad (6.51)$$

Uzyskane wartości zależą od grubości względnej $\bar{c}$.

- oblicza się $\frac{x_{F-skz}^*}{b_0}$ dla liczby $Ma = 0.6$. Należy wykorzystać jedną z metod dotyczącą zakresu poddźwiękowego;
- metodą opisaną dalej dla zakresu naddźwiękowego oblicza się $\frac{x_{F-skz}^*}{b_0}$ dla liczby $Ma = 1.4$;
- w oparciu o uzyskane wyniki ustala się zależność $\frac{x_{F-skz}^*}{b_0} = f(Ma)$.

Jeżeli grubość względna profilu skrzydła jest większa od 0.07, to oblicza się dodatkowe przemieszczenie ogniska aerodynamicznego zależne od geometrii skrzydła. Dotyczy ono liczby Ma_2 , dla której pochodna C_{za-skz}^α osiąga wartość minimalną. Sposób wyznaczenia tej liczby omówiono w podrozdz. 4.1.2 (B. Zakres transoniczny). Przemieszczenie to oblicza się ze wzoru:

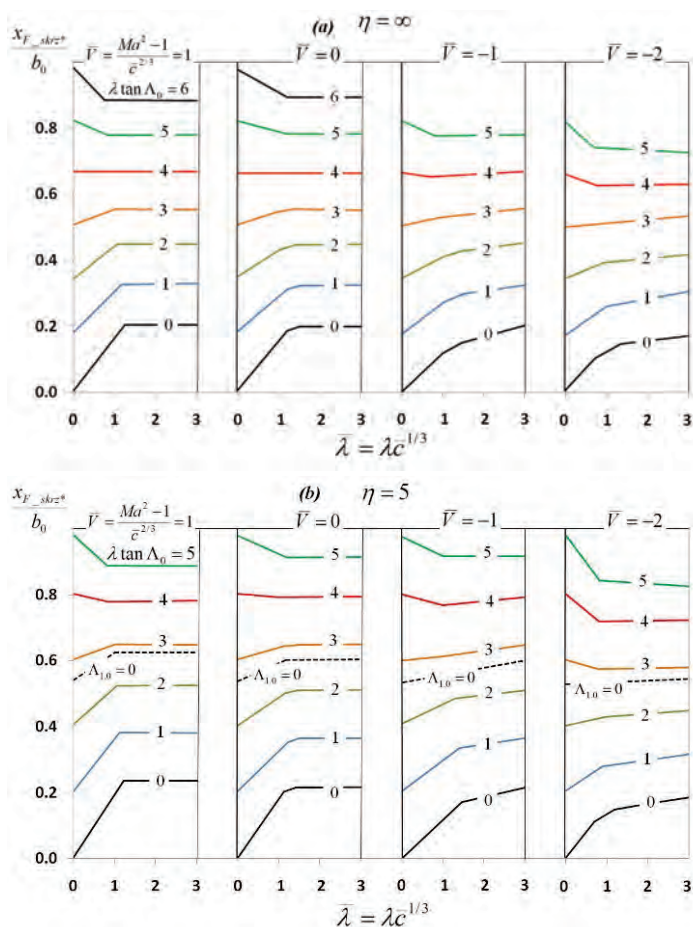
$$\frac{\Delta x_{F_skrz*}}{b_0} = a\bar{c} + b \quad (6.52)$$

Współczynniki a i b zestawiono w tab. 6.2.

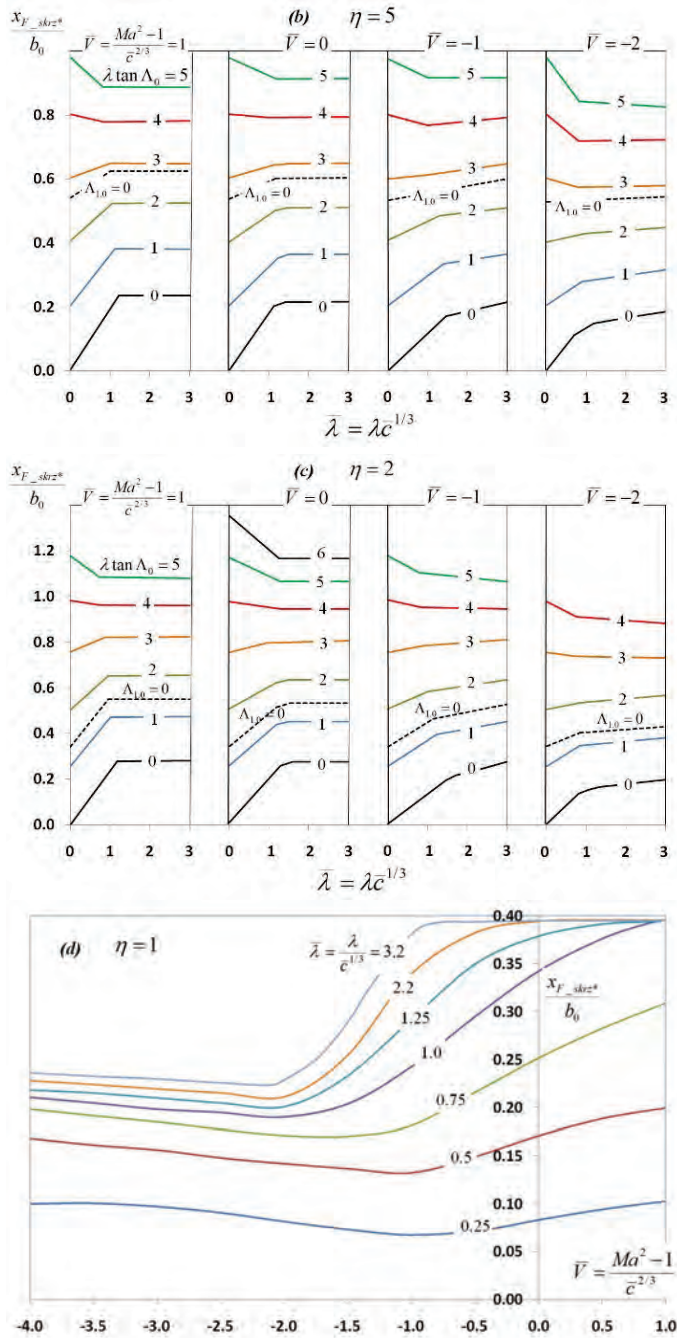
Tabela 6.2

Współczynniki a i b do obliczania przemieszczenia ogniska aerodynamicznego

$\lambda \cos^2 \Lambda_{0.5}$	<1.7	2.0	2.5	3.0	4.0	6.0
a	0.0	-2.974	-6.263	-9.251	-14.084	-19.481
b	0.0	0.2	0.423	0.633	0.974	1.31



Rys. 6.6. Położenie ogniska aerodynamicznego na cięciwie środkowej (zakres transo-
niczny)



Rys. 6.6. cd. Położenie ogniska aerodynamicznego na cięciwie środkowej (zakres transoniczny)

C. Zakres naddźwiękowy

W zakresie naddźwiękowym położenie ogniska skrzydła prostokątnego oblicza się ze wzoru (2.95) lub (2.97) odnoszącego się do profilu. Z kolei dla skrzydła skośnego można posłużyć się wykresami pokazanymi na rys. 6.5, a następnie wzorem (6.45). Do oszacowania wartości $\bar{x}_{F_skrz}$ dla liczb $Ma > 1.1$ ma też zastosowanie formuła:

$$(\bar{x}_{F_skrz})_{Ma} = (\bar{x}_{F_skrz})_{Ma=0} + (0.112 - 0.004Ma) \frac{\sqrt{S}}{b_a} \quad (6.53)$$

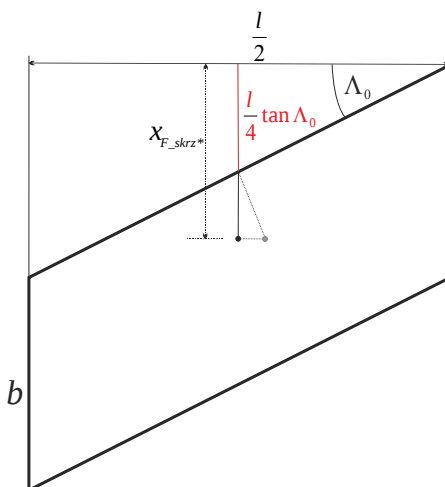
W przypadku naddźwiękowej krawędzi natarcia dla skrzydeł skośnych o zbieżności $\eta = 1$ odległość ogniska aerodynamicznego od krawędzi natarcia cięciwy środkowej jest równa:

$$\bar{x}_{F_skrz*} = \frac{x_{F_skrz*}}{b} = \frac{l}{4b} \tan \Lambda_0 + \frac{(c_{1n} \cos \Lambda_0 + c_{2n} D) \cos^2 \Lambda_0}{2c_{1n} \cos \Lambda_0 + c_{2n} H} \quad (6.54)$$

Pokazano ją na rys. 6.7. Występujące tu współczynniki określone są wzorami: c_{1n} i c_{2n} – (4.26), D – (2.91), H – (2.53).

Jeżeli górny i dolny obrys profilu zbiegają się w jednym punkcie, to:

$$\bar{x}_{F_skrz*} = \frac{l}{4b} \tan \Lambda_0 + \frac{1}{2} \left(\cos \Lambda_0 + \frac{c_{2n}}{c_{1n}} D \right) \cos \Lambda_0 \quad (6.55)$$



Rys. 6.7. Położenie ogniska aerodynamicznego skrzydła

Przykład 6.3

Oblicz położenie ogniska aerodynamicznego skrzydła dla danych zgodnych z przykładami 1.1 i 2.4 w zakresie transonicznym i naddźwiękowym.

Rozwiązanie:

Zgodnie z danymi z przykładu 2.4 grubość względna profilu skrzydła wynosi $\bar{c} = 0.04$.

1. Obliczenia dla zakresu transonicznego dla $\bar{V} = -1$ ***Położenie ogniska na cięciwie środkowej***

Parametry do odczytów z rys. 6.6:

$$\bar{\lambda} = \lambda \bar{c}^{-1/3} = 3 \cdot 0.04^{1/3} = 1.026 ,$$

$$Ma = \sqrt{1 + \bar{V} \bar{c}^{2/3}} = \sqrt{1 + (-1) \cdot 0.04^{2/3}} = 0.94 \quad (\text{P6.3.1})$$

Odczytuje się:

- z rys. 6.6 (c) dla $\eta = 2$ i $\Lambda_{1.0} = 0^\circ$ $\frac{x_{F_skrz*}}{b_0} = 0.45$
- z rys. 6.6 (b) dla $\eta = 5$ i $\Lambda_{1.0} = 0^\circ$ $\frac{x_{F_skrz*}}{b_0} = 0.556$

Interpolacja dla $\eta = 4.16$

$$\frac{x_{F_skrz*}}{b_0} = 0.45 + \frac{0.556 - 0.45}{5 - 2} = (4.16 - 2) = 0.527 \quad (\text{P6.3.2})$$

Położenie ogniska na średniej cięciwie aerodynamicznej

Obliczenie położenia ogniska na średniej cięciwie aerodynamicznej ze wzoru (6.45):

$$\begin{aligned} \bar{x}_{F_skrz} &= \frac{3}{2} \left(\frac{x_{F_skrz*}}{b_0} - \frac{\lambda}{12} \frac{\eta + 2}{\eta} \tan \Lambda_0 \right) \frac{\eta(\eta + 1)}{\eta^2 + \eta + 1} = \\ &= \frac{3}{2} \left(0.527 - \frac{3}{12} \frac{4.16 + 2}{4.16} \tan 40^\circ \right) \frac{4.16(4.16 + 1)}{4.16^2 + 4.16 + 1} = 0.31 \end{aligned} \quad (\text{P6.3.3})$$

2. Obliczenia dla zakresu naddźwiękowego dla $Ma = 1.4$

A. Obliczenia z wykorzystaniem rys. 6.5

Położenie ogniska na cięciwie środkowej

- Obliczenia z wykorzystaniem prawej strony rys. 6.5:
 - oblicza się parametry rysunków:

$$\lambda \tan \Lambda_0 = 3 \cdot \tan 40^\circ = 2.518 \quad (\text{P6.3.4})$$

$$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1} = \sqrt{1.4^2 - 1} = 0.98 \quad (\text{P6.3.5})$$

$$\frac{\tan \Lambda_0}{\beta} = \frac{\tan 40^\circ}{0.98} = 0.856 \quad (\text{P6.3.6})$$

$$\text{– dla } \eta = 4 \text{ i } \Lambda_{1.0} = 0^\circ \text{ z rys. 6.5 (c) odczytujemy } \frac{x_{F_skrz*}}{b_0} = 0.6289$$

$$\text{– dla } \eta = 5 \text{ i } \Lambda_{1.0} = 0^\circ \text{ z rys. 6.5 (b) odczytujemy } \frac{x_{F_skrz*}}{b_0} = 0.6298$$

- Interpolacja dla $\eta = 4.16$:

$$\frac{x_{F_skrz*}}{b_0} = 0.6289 + \frac{0.6298 - 0.6289}{5 - 4} (4.16 - 4) = 0.629 \quad (\text{P6.3.7})$$

Położenie ogniska na średniej cięciwie aerodynamicznej

- Obliczenie $\bar{x}_{F_skrz}$ ze wzoru (6.45):

$$\begin{aligned} \bar{x}_{F_skrz} &= \frac{3}{2} \left(\frac{x_{F_skrz*}}{b_0} - \frac{\lambda}{12} \frac{\eta + 2}{\eta} \tan \Lambda_0 \right) \frac{\eta(\eta + 1)}{\eta^2 + \eta + 1} = \\ &= \frac{3}{2} \left(0.629 - \frac{3}{12} \frac{4.16 + 2}{4.16} \tan 40^\circ \right) \frac{4.16(4.16 + 1)}{4.16^2 + 4.16 + 1} = 0.456 \end{aligned} \quad (\text{P6.3.8})$$

B. Obliczenia z wykorzystaniem wzoru (6.53)

$$\begin{aligned} (\bar{x}_{F_skrz})_{Ma} &= (\bar{x}_{F_skrz})_{Ma=0} + (0.112 - 0.004Ma) \frac{\sqrt{S}}{b_a} = \\ &= 0.259 + (0.112 - 0.004 \cdot 1.4) \frac{\sqrt{28}}{3.44} = 0.423 \end{aligned} \quad (\text{P6.3.9})$$

C. Obliczenia z wykorzystaniem wzoru (6.55)

- ze wzorów (4.26):

$$c_{1n} = \frac{2}{\sqrt{Ma^2 \cos^2 \Lambda_0 - 1}} = \frac{2}{\sqrt{1.4^2 \cos^2 40^\circ - 1}} = 5.163 \quad (\text{P6.3.10})$$

$$\begin{aligned} c_{2n} &= \frac{1.2Ma^4 \cos^4 \Lambda_0 - 2Ma^2 \cos^2 \Lambda_0 + 2}{(Ma^2 \cos^2 \Lambda_0 - 1)^2} = \\ &= \frac{1.2 \cdot 1.4^4 \cos^4 40^\circ - 2 \cdot 1.4^2 \cos^2 40^\circ + 2}{(1.4^2 \cos^2 40^\circ - 1)^2} = 57.171 \end{aligned} \quad (\text{P6.3.11})$$

- położenia ogniska na cięciwie środkowej ze wzoru (6.55):

$$\begin{aligned} \bar{x}_{F_skrz*} &= \frac{l}{4b} \tan \Lambda_0 + \frac{1}{2} \left(\cos \Lambda_0 + \frac{c_{2n}}{c_{1n}} D \right) \cos \Lambda_0 = \\ &= \frac{9.14}{4 \cdot 3.44} \tan 40^\circ + \frac{1}{2} \left(\cos 40^\circ + \frac{57.171}{5.163} (-0.054) \right) \cos 40^\circ = 0.612 \end{aligned} \quad (\text{P6.3.12})$$

Wartość $D = -0.054$ obliczono w przykładzie 2.10.

- położenia ogniska na średniej cięciwie aerodynamicznej ze wzoru (6.45):

$$\begin{aligned} \bar{x}_{F_skrz} &= \frac{3}{2} \left(\frac{x_{F_skrz*}}{b_0} - \frac{\lambda}{12} \frac{\eta + 2}{\eta} \tan \Lambda_0 \right) \frac{\eta(\eta + 1)}{\eta^2 + \eta + 1} = \\ &= \frac{3}{2} \left(0.612 - \frac{3}{12} \frac{4.16 + 2}{4.16} \tan 40^\circ \right) \frac{4.16(4.16 + 1)}{4.16^2 + 4.16 + 1} = 0.431 \end{aligned} \quad (\text{P6.3.13})$$

Uwzględniając powyższe obliczenia oraz obliczenia wykonane w zakresie transonicznym dla $\bar{V} = (-2, -1, 0, 1)$ oraz w zakresie naddźwiękowym dla $Ma = (1.4, 1.6, 1.8, 2.0)$ otrzymuje się położenie ogniska aerodynamicznego skrzydła dla różnych liczb Macha. Wyniki zebrano w tabeli dla izolowanego skrzydła oraz dla skrzydła „zewnętrznego”. Ostatnia kolumna zawiera położenie ogniska aerodynamicznego skrzydła „zewnętrznego” na średniej cięciwie aerodynamicznej izolowanego skrzydła samolotu.

		Skrzydło		Skrzydło „zewewnętrzne”		
$\bar{V}$	Ma	$\frac{X_{F_skrz*}}{b_0}$	$\bar{X}_{F_skrz}$	$\frac{X_{F_skrz*}}{b_{0_zewn}}$	$\frac{X_{F_skrz_zewn}}{b_{a_zewn}}$	$\frac{X_{F_skrz}}{b_a}$
	0.2	0.491	0.259	0.478	0.251	0.337
	0.6	0.493	0.262	0.480	0.252	0.339
-2	0.875	0.497	0.268	0.475	0.245	0.332
-1	0.94	0.527	0.31	0.503	0.286	0.369
0	1.0	0.565	0.364	0.539	0.337	0.414
1	1.057	0.603	0.419	0.589	0.408	0.477
	1.4	0.629	0.456	0.615	0.444	0.508
	1.6	0.64	0.471	0.629	0.464	0.526
	1.8	0.646	0.48	0.637	0.476	0.536
	2.0	0.649	0.485	0.641	0.480	0.540

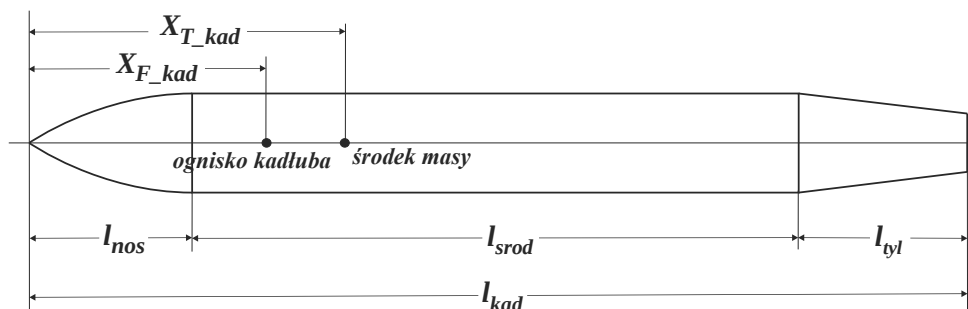
6.3. Współczynnik momentu pochylającego kadłuba

Moment pochylający kadłuba może być obliczony z zależności:

$$M_{kad} = C_{m_kad} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S_{kad_poprz} l_{kad} \quad (6.56)$$

Ze wzoru wynika, że moment ten odniesiony jest do przekroju poprzecznego kadłuba S_{kad_poprz} i jego długości l_{kad} . Do obliczeń aerodynamicznych należy określić ten **moment względem środka masy samolotu** położonego w odległości X_{T_kad} od jego noska. Położenie tego punktu pokazano na rys. 6.2 i 6.8.

Współczynnik momentu określa się w zależności od kąta natarcia lub uwzględniając położenie ogniska aerodynamicznego kadłuba z zależności od współczynnika siły nośnej.



Rys. 6.8. Kadłub cylindryczny

6.3.1. Zależność C_{m_kad} od współczynnika siły nośnej

Statyczny moment pochylający kadłuba może być obliczony z zależności analogicznej do (2.82):

$$C_{m_kad} = C_{m0_kad} + (\bar{X}_{T_kad} - \bar{X}_{F_kad}) \cdot C_{za_kad} \quad (6.57)$$

Wartość współczynnika siły nośnej C_{za_kad} oblicza się w oparciu o metody opisane w podrozdz. 4.2. Względne położenie środka masy oraz ogniska kadłuba określone są w odniesieniu do długości kadłuba l_{kad} :

$$\bar{X}_{T_kad} = \frac{X_{T_kad}}{l_{kad}}, \quad \bar{X}_{F_kad} = \frac{X_{F_kad}}{l_{kad}} \quad (6.58)$$

Położenia tych punktów pokazano na rys. 6.8. Sposób wyliczania ogniska aerodynamicznego będzie omówiony w podrozdz. 6.3.1.2.

6.3.1.1. Współczynnik C_{m0_kad}

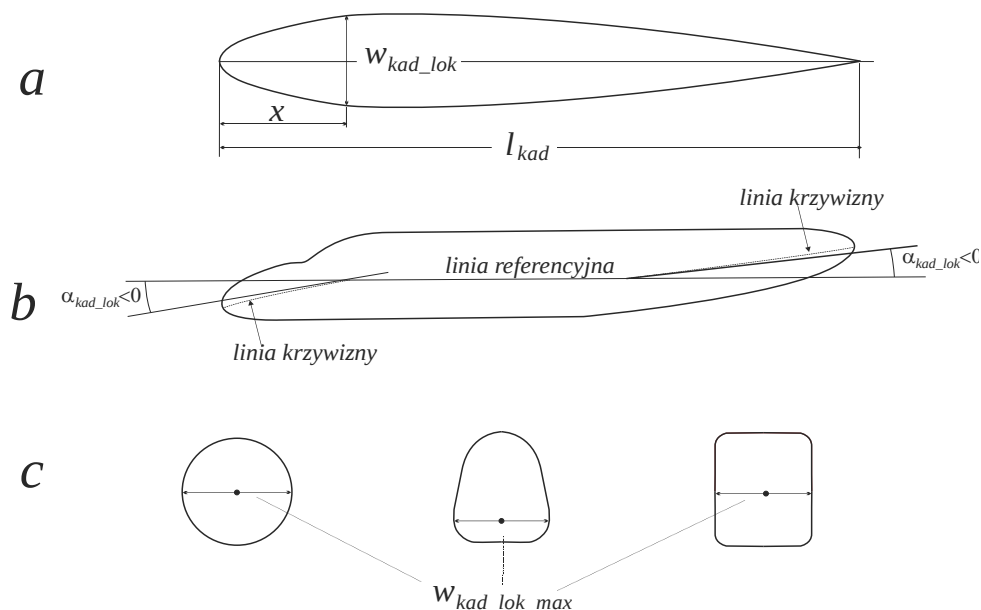
A. Zakres poddźwiękowy

W zakresie poddźwiękowym współczynnik C_{m0_kad} można określić z zależności:

$$C_{m0_kad} = \frac{\kappa_{md}}{36.5 S_{kad_poprz} l_{kad}} \int_0^{l_{kad}} w_{kad_lok}^2 (\alpha_{0_skrz} - \phi_{skrz} + \alpha_{0_kad_lok}) dX \quad (6.59)$$

Współczynnik κ_{md} dotyczy mas dodanych i określony jest wzorem (4.63).

w_{kad_lok} jest szerokością segmentu kadłuba w odległości X od noska. Kąty powinny być określone w stopniach. $\alpha_{0_kad_lok}$ jest kątem mierzonym pomiędzy linią referencyjną kadłuba i linią określającą lokalną krzywiznę kadłuba. Linia ta utworzona jest przez punkty środkowe maksymalnych szerokości przekroji kadłuba. Wyjaśnia to rys. 6.9.



Rys. 6.9. Geometria kadłuba do obliczania C_{m0_kad}

W zakresie poddźwiękowym, ściśliwym (od $Ma = 0.2$ do Ma_{kr}) wartość współczynnika C_{m0_kad} można obliczyć, wykorzystując wzór (6.38) odniesiony do kadłuba:

$$(C_{m0_kad})_{Ma} = (C_{m0_kad})_{Ma=0} (0.975Ma^3 - 0.579Ma^2 + 0.265Ma + 0.957) \quad (6.60)$$

B, C. Zakres transoniczny i naddźwiękowy

Dla zakresu transonicznego i naddźwiękowego brak jest w literaturze metody dotyczącej izolowanego kadłuba. Natomiast zastosowanie ma metoda, która pozwala obliczyć wartość współczynnika $C_{m0_skrz_kadl}$ dla układu skrzydło-kadłub. Będzie ona omówiona w rozdziale 6.4.2.

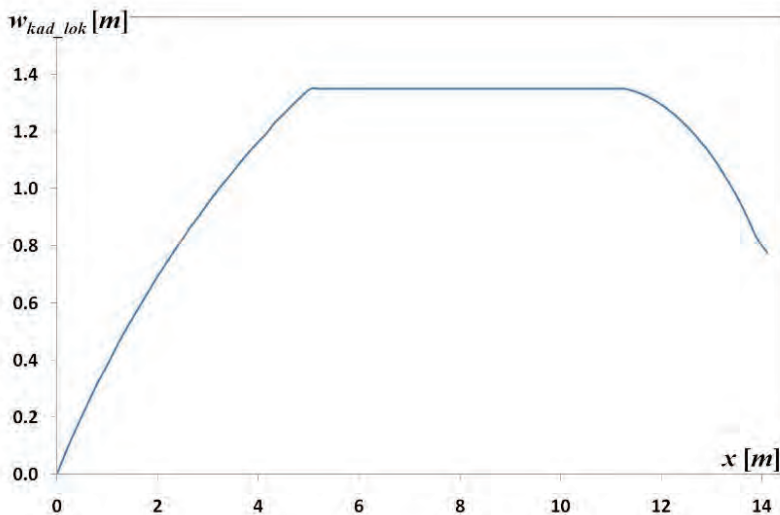
Przykład 6.4

Oblicz współczynnik momentu pochylającego C_{m0_kad} dla danych zgodnych z przykładami 1.1 i 2.4, w zakresie poddźwiękowym.

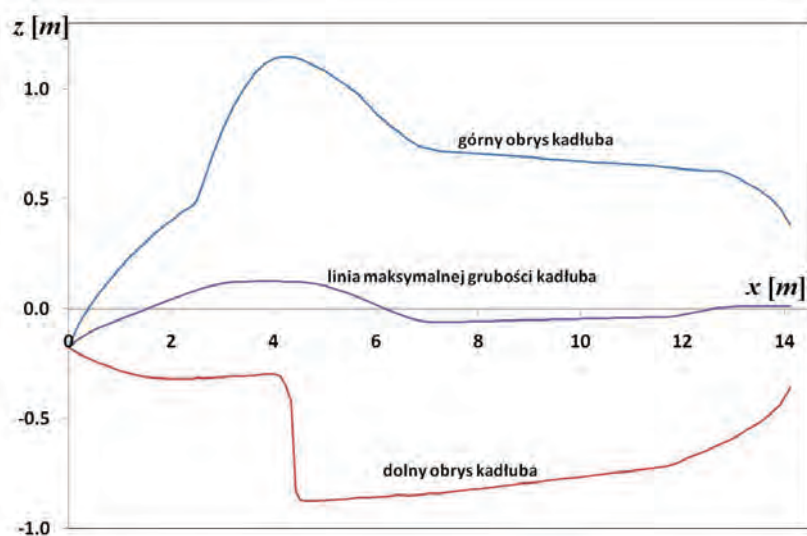
Rozwiązanie:

Zgodnie z przykładem 4.1 kąt zerowej siły nośnej skrzydła jest równy $\alpha_{0_skrz} = -1.74^\circ$. W obliczeniach zastosowanie ma wzór (6.59). Konieczne jest podzielenie kadłuba na sekcje, a następnie określenie ich szerokości w_{kad_lok} oraz lokalnych kątów $\alpha_{0_kad_lok}$. Na rysunkach poniżej pokazano odtworzone na podstawie rysunków samolotu F-16 następujące przebiegi:

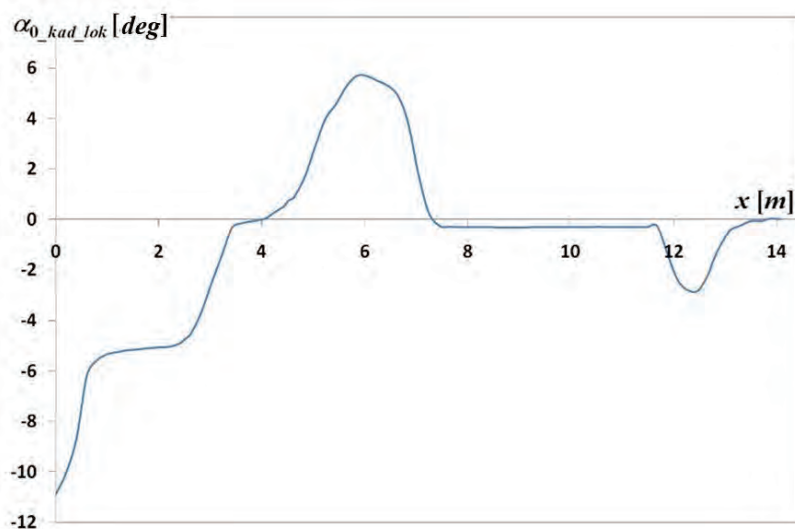
- rys. P6.4.1 – przebieg szerokości kadłuba wzdłuż jego długości,
- rys. P6.4.2. – przebieg obrysu górnego, obrysu dolnego oraz linii maksymalnej szerokości kadłuba,
- rys. P6.4.3 – przebieg kąta określającego lokalną krzywiznę kadłuba.



Rys. P6.4.1. Przebieg szerokości kadłuba wzdłuż jego długości



Rys. P6.4.2. Przebieg obrysu górnego, obrysu dolnego oraz linii maksymalnej szerokości kadłuba



Rys. P6.4.3. Przebieg obrysu górnego, obrysu dolnego oraz linii maksymalnej szerokości kadłuba

Obliczona w oparciu o powyższe przebiegi wartość całki występującej we wzorze (6.59) jest równa:

$$\int_0^{l_{kad}} w_{kad_lok}^2 (\alpha_{0_skrz} - \phi_{skrz} + \alpha_{0_kad_lok}) dX = -26.117 \quad (P6.4.1)$$

W przykładzie 4.12 obliczono współczynnik dotyczący mas dodanych $\kappa_{md} = 0.937$. Zatem współczynnik C_{m0_kad} jest równy:

$$\begin{aligned} C_{m0_kad} &= \frac{\kappa_{md}}{36.5 S_{kad_poprz} l_{kad}} \int_0^{l_{kad}} w_{kad_lok}^2 (\alpha_{0_skrz} - \phi_{skrz} + \alpha_{0_kad_lok}) dX = \\ &= \frac{0.937}{36.5 \cdot 1.77 \cdot 14.1} (-26.117) = -0.0269 \end{aligned} \quad (P6.4.2)$$

Dla większych liczb Macha należy zastosować wzór (6.60). Na przykład dla $Ma = 0.6$ mamy:

$$\begin{aligned} (C_{m0_kad})_{Ma} &= (C_{m0_kad})_{Ma=0} (0.975 Ma^3 - 0.579 Ma^2 + 0.265 Ma + 0.957) = \\ &= -0.0269 \cdot (0.975 \cdot 0.6^3 - 0.579 \cdot 0.6^2 + 0.265 \cdot 0.6 + 0.957) = -0.03 \end{aligned} \quad (P6.4.3)$$

6.3.1.2. Ognisko aerodynamiczne kadłuba $\bar{X}_{F_kad}$

A. Zakres poddźwiękowy

Dla kadłubów osiowosymetrycznych, o zaokrąglonej części przedniej i cylindrycznym korpusie bez zwężającej się części tylnej, względne położenie ogniska kadłuba można oszacować ze wzoru:

$$\bar{X}_{F_kad} = \frac{X_{F_kad}}{l_{kad}} = \frac{0.16}{f_{kad}} + 0.43 \frac{l_{nos}}{l_{kad}} \quad (6.61)$$

Smukłość kadłuba f_{kad} oblicza się ze wzoru (1.38).

Jeżeli kadłub ma zaokrągloną część przednią, to wstępnie można przyjąć, że:

$$\bar{X}_{F_kad} = 0.1 \quad (6.62)$$

Bardziej dokładne obliczenia wykonuje się, uwzględniając udział poszczególnych części kadłuba w wytwarzaniu siły nośnej i momentu pochylającego:

$$\bar{X}_{F_kad} = \frac{\bar{X}_{F_nos+cylinder} C_{z_nos+cylinder} + \bar{X}_{F_cylinder} \Delta C_{z_cylinder} + \bar{X}_{F_tyl} C_{z_tyl}}{C_{z_nos+cylinder} + \Delta C_{z_cylinder} + C_{z_tyl}} \quad (6.63)$$

Współczynniki sił normalnych określone są wzorami (4.52), (4.53) i (4.59).

Odległość ognisk poszczególnych części kadłuba od jego noska odniesione do długości kadłuba są równe:

– nos + część cylindryczna kadłuba:

$$\bar{X}_{F_nos+cylinder} = \frac{1}{l_{kad}} \left(l_{nos} - \frac{V_{nos}}{S_{kad_poprz}} \right) \quad (6.64)$$

– cylindryczna część środkowa:

$$\bar{X}_{F_cylinder} = \frac{X_{F_cylinder}}{l_{kad}} \approx 0.6 \quad (6.65)$$

– część tylna kadłuba:

$$\bar{X}_{F_tyl} = \frac{1}{l_{kad}} \left(l_{kad} - \frac{S_{kad_poprz} l_{tyl} - V_{tyl}}{S_{kad_poprz} - S_{dno}} \right) \quad (6.66)$$

gdzie V_{nos} jest objętością przedniej części, a V_{tyl} tylnej części kadłuba.

Wzór (6.66) przestaje być poprawny przy większych kątach natarcia. Wiąże się to z oderwaniem strumienia od kadłuba. W takim przypadku można przyjąć, że ognisko aerodynamiczne tylnej części kadłuba leży w połowie jej długości:

$$\bar{X}_{F_tyl} = 1 - 0.5 \frac{l_{tyl}}{l_{kad}} \quad (6.67)$$

Dla małych kątów natarcia, pomijając dodatkowo siłę normalną wynikającą z lepszego opływu części cylindrycznej kadłuba, otrzymuje się:

$$\bar{X}_{F_kad} = \frac{\bar{X}_{F_nos+cylinder} C_{z_nos+cylinder}^\alpha + \bar{X}_{F_tyl} C_{z_tyl}^\alpha}{C_{z_nos+cylinder}^\alpha + C_{z_tyl}^\alpha} \quad (6.68)$$

Wykorzystano tu wzory (4.54) i (4.55). Pochodną $C_{z_nos+cylinder}^\alpha$ można odczytać z rys. 4.32 lub 4.33. Natomiast pochodnej $C_{z_tyl}^\alpha$ dotyczy wzór (4.57) oraz rys. 4.41.

Pamiętając, że znak pochodnej $C_{z_tyl}^\alpha$ jest ujemny, może okazać się, że znak $\bar{X}_{F_kad}$ również jest ujemny. Oznacza to, że ognisko aerodynamiczne kadłuba znajduje się przed jego noskiem. Dotyczy to w szczególności kadłubów z silnie zwężającą się częścią tylną.

B. Zakres transoniczny

Brak jest uogólnionych metod określenia współczynnika momentu pochylającego w zakresie transonicznym. Można je oszacować poprzez płynne połączenie wyników uzyskanych dla zakresu poddźwiękowego i naddźwiękowego.

C. Zakres naddźwiękowy

Zgodnie z wzorem (6.68) wyznaczenie położenia ogniska aerodynamicznego kadłuba wymaga znajomości położenia ogniska układu nos+cylinder oraz ogniska części tylnej kadłuba.

Ognisko aerodynamiczne układu nos+cylinder

Metoda I

Ze wzrostem liczby Macha ognisko kadłuba przemieszcza się do tyłu. Przemieszczenie jest tym szybsze, im większe jest wydłużenie części cylindrycznej kadłuba. Spowodowane jest to dodatkową siłą nośną, która powstaje na części cylindrycznej kadłuba przy dużych liczbach Macha. Na rys. 6.10 pokazano wpływ liczby Macha na położenie ogniska kadłuba składającego się ze stożka i cylindra. Istotnymi parametrami są smukłości obu części.

Po odczytaniu z rys. 6.10 wartości $\frac{\Delta X_{F_kad_Ma}}{l_{nos}}$ względne przesunięcie ogniska (wyrażone jako część długości kadłuba) można obliczyć następująco:

$$\Delta \bar{X}_{F_kad_Ma} = \underbrace{\left(\frac{\Delta X_{F_kad_Ma}}{l_{nos}} \right)}_{\text{z rysunku 6.10}} \frac{l_{nos}}{l_{kad}} \quad (6.69)$$

Mierzone od noska położenie ogniska kadłuba składającego się ze stożka i cylindra odniesione do długości kadłuba l_{kad} i uwzględniające liczbę Macha jest zatem równe:

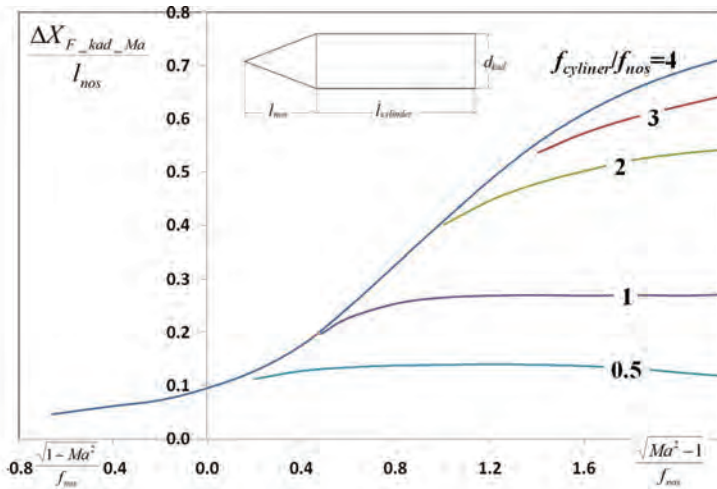
$$\bar{X}_{F_nos+cylinder} = (\bar{X}_{F_nos+cylinder})_{poddzw} + \Delta \bar{X}_{F_kad_Ma} \quad (6.70)$$

$(\bar{X}_{F_nos+cylinder})_{poddzw}$ wylicza się z wzoru (6.64).

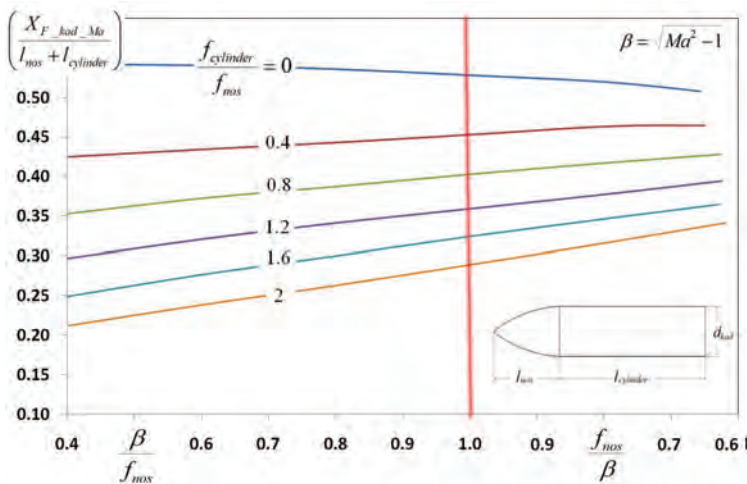
Metoda II

W zakresie naddźwiękowym położenie ogniska układu nos+cylinder $\bar{X}_{F_nos+cylinder}$ można też, w zależności od kształtu nosa, określić, wykorzystując rys. 6.11 lub 6.12. Otrzymuje się:

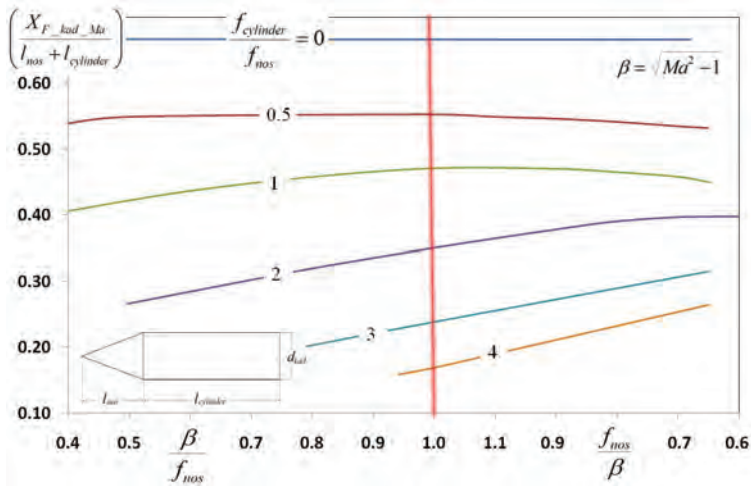
$$\bar{X}_{F_nos+cylinder} = \underbrace{\left(\frac{X_{F_kad_Ma}}{l_{nos} + l_{cylinder}} \right)}_{\text{z rysunku 6.11 lub 6.12}} \frac{l_{nos} + l_{cylinder}}{l_{kad}} \quad (6.71)$$



Rys. 6.10. Wpływ liczby Macha na przemieszczanie się ogniska aerodynamicznego układu nos+cylinder



Rys. 6.11. Położenie ogniska aerodynamicznego układu nos+cylinder (nos ostrołukowy)



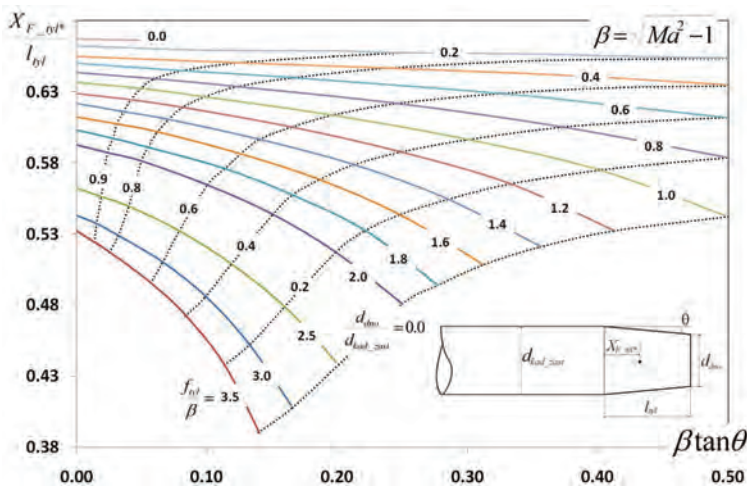
Rys. 6.12. Położenie ogniska aerodynamicznego układu nos+cylinder (nos stożkowy)

Ognisko aerodynamiczne tylnej części kadłuba

W zakresie naddźwiękowym położenie ogniska tylnej części kadłuba (mierzone od jego początku i odniesione do długości l_{kad}) można odczytać, wykorzystując rys. 6.13. Otrzymuje się:

$$\bar{X}_{F_tyl} = \frac{1}{l_{kad}} \left[l_{nos} + l_{cylinder} + \left(\frac{X_{F_tyl*}}{l_{tyl}} \right) l_{tyl} \right] \quad (6.72)$$

z rys.6.13



Rys. 6.13. Położenie ogniska aerodynamicznego tylnej części kadłuba

Przykład 6.5

Oblicz położenie ogniska aerodynamicznego izolowanego kadłuba dla danych zgodnych z przykładami 1.1 i 2.4, w zakresie poddźwiękowym i naddźwiękowym.

Rozwiązanie:

Zakres poddźwiękowy ($Ma = 0.6$)

A. Położenie ogniska kadłuba ze wzoru (6.61)

$$\begin{aligned}\bar{X}_{F_kad} &= \frac{X_{F_kad}}{l_{kad}} = \frac{0.16}{f_{kad}} + 0.43 \frac{l_{nos}}{l_{kad}} = \\ &= \frac{0.16}{9.4} + 0.43 \frac{5.1}{14.1} = 0.172\end{aligned}\quad (P6.5.1)$$

B. Położenie ogniska kadłuba ze wzoru (6.68)

Położenie ogniska noska i cylindrycznej części kadłuba ze wzoru (6.64):

$$\begin{aligned}\bar{X}_{F_nos+cylinder} &\approx \bar{X}_{F_nos} = \frac{1}{l_{kad}} \left(l_{nos} - \frac{V_{nos}}{S_{kad_poprz}} \right) = \\ &= \frac{1}{14.1} \left(5.1 - \frac{4.51}{1.77} \right) = 0.181\end{aligned}\quad (P6.5.2)$$

Położenie ogniska tylnej części kadłuba ze wzoru (6.66):

$$\begin{aligned}\bar{X}_{F_tyl} &= \frac{1}{l_{kad}} \left(l_{kad} - \frac{S_{kad_poprz} l_{tyl} - V_{tyl}}{S_{kad_poprz} - S_{dno}} \right) = \\ &= \frac{1}{14.1} \left(14.1 - \frac{1.77 \cdot 3.1 - 3.53}{1.77 - 0.608} \right) = 0.88\end{aligned}\quad (P6.5.3)$$

Wzór (6.67) daje:

$$\bar{X}_{F_tyl} = 1 - 0.5 \frac{l_{tyl}}{l_{kad}} = 1 - 0.5 \frac{3.3}{14.1} = 0.89\quad (P6.5.4)$$

W przykładzie 4.11 obliczono: $C_{z_tyl}^\alpha = -0.263$, $C_{z_nos+cylinder}^\alpha = 2.08$, $C_{z_kad}^\alpha = 1.817$.

Ze wzoru (6.68) oblicza się położenie ogniska kadłuba:

$$\begin{aligned}\bar{X}_{F_kad} &= \frac{\bar{X}_{F_nos+cylinder} C_{z_nos+cylinder}^{\alpha} + \bar{X}_{F_tyl} C_{z_tyl}^{\alpha}}{C_{z_kad}^{\alpha}} = \\ &= \frac{0.181 \cdot 2.08 + 0.88 \cdot (-0.263)}{1.817} = 0.08\end{aligned}\quad (P6.5.5)$$

Widać, że ognisko znajduje się w pobliżu nosa kadłuba.

Zakres naddźwiękowy

Pokazano obliczenia dla $Ma = 1.8$.

W przykładzie 4.13 (charakterystyka liniowa) obliczono:

$$C_{z_nos+cylinder}^{\alpha} = 2.801, \quad C_{z_tyl}^{\alpha} = -0.2 \cdot 1.136 = -0.227, \quad C_{z_kad}^{\alpha} = 2.574.$$

Metoda I

Obliczenia dla noska i części środkowej na podstawie rys. 6.10

Oblicza się parametry dotyczące rys. 6.10:

$$\frac{\sqrt{Ma^2 - 1}}{f_{nos}} = \frac{\sqrt{1.8^2 - 1}}{3.4} = 0.44, \quad \frac{f_{srod}}{f_{nos}} = \frac{3.9}{3.4} = 1.147$$

$$\text{Z rys. 6.10 odczytuje się: } \left(\frac{\Delta X_{F_kad_Ma}}{l_{nos}} \right) = 0.19$$

Ze wzoru (6.69):

$$\Delta \bar{X}_{F_kad_Ma} = \underbrace{\left(\frac{\Delta X_{F_kad_Ma}}{l_{nos}} \right)}_{\text{z rysunku 6.10}} \frac{l_{nos}}{l_{kad}} = 0.19 \frac{5.1}{14.1} = 6.87 \cdot 10^{-2} \quad (P6.5.6)$$

Ze wzoru (6.70) oblicza się położenie układu nosek–część środkowa:

$$\begin{aligned}\bar{X}_{F_nos+cylinder} &= (\bar{X}_{F_nos+cylinder})_{poddzw} + \Delta \bar{X}_{F_kad_Ma} = \\ &= 0.181 + 6.87 \cdot 10^{-2} = 0.25\end{aligned}\quad (P6.5.7)$$

Dla liczby $Ma = 1.8$ ognisko $\bar{X}_{F_nos+cylinder}$ znajduje w $\frac{1}{4}$ długości kadłuba.

Metoda II

Obliczenia dla noska i części środkowej na podstawie rys. 6.11

Oblicza się parametry dotyczące rys. 6.11:

$$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1} = \sqrt{1.8^2 - 1} = 1.497, \quad \frac{\beta}{f_{nos}} = \frac{1.497}{3.4} = 0.44, \quad \frac{f_{srod}}{f_{nos}} = \frac{3.9}{3.4} = 1.147$$

Z rys. 6.11 odczytuje się:

$$- \text{ dla } \frac{f_{cylinder}}{f_{nos}} = 0.8 \quad \text{wartość } \frac{X_{F_nos+cylinder}}{l_{nos} + l_{cylinder}} = 0.357$$

$$- \text{ dla } \frac{f_{cylinder}}{f_{nos}} = 1.2 \quad \text{wartość } \frac{X_{F_nos+cylinder}}{l_{nos} + l_{cylinder}} = 0.302$$

Dla $\frac{f_{srod}}{f_{nos}} = 1.147$ interpolacja daje:

$$\frac{X_{F_nos+cylinder}}{l_{nos} + l_{cylinder}} = 0.357 + \frac{0.302 - 0.357}{1.2 - 0.8} (1.147 - 0.8) = 0.309 \quad (P6.5.8)$$

Stąd odległość od punktu początkowego kadłuba jest równa:

$$\begin{aligned} X_{F_nos+cylinder} &= \left(\frac{X_{F_nos+cylinder}}{l_{nos} + l_{cylinder}} \right) (l_{nos} + l_{cylinder}) = \\ &= 0.309(5.1 + 5.9) = 3.402m \end{aligned} \quad (P6.5.9)$$

Względne położenie ogniska:

$$\bar{X}_{F_nos+cylinder} = \frac{X_{F_nos+cylinder}}{l_{kad}} = \frac{3.402}{14.1} = 0.241 \quad (P6.5.10)$$

Jest to wartość bliska obliczonej w (P6.5.7).

Obliczenia dla części tylnej kadłuba na podstawie rys. 6.13

Oblicza się parametry dotyczące rys. 6.13:

$$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1} = \sqrt{1.8^2 - 1} = 1.497,$$

$$\tan \Theta = \frac{\frac{d_{kad_zast} - d_{dno}}{2}}{l_{tyl}} = \frac{\frac{1.5 - 0.88}{2}}{3.1} = 0.1 \quad (\Theta = 5.71^\circ),$$

$$\beta \tan \Theta = 1.497 \cdot 0.1 = 0.15,$$

$$\frac{f_{tyl}}{\beta} = \frac{2.1}{1.497} = 1.403,$$

$$\frac{d_{dno}}{d_{kad_zast}} = \frac{0.88}{1.5} = 0.59$$

Z rys.6.13 odczytuje się: $\frac{X_{F_tyl*}}{l_{tyl}} = 0.6$

Względne położenie ogniska tylnej części kadłuba mierzone od noska oblicza się ze wzoru (6.72):

$$\bar{X}_{F_tyl} = \frac{1}{l_{kad}} \left[l_{nos} + l_{cylinder} + \left(\frac{X_{F_tyl*}}{l_{tyl}} \right) l_{tyl} \right] = \quad (P6.5.11)$$

$$= \frac{1}{14.1} (5.1 + 5.9 + 0.6 \cdot 3.1) = 0.91$$

Ze wzoru (6.68) oblicza się położenie ogniska kadłuba:

$$\bar{X}_{F_kad} = \frac{\bar{X}_{F_nos+cylinder} C_{z_nos+cylinder}^\alpha + \bar{X}_{F_tyl} C_{z_tyl}^\alpha}{C_{z_kad}^\alpha} = \quad (P6.5.12)$$

$$= \frac{0.25 \cdot 2.801 + 0.91 \cdot (-0.227)}{2.574} = 0.191$$

Ognisko aerodynamiczne kadłuba znajduje się w odległości $0.191 l_{kad}$ od noska.

W tabeli poniżej zebrano wyniki obliczeń dla wartości liczby Macha z zakresu naddźwiękowego.

	Ma			
	1.4	1.6	1.8	2.0
$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1}$	0.98	1.249	1.5	1.732
β / f_{nos}	0.288	0.367	0.44	0.509
$\left(\frac{\Delta X_{F_kad_Ma}}{l_{nos}} \right)$ rys. 6.10	0.148	0.168	0.19	0.21
$\bar{X}_{F_nos+cylinder}$	0.234	0.242	0.25	0.257
$C_{z_nos+cylinder}^\alpha$ przykł. 4.13	2.668	2.747	2.801	2.853
f_{tyl} / β	2.14	1.681	1.403	1.212
$\beta \tan \Theta$	0.098	0.125	0.15	0.173
$\left(\frac{X_{F_tyl*}}{l_{tyl}} \right)$ rys. 6.13	0.56	0.583	0.6	0.605
$\bar{X}_{F_tyl}$	0.903	0.908	0.912	0.913
$C_{z_tyl}^\alpha$ przykł. 4.13	-0.261	-0.246	-0.227	-0.211
$C_{z_kad}^\alpha$ przykł. 4.13	2.427	2.501	2.574	2.642
$\bar{X}_{F_kad}$	0.160	0.176	0.191	0.204

6.3.2. Zależność współczynnika momentu pochylającego kadłuba od kąta natarcia

A. Zakres poddźwiękowy

Metoda I

Jeżeli opływ przedniej części osiowosymetrycznego kadłuba jest potencjalny, zaś opływ tylnej części jest w pełni lepki, to C_{m_kad} zależy nieliniowo od kąta natarcia. W zakresie kątów natarcia kad $\alpha_{kad} \leq 12^\circ$ można przyjąć, że:

$$C_{m_kad} = C_{m_kad}^\alpha \alpha_{kad} + C_{m_kad}^{\alpha^2} \alpha_{kad}^2 \quad (6.73)$$

Współczynnik $C_{m_kad}^\alpha$

W zakresie poddźwiękowym, dla ciał osiowosymetrycznych, występująca we wzorze (6.73) wielkość $C_{m_kad}^\alpha$ jest równa:

$$C_{m_kad}^\alpha = \frac{2\kappa_{md}}{S_{kad_poprz} l_{kad}} \int_0^{X_0} \frac{dS_{kad_x}}{dX} (X_{T_kad} - X) dX \quad (6.74)$$

S_{kad_x} jest polem przekroju poprzecznego kadłuba w odległości X od jego noska.

Związany z tzw. masą dodaną powietrza współczynnik κ_{md} określony jest wzorem (4.63). Górną granicę całki X_0 oblicza się ze wzoru (4.64). Położenie środka masy samolotu X_{T_kad} mierzone jest od nosa kadłuba. Pochodna $\frac{dS_{kad_x}}{dX}$ dotyczy zmiany przekroju poprzecznego wzdłuż osi kadłuba.

Do wstępnego oszacowania pochodnej $C_{m_kad}^\alpha$ można też zastosować wzór:

$$C_{m_kad}^\alpha = 2 \left[\frac{X_{T_kad}}{l_{kad}} - \left(1 - \frac{\mathbf{V}_{kad}}{S_{kad_poprz} l_{kad}} \right) \right] \quad (6.75)$$

gdzie $\mathbf{V}_{kad}$ jest objętością kadłuba.

Współczynnik $C_{m_kad}^{\alpha^2}$

Współczynnik $C_{m_kad}^{\alpha^2}$ uwzględnia wpływ sił lepkości powstających w przepływie poprzecznym na moment pochylający kadłuba. Wyraża się on wzorem:

$$C_{m_kad}^{\alpha^2} = \frac{2\eta}{S_{kad_poprz} l_{kad}} \left(\int_{X_0}^{l_{kad}} C_{x_{\infty}} r(X_{T_kad} - X) dX \right) \quad (6.76)$$

Poszczególne, występujące tu wielkości omówiono w podrozdz. 4.2.2.

Metoda II

Metoda II ma zastosowanie dla większych kątów natarcia. Dotyczy ona zarówno ciał osiowosymetrycznych, jak i o przekroju eliptycznym. Zakłada się, że siła nośna jest sumą składnika, którego uwzględnia przepływ potencjalny, oraz składnika związanego z przepływem wirowym. Metoda bazuje na szeregu otrzymanych doświadczalnie krzywych. Przyjmuje się, że współczynnik momentu pochylającego w zakresie poddźwiękowym jest równy:

– Dla $0^\circ \leq \alpha_{kad} \leq 90^\circ$

$$C_{m_kad} = f_1 \left[\frac{V_{kad} - S_{kad_poprz} (l_{kad} - X_{T_kad})}{S_{kad_poprz} l_{kad}} \right] \sin 2\alpha_{kad} \cos \frac{\alpha_{kad}}{2} + f_2 \eta C_{x^\infty} \frac{S_{kad_poz}}{S_{kad_poprz}} \frac{X_{T_kad} - X_{c_kad}}{l_{kad}} \sin^2 \alpha_{kad} \quad (6.77)$$

– Dla $90^\circ < \alpha_{kad} \leq 180^\circ$

$$C_{m_kad} = -f_1 \left[\frac{V_{kad} - S_{kad_poprz} X_{T_kad}}{S_{kad_poprz} l_{kad}} \right] \sin 2\alpha_{kad*} \cos \frac{\alpha_{kad*}}{2} + f_2 \eta C_{x^\infty} \frac{S_{kad_poz}}{S_{kad_poprz}} \frac{X_{T_kad} - X_{c_kad}}{l_{kad}} \sin^2 \alpha_{kad*} \quad (6.78)$$

gdzie: $\alpha_{kad*} = 180^\circ - \alpha_{kad}$.

Mnożniki f_1 i f_2 określone są wzorami (4.72) i (4.74) lub (4.75). V_{kad} jest objętością kadłuba. Współczynnik poprawkowy η określa wzór (4.67). Współczynnik oporu C_{x^∞} odczytuje się z rys. 4.34. X_{c_kad} jest odległością środka ciężkości powierzchni poziomej kadłuba od jego nosa. Kąt natarcia α_{kad*} oblicza się ze wzoru (4.71).

B. Zakres transoniczny

Ze względu na złożoność przepływu w zakresie transonicznym w literaturze nie ma opisu teoretyczno-doswiadczalnych metod obliczania współczynnika momentu pochylającego kadłuba w tym zakresie prędkości. Zalecane jest płynne połączenie wyników uzyskanych dla zakresu poddźwiękowego i naddźwiękowego.

C. Zakres naddźwiękowy

W zakresie naddźwiękowym dla kadłubów osiowosymetrycznych lub o przekroju eliptycznym dla małych kątów natarcia zastosowanie ma następujący wzór:

$$C_{m_kad}^\alpha = (\bar{X}_{T_kad} - \bar{X}_{F_kad}) C_{z_kad}^\alpha \quad (6.79)$$

Dla kątów natarcia $0^\circ \leq \alpha_{kad} \leq 180^\circ$ do liczby $Ma = 7$ do wyliczenia wartości współczynnika momentu pochylającego C_m można też wykorzystać wzory (6.77) i (6.78). W tym przypadku, jeżeli liczba Macha jest większa od 1, należy w nich przyjąć $\eta = 1$.

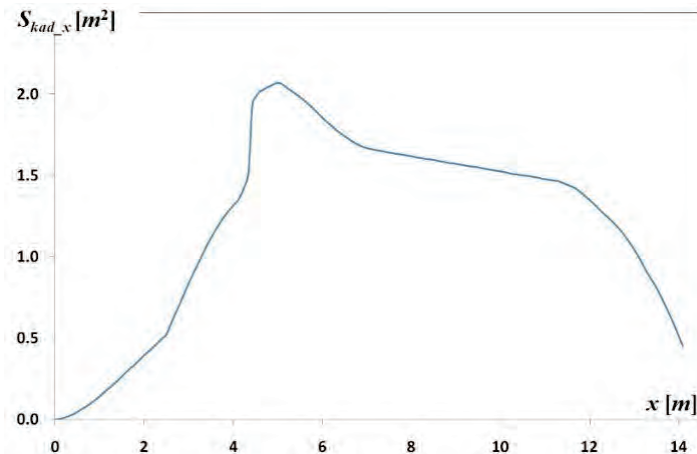
Przykład 6.6

Oblicz pochodną $C_{m_kad}^\alpha$ dla danych zgodnych z przykładami 1.1 i 2.4, w zakresie poddźwiękowym i naddźwiękowym.

Rozwiązanie:

Zakres poddźwiękowy

Zgodnie z przykładem 4.1 kąt zerowej siły nośnej skrzydła jest równy $\alpha_{0_skrz} = -1.74^\circ$. W obliczeniach zastosowanie ma wzór (6.59). Konieczne jest podzielenie kadłuba na sekcje, a następnie określenie ich szerokości w_{kad_lok} oraz lokalnych kątów $\alpha_{0_kad_lok}$. Na rys. P6.6.1 pokazano odtworzony na podstawie rysunków samolotu F-16 przebieg przekroji poprzecznych kadłuba



Rys. P6.6.1. Przebieg przekroji poprzecznych kadłuba S_{kad_x}

Dane do obliczeń:

- z przykładu 1.1: położenie środka masy samolotu względem nosa kadłuba $X_{T_kad} = 7.53$ m; powierzchnia przekroju poprzecznego $S_{kad_poprz} = 1.77$ m²; długość kadłuba $l_{kad} = 14.1$ m;
- z przykładu 4.12: współczynnik mas dodanych $\kappa_{md} = 0.937$; granica całki $X_0 = 7.85$ m.

Obliczona w oparciu o pokazany na rys. P6.6.1 przebieg $S_{kad_x}(X)$ wartość całki występującej we wzorze (6.74) jest równa:

$$\int_0^{X_0} \frac{dS_{kad_x}}{dX} (X_{T_kad} - X) dX = 8.244 \quad (\text{P6.6.1})$$

Z wzoru (6.74) otrzymuje się:

$$C_{m_kad}^{\alpha} = \frac{2\kappa_{md}}{S_{kad_poprz} l_{kad}} \int_0^{X_0} \frac{dS_{kad_x}}{dX} (X_{T_kad} - X) dX =$$

$$= \frac{2 \cdot 0.937}{1.77 \cdot 14.1} \cdot 8.244 = 0.62 \quad (P6.6.2)$$

Obliczenia według wzoru (6.75):

$$C_{m_kad}^{\alpha} = 2 \left[\frac{X_{T_kad}}{l_{kad}} - \left(1 - \frac{\mathbf{V}_{kad}}{S_{kad_poprz} l_{kad}} \right) \right] =$$

$$= 2 \left[\frac{7.53}{14.1} - \left(1 - \frac{18.49}{1.77 \cdot 14.1} \right) \right] = 0.55 \quad (P6.6.3)$$

Zakres naddźwiękowy

Obliczenia zostaną pokazane dla $Ma = 1.8$.

Dane do obliczeń:

na podstawie przykładu 1.1 $\bar{X}_{T_kad} = \frac{X_{T_kad}}{l_{kad}} = \frac{7.53}{14.1} = 0.534$

z przykładu 4.13 $C_{z_kad}^{\alpha} = 2.574$

z przykładu 6.5 $\bar{X}_{F_kad} = 0.191$

Zastosowanie ma wzór (6.79).

$$C_{m_kad}^{\alpha} = (\bar{X}_{T_kad} - \bar{X}_{F_kad}) C_{z_kad}^{\alpha} = (0.534 - 0.191) \cdot 2.574 = 0.883 \quad (P6.6.4)$$

W tabeli poniżej zebrano wyniki obliczeń dla liczb Macha z zakresu naddźwiękowego.

	<i>Ma</i>			
	1.4	1.6	1.8	2.0
$\bar{X}_{T_kad}$	0.534			
$\bar{X}_{F_kad}$	0.16	0.176	0.191	0.204
$C_{z_kad}^{\alpha}$	2.427	2.501	2.574	2.642
$C_{m_kad}^{\alpha}$	0.908	0.895	0.883	0.872

6.4. Współczynnik momentu pochylającego układu skrzydło–kadłub

6.4.1. Moment pochylający bez uwzględnienia interferencji aerodynamicznej

Uproszczona analiza nie uwzględnia wzajemnego wpływu skrzydła i kadłuba na siebie. W takim przypadku moment pochylający układu skrzydło–kadłub można przedstawić jako sumę momentów generowanych przez skrzydło i przez kadłub:

$$M_{skrz+kad} = M_{skrz} + M_{kad} \quad (6.80)$$

Takie podejście dotyczy całego zakresu prędkości.

Momenty składowe są określone wzorami:

– moment skrzydła – wzór (6.6):

$$M_{skrz} = C_{m_skrz} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S b_a \quad (6.81)$$

– moment kadłuba – wzór (6.56):

$$M_{kad} = C_{m_kad} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S_{kad_poprz} l_{kad} \quad (6.82)$$

Moment układu odnosi się do powierzchni skrzydła i jego średniej cięciwy aerodynamicznej:

$$M_{skrz+kad} = C_{m_skrz+kad} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S b_a \quad (6.83)$$

Stąd otrzymuje się:

$$C_{m_skrz+kad} = C_{m_skrz} + C_{m_kad} \frac{S_{kad_poprz} l_{kad}}{S b_a} \quad (6.84)$$

Wzory (6.28) i (6.57) pozwalają obliczyć współczynniki momentu pochylającego skrzydła i kadłuba w oparciu o współczynniki ich siły nośnej:

$$C_{m_skrz} = C_{m0_skrz} + (\bar{\alpha}_{T_skrz} - \bar{\alpha}_{F_skrz}) \cdot C_{za_skrz} \quad (6.85)$$

$$C_{m_kad} = C_{m0_kad} + (\bar{X}_{T_kad} - \bar{X}_{F_kad}) \cdot C_{za_kad} \quad (6.86)$$

Dla skrzydła współczynnik C_{za_skrz} jest równy:

$$C_{za_skrz} = C_{za_skrz}^{\alpha} (\alpha - \alpha_{0_skrz}) \quad (6.87)$$

Natomiast dla kadłuba, uwzględniając kąt zaklinowania skrzydła ϕ_{skrz} , mamy:

$$C_{za_kad} = C_{za_skrz}^{\alpha} (\alpha - \phi_{skrz} - \alpha_{0_kad}) \quad (6.88)$$

Przyjmując podobną zależność dla układu skrzydło–kadłub:

$$C_{za_skrz+kad} = C_{za_skrz+kad}^{\alpha} (\alpha - \alpha_{0_skrz+kad}) \quad (6.89)$$

można obliczyć kąt natarcia:

$$\alpha = \frac{C_{za_skrz+kad}}{C_{za_skrz+kad}^{\alpha}} + \alpha_{0_skrz+kad} \quad (6.90)$$

Po podstawieniu do (6.87) otrzymuje się:

$$C_{za_skrz} = C_{za_skrz}^{\alpha} \left(\frac{C_{za_skrz+kad}}{C_{za_skrz+kad}^{\alpha}} + \alpha_{0_skrz+kad} - \alpha_{0_skrz} \right) \quad (6.91)$$

Wykorzystując tę zależność w (6.85), mamy:

$$\begin{aligned} C_{m_skrz} = C_{m0_skrz} + (\bar{X}_{T_skrz} - \bar{X}_{F_skrz}) \cdot \frac{C_{za_skrz}^{\alpha}}{C_{za_skrz+kad}^{\alpha}} C_{za_skrz+kad} + \\ + (\bar{X}_{T_skrz} - \bar{X}_{F_skrz}) \cdot C_{za_skrz}^{\alpha} (\alpha_{0_skrz+kad} - \alpha_{0_skrz}) \end{aligned} \quad (6.92)$$

Podobne przekształcenia dają dla kadłuba:

$$\begin{aligned} C_{m_kad} = C_{m0_kad} + (\bar{X}_{T_kad} - \bar{X}_{F_kad}) \cdot \frac{C_{za_kad}^{\alpha}}{C_{za_skrz+kad}^{\alpha}} C_{za_skrz+kad} + \\ + (\bar{X}_{T_kad} - \bar{X}_{F_kad}) \cdot C_{za_kad}^{\alpha} (\alpha_{0_skrz+kad} - \phi_{skrz} - \alpha_{0_kad}) \end{aligned} \quad (6.93)$$

Podstawienie wyrażeń (6.92) i (6.93) do (6.84) pozwala obliczyć współczynnik momentu pochylającego układu skrzydło–kadłub:

$$C_{m_skrz+kad} = C_{m0_skrz+kad} + (\bar{X}_{T_skrz} - \bar{X}_{F_skrz+kad}) \cdot C_{za_skrz+kad} \quad (6.94)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} C_{m0_skrz+kad} = & C_{m0_skrz} + C_{m0_kad} \frac{S_{kad_poprz} l_{kad}}{S b_a} + \\ & + (\bar{X}_{T_skrz} - \bar{X}_{F_skrz}) \cdot C_{za_skrz}^{\alpha} (\alpha_{0_skrz+kad} - \alpha_{0_skrz}) + \\ & + (\bar{X}_{T_kad} - \bar{X}_{F_kad}) \cdot C_{za_kad}^{\alpha} (\alpha_{0_skrz+kad} - \phi_{skrz} - \alpha_{0_kad}) \frac{S_{kad_poprz} l_{kad}}{S b_a} \end{aligned} \quad (6.95)$$

$$\begin{aligned} \bar{X}_{F_skrz+kad} = & \bar{X}_{T_skrz} - (\bar{X}_{T_skrz} - \bar{X}_{F_skrz}) \cdot \frac{C_{za_skrz}^{\alpha}}{C_{za_skrz+kad}^{\alpha}} + \\ & - (\bar{X}_{T_kad} - \bar{X}_{F_kad}) \cdot \frac{C_{za_kad}^{\alpha}}{C_{za_skrz+kad}^{\alpha}} \frac{S_{kad_poprz} l_{kad}}{S b_a} \end{aligned} \quad (6.96)$$

Położenie ogniska układu skrzydło–kadłub $\bar{X}_{F_skrz_kad}$ określone jest względem krawędzi natarcia średniej cięciwy aerodynamicznej b_a i do tej cięciwy odniesione. Zgodnie ze wzorami (6.29) dotyczy to też do $\bar{X}_{T_skrz}$ i $\bar{X}_{F_skrz}$. Natomiast wielkości dotyczące kadłuba $\bar{X}_{T_kad}$ i $\bar{X}_{F_kad}$ mierzone są od jego noska i odniesione do długości kadłuba l_{kad} – zgodnie ze wzorami (6.58).

Przykład 6.7

Oblicz współczynnik $C_{m0_skrz+kad}$ oraz położenie ogniska aerodynamicznego układu skrzydło–kadłub dla danych zgodnych z przykładami 1.1 i 2.4, w zakresie poddźwiękowym dla $Ma = 0.6$.

Rozwiązanie:

Do obliczeń przyjęto położenie środka masy na podstawie przykładu 1.1:

$$\bar{X}_{T_skrz} = 0.25, \quad \bar{X}_{T_kad} = \frac{7.53}{14.1} = 0.534$$

Obliczenia dla $Ma = 0.6$:

- na podstawie przykładu 6.4: $C_{m0_kad} = -0.03$
- na podstawie przykładu 4.1: $\alpha_{0_skrz+kad} = \alpha_{0_skrz} = -3.033 \cdot 10^{-2} \text{ rad}$
- na podstawie przykładu 6.1: $(C_{m0_skrz})_{\phi=0} = -2.22 \cdot 10^{-2}$
- na podstawie przykładu 6.2 (metoda II): $\bar{X}_{F_skrz} = 0.339$
- na podstawie przykładu 6.5: $\bar{X}_{F_kad} = 0.08$
- na podstawie przykładu 4.2 ze wzoru (P4.2.5): $C_{za_skrz}^{\alpha} = 3.564$
- na podstawie przykładu 4.12: $C_{za_kad}^{\alpha} = 1.876$
- na podstawie przykładu 4.16: $C_{za_skrz+kad}^{\alpha} = 3.63$

Na podstawie (6.95) oblicza się:

$$\begin{aligned}
 C_{m0_skrz+kad} &= C_{m0_skrz} + C_{m0_kad} \frac{S_{kad_poprz} l_{kad}}{Sb_a} + \\
 &+ (\bar{X}_{T_skrz} - \bar{X}_{F_skrz}) \cdot C_{za_skrz}^{\alpha} (\alpha_{0_skrz+kad} - \alpha_{0_skrz}) + \\
 &+ (\bar{X}_{T_kad} - \bar{X}_{F_kad}) \cdot C_{za_kad}^{\alpha} (\alpha_{0_skrz+kad} - \phi_{skrz} - \alpha_{0_kad}) \frac{S_{kad_poprz} l_{kad}}{Sb_a} = \\
 &= -2.22 \cdot 10^{-2} + (-0.03) \cdot \frac{1.77 \cdot 14.1}{28 \cdot 3.44} + (0.25 - 0.339) \cdot \\
 &\quad \cdot 3.564 [-3.033 \cdot 10^{-2} - (-3.033 \cdot 10^{-2})] + \\
 &+ (0.534 - 0.08) \cdot 1.876 [-3.033 \cdot 10^{-2} - 0 - (-3.033 \cdot 10^{-2})] \frac{1.77 \cdot 14.1}{28 \cdot 3.44} = -0.03
 \end{aligned} \tag{P6.7.1}$$

Na podstawie (6.96) oblicza się położenie ogniska układu skrzydło–kadłub na średniej cięciwie aerodynamicznej:

$$\begin{aligned}
 \bar{X}_{F_skrz+kad} &= \bar{X}_{T_skrz} - (\bar{X}_{T_skrz} - \bar{X}_{F_skrz}) \cdot \frac{C_{za_skrz}^{\alpha}}{C_{za_skrz+kad}^{\alpha}} + \\
 &- (\bar{X}_{T_kad} - \bar{X}_{F_kad}) \cdot \frac{C_{za_kad}^{\alpha}}{C_{za_skrz+kad}^{\alpha}} \frac{S_{kad_poprz} l_{kad}}{Sb_a} = \\
 &= 0.25 - (0.25 - 0.339) \cdot \frac{3.564}{3.63} - (0.534 - 0.08) \cdot \frac{1.876}{3.63} \cdot \frac{1.77 \cdot 14.1}{28 \cdot 3.44} = 0.277
 \end{aligned} \tag{P6.7.2}$$

W zakresie małych liczb Macha, na podstawie wzoru (6.94) mamy:

$$\begin{aligned} C_{m_skrz+kad} &= C_{m0_skrz+kad} + (\bar{x}_{T_skrz} - \bar{x}_{F_skrz+kad}) \cdot C_{za_skrz+kad} = \\ &= -0.03 + (\bar{x}_{T_skrz} - 0.277) C_{za_skrz+kad} \end{aligned} \quad (P6.7.3)$$

Odległość ogniska układu skrzydło–kadłub od krawędzi natarcia średniej cięciwy aerodynamicznej skrzydła:

$$x_{F_skrz+kad} = \bar{x}_{F_skrz+kad} \cdot b_a = 0.277 \cdot 3.44 = 0.954 \text{ m} \quad (P6.7.4)$$

6.4.2. Moment pochylający z uwzględnieniem interferencji aerodynamicznej

Interferencja aerodynamiczna wpływa zarówno na współczynnik momentu przy zerowej sile nośnej, jak i na położenie ogniska aerodynamicznego układu skrzydło–kadłub. Określenie tych wielkości opiera się na wzorach wynikających z badań doświadczalnych.

6.4.2.1. Współczynnik momentu przy zerowej sile nośnej $C_{m0_skrz+kad}$

Współczynnik $C_{m0_skrz+kad}$ odniesiony do powierzchni skrzydła S i do średniej cięciwy aerodynamicznej b_a można obliczyć, stosując wzór uwzględniający geometrię skrzydła i kadłuba:

$$\begin{aligned} C_{m0_skrz+kad} &= C_0 + C_1 \frac{1}{\lambda} + C_2 \lambda + C_3 \tan \Lambda_0 + C_4 \bar{c} + C_5 (f_{nos} + f_{ps}) + \\ &+ C_6 f_{zs} + C_7 \frac{1}{\eta} + C_8 \frac{1}{\eta^2} + C_9 \cdot T_R + C_{10} \frac{r_{kn}}{b_a} + C_{11} \phi + C_{12} \bar{f} + C_{13} C_{za_proj} + \\ &+ C_{14} W_L + C_{15} V_T + C_{16} \frac{0.5 h_{kad}}{w_{kad}} + C_{17} \frac{w_{kad_max}}{l} + C_{18} Re \end{aligned} \quad (6.97)$$

Wzór ten ma zastosowanie w całym zakresie prędkości – od prędkości poddźwiękowych do prędkości naddźwiękowych. Jeżeli kadłub nie ma przekroju kołowego, należy w obliczeniach zastąpić go kadłubem osiowosymetrycznym o takim samym rozkładzie powierzchni przekroji poprzecznych wzdłuż jego długości.

Poszczególne symbole oznaczają:

λ	– wydłużenie skrzydła;
Λ_0	– kąt skosu krawędzi natarcia;
$\bar{c}$	– grubość względną profilu odpowiadającego na średniej cięciwie aerodynamicznej;
f_{nos}	– smukłość części nosowej kadłuba;
f_{ps}	– smukłość części kadłuba leżącej pomiędzy częścią nosową i skrzydłem „zewnątrznym”;
f_{zs}	– smukłość części kadłuba leżącej za skrzydłem „zewnątrznym”;
η	– zbieżność skrzydła;
T_R	– wskaźnik stanu lotu: $T_R = 1$ dla lotów nieustalonych lub testów w locie, $T_R = 0$ dla lotów ustalonych;
r_{kn}	– promień krawędzi natarcia profilu;
φ	– kąt skręcenia skrzydła mierzony pomiędzy cięciwą środkową b_0 i końcową b_k mierzony w radianach; $\varphi < 0$, jeżeli kąt natarcia profilu końcowego jest mniejszy niż profilu środkowego;
$\bar{f}$	– względną strzałkę profilu położonego na średniej cięciwie aerodynamicznej;
C_{za_proj}	– przewidywaną wartość współczynnika siły nośnej dla $Ma = 1$; dotyczy tylko samolotów ze skrzydłami typu <i>conical camber</i> ; dla pozostałych typów skrzydeł $C_{za_proj} = 0$;
W_L	– wskaźnik określający pionowe położenie skrzydła; $W_L = 1$ dla górnooplata, $W_L = 0.5$ dla średnioplata, $W_L = 0$ dla dolnooplata;
V_T	– wskaźnik określający obecność usterzenia pionowego; $V_T = 1$ dla samolotu z usterzeniem pionowym, $V_T = 0$ dla samolotu bez usterzenia pionowego;
$\frac{0.5h_{kad_max}}{w_{kad}}$	– stosunek maksymalnej wysokości kadłuba do szerokości kadłuba w tym rejonie;
$\frac{w_{kad_max}}{l}$	– stosunek maksymalnej szerokości kadłuba do rozpiętości skrzydła;
Re	– liczbę Reynoldsa; jeżeli $Re > 8 \cdot 10^6$, w obliczeniach należy przyjmować $Re = 8 \cdot 10^6$.

Wzór (6.97) można stosować, jeżeli parametry geometryczne spełniają następujące warunki:

skrzydło:

- wydłużenie $1.6 \leq \lambda \leq 6$
- zbieżność $1 \leq \eta \leq \infty$

- kąt skosu krawędzi natarcia $0 \leq \Lambda_0 \leq 70^\circ$
- skręcenie skrzydła $-9.4^\circ \leq \phi \leq 0^\circ$

profil skrzydła:

- grubość względna profilu $0.025 \leq \bar{c} \leq 0.1$
- względna strzałka profilu $0 \leq \bar{f} \leq 0.0263$
- współczynnik siły nośnej profilu $0 \leq C_{za_proj} \leq 0.45$
- względny promień krawędzi natarcia profilu $0 \leq \frac{r_{kn}}{b_a} \leq 0.015$

kadłub:

- smukłość przedniej części kadłuba $2.2 \leq (f_{nos} + f_{ps}) \leq 8.4$
- smukłość części kadłuba za skrzydłem „zewnątrznym” $0.3 \leq f_{zs} \leq 5.6$

Doświadczalne wartości współczynników $C_0, \dots, C_{18}$ zawarto w tabeli 6.3.

Tabela 6.3**Doświadczalne wartości współczynników $C_0, \dots, C_{18}$**

Ma	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
0.4	-0.61496	0.034113	-0.0043111	-0.0067607	0.58626	-0.0021631
0.6	0.030521	-0.026482	-0.0031117	0.00040854	0.043533	0.00010412
0.7	0.010449	0.0019975	-0.0011029	0.00019192	0.028208	0.00079415
0.8	0.024846	-0.0055509	-0.0024707	-0.0014904	0.031764	0.00036833
0.9	0.023233	-0.0005487	-0.0027806	-0.001479	0.024266	0.00040862
0.95	-0.029503	0.056041	0.0052306	-0.0021117	0.024656	0.00082755
1	-0.072508	0.11805	0.0091112	-0.0055601	0.016164	-0.0019504
1.1	-0.047882	0.087861	0.012725	0.00058939	0.049004	-0.0001895
1.2	-0.0077024	0.067409	0.0037585	-0.0020553	-0.013639	-0.0008447
1.3	-0.0090333	0.081884	0.0029019	-0.0035078	-0.027873	-0.0016508
1.4	-0.064029	0.11973	0.012987	0.00149	-0.029892	-0.0013285
1.5	0.014988	0.066427	0.0007897	-0.0065439	-0.022854	-0.0009895
2	-0.10257	0.17635	0.022724	-0.0065667	0.0026084	-0.0003685
2.5	-0.097877	0.16776	0.02867	0.0043908	0.0020467	-0.0013417

Tabela 6.3 cd.

Ma	C_6	C_7	C_8	C_9	C_{10}	C_{11}
0.4	-0.0029718	-0.0013161	0.0034451	-0.0097535	-3.9389	-0.5256
0.6	-0.0023971	0.010412	-0.0049864	-0.0023881	0.56516	-0.51829
0.7	-0.00122	0.0051328	-0.0029594	0.0007431	0.12045	-0.53503
0.8	0.00037272	-0.0035006	0.00073299	0.0012306	-0.10408	-0.49728
0.9	-0.0009211	0.00091995	-0.0010519	0.0021653	0.096669	-0.622
0.95	-0.0016469	-0.0085456	0.0092825	0.0037542	-0.82906	-0.31518
1	0.0043904	-0.050916	0.039982	0.000117	1.0256	-0.39402
1.1	-0.0014263	-0.0073144	0.002529	-0.0001162	-0.62097	-0.36576
1.2	-0.0027075	-0.0003533	-0.0003093	0.0017132	-1.5639	-0.21108
1.3	-0.0007099	-0.01055	0.0032408	0.0005751	-0.4313	-0.10254
1.4	-0.0019031	0.0093873	-0.0049618	0.0011079	-0.8372	-0.02931
1.5	-0.0024785	-0.011328	0.002688	-2.373E-05	-0.16698	0.45021
2	0.0015647	-0.02663	0.010089	-0.0018213	0.97612	-4.7537
2.5	-0.0007726	-0.023909	0.0094275	0.0005722	1.309	-5.383

Ma	C_{12}	C_{13}	C_{14}	C_{15}	C_{16}	C_{17}	$C_{18} \times 10^9$
0.4	-4.3981	0.036116	0.034068	-0.073114	1.2683	-0.16503	-0.77192
0.6	-4.093	-0.006927	0.011658	-0.0010598	-0.017713	-0.052268	0.25439
0.7	-4.2059	-0.001355	0.0053796	0.0020454	-0.0039115	-0.043905	-1.2391
0.8	-3.9283	0.0048901	0.0014643	0.0027298	-0.0092493	-0.051001	-1.1483
0.9	-4.8034	0.0018263	0.0028848	0.00025683	0.0065923	-0.10221	-0.78181
0.95	-3.1686	0.0075362	-0.0038225	-0.0035619	0.0074832	-0.019949	-1.029
1	-3.4999	0.0035393	0.030079	0.0016422	0.025312	-0.053897	-1.325
1.1	-3.1159	0.010248	0.0047945	-0.0006587	-0.037542	0.00634	-0.5118
1.2	-2.5628	0.011013	0.0016835	0.0016923	0.0017427	-0.13287	-1.3416
1.3	-2.0192	0.0067985	0.0083637	0.0013512	0.020635	-0.13673	-2.3095
1.4	-1.7911	0.0017144	0.0034691	0.0011693	0.018158	-0.080305	-2.294
1.5	0.13537	0.0022793	0.0040738	0.0032272	0.01657	-0.18294	-1.4919
2	-15.553	-0.001068	-0.0042213	0.0045941	-0.0006333	-0.11299	0.94537
2.5	-16.996	0.014219	-0.0091883	0.0026961	-0.016995	-0.06853	-0.99505

Przykład 6.8

Oblicz współczynnik $C_{m0_skrz+kad}$ układu skrzydło–kadłuba, uwzględniając interferencję aerodynamiczną.

Rozwiązanie:

Obliczenia wykonano dla liczby Reynoldsa $Re = 8 \cdot 10^6$. Do obliczeń przyjęto dane z przykładu 1.1.

Skrzydło:

- wydłużenie $\lambda = 3$;
- zbieżność $\eta = 4.16$;
- kąt skosu krawędzi natarcia $\Lambda_0 = 40^\circ$;
- skręcenie geometryczne skrzydła $\varphi = 0^\circ$;
- przewidywana wartość współczynnika siły nośnej dla $Ma = 1$ $C_{za_proj} = 0$.

Profil skrzydła:

- grubość względna profilu $c_{prof} = 0.04$;
- względna strzałka profilu $f_{prof} = 0.0133$;
- względny promień krawędzi natarcia profilu $r_{kn} = 0.123\%$;

Kadłub:

- smukłość noska $f_{nos} = 3.4$;
- smukłość części kadłuba pomiędzy noskiem i skrzydłem „zewnątrznym” $f_{ps} = 0.45$;
- smukłość części kadłuba leżącej za skrzydłem $f_{zs} = 2.27$;
- wskaźnik mocowania skrzydła do kadłuba (średniopłat) $W_L = 0.5$;
- wskaźnik obecności usterzenia pionowego (brak) $V_T = 0$;
- parametr wysokości kadłuba $\frac{0.5h_{kad}}{w_{kad}} = 0.529$;
- parametr szerokości kadłuba $\frac{w_{kad_max}}{l} = 0.148$.

Uwzględniając powyższe dane ze wzoru (6.97), otrzymuje się:

- dla $Ma = 0.4$:

$$\begin{aligned}
 C_{m0_skrz+kad} = & C_0 + C_1 \frac{1}{\lambda} + C_2 \lambda + C_3 \tan \Lambda_0 + C_4 \bar{c} + C_5 (f_{nos} + f_{ps}) + C_6 f_{zs} + C_7 \frac{1}{\eta} + \\
 & + C_8 \frac{1}{\eta^2} + C_9 \cdot T_R + C_{10} \frac{r_{kn}}{b_a} + C_{11} \phi + C_{12} \bar{f} + C_{13} C_{za_proj} + C_{14} W_L + C_{15} V_T + C_{16} \frac{0.5 h_{kad}}{w_{kad}} + \\
 & + C_{17} \frac{w_{kad_max}}{l} + C_{18} Re = -0.61496 + \frac{0.034113}{3} - 0.004311 \cdot 3 - 0.0067607 \cdot \tan 40^\circ + \\
 & + 0.58626 \cdot 0.04 - 0.0021631(3.4 + 0.45) - 0.0029718 \cdot 2.27 - \frac{0.0013161}{4.16} + \\
 & + \frac{0.0034451}{4.16^2} - 0.0097535 \cdot 1 - 3.9389 \cdot 0.0123 - 0.5256 \cdot 0 - 4.3981 \cdot 0.0133 + \\
 & + 0.036116 \cdot 0 + 0.034068 \cdot 0.5 - 0.073114 \cdot 0 + 1.2683 \cdot 0.529 - 0.16503 \cdot 0.148 + \\
 & - 0.77193 \cdot 10^{-9} \cdot (8 \cdot 10^6) = -0.0301
 \end{aligned}$$

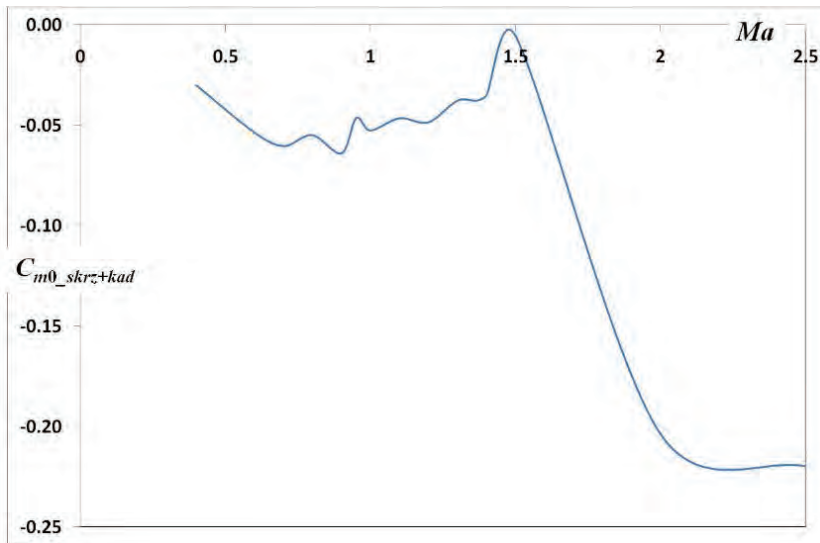
(P6.8.1)

- dla $Ma = 0.6$:

$$\begin{aligned}
 C_{m0_skrz+kad} = & C_0 + C_1 \frac{1}{\lambda} + C_2 \lambda + C_3 \tan \Lambda_0 + C_4 \bar{c} + C_5 (f_{nos} + f_{ps}) + C_6 f_{zs} + \\
 & + C_7 \frac{1}{\eta} + C_8 \frac{1}{\eta^2} + C_9 \cdot T_R + C_{10} \frac{r_{kn}}{b_a} + C_{11} \phi + C_{12} \bar{f} + C_{13} C_{za_proj} + C_{14} W_L + C_{15} V_T + \\
 & + C_{16} \frac{0.5 h_{kad}}{w_{kad}} + C_{17} \frac{w_{kad_max}}{l} + C_{18} Re = 0.030521 - \frac{0.026482}{3} - 0.003112 \cdot 3 + \\
 & + 0.0004085 \cdot \tan 40^\circ + 0.043533 \cdot 0.04 + 0.0001041(3.4 + 0.45) - 0.0023971 \cdot 2.27 + \\
 & + \frac{0.010412}{4.16} - \frac{0.00498641}{4.16^2} - 0.0023881 \cdot 1 + 0.56516 \cdot 0.0123 + \\
 & - 0.51829 \cdot 0 - 4.0931 \cdot 0.0133 - 0.00693 \cdot 0 + 0.011658 \cdot 0.5 - 0.010598 \cdot 0 + \\
 & - 0.017733 \cdot 0.529 - 0.05227 \cdot 0.148 - 0.2539 \cdot 10^{-9} \cdot (8 \cdot 10^6) = -0.0537
 \end{aligned}$$

(P6.8.2)

Na rysunku poniżej pokazano wartości otrzymane dla różnych liczb Macha.



Rys. P6.8.1. Współczynnik $C_{m0_skrz+kad}$ dla różnych liczb Macha

6.4.2.2. Położenie ogniska układu skrzydło–kadłub $\bar{x}_{F_skrz+kad}$

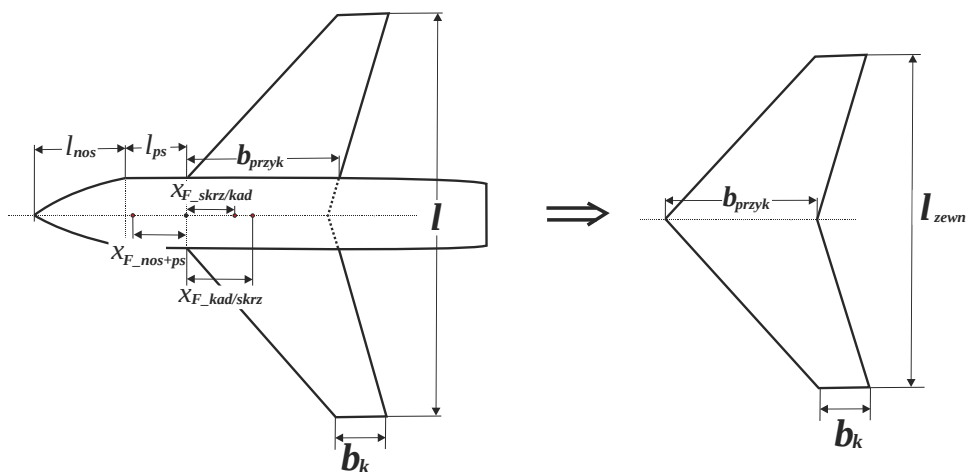
Położenie ogniska na cięciwie przykadłubowej

Dokładniejsze obliczenia położenia ogniska aerodynamicznego układu skrzydło–kadłub uwzględniają interferencję aerodynamiczną, podobnie jak opisano to w podrozdz. 4.4. Położenie ogniska określa się względem wierzchołka skrzydła „zewnętrznego” utworzonego z zewnętrznych części skrzydła rzeczywistego (patrz rys. 6.14). W takim przypadku przyjmuje się, że odrębny wpływ na położenie ogniska mają: nos kadłuba oraz część kadłuba leżąca przed wierzchołkiem skrzydła „zewnętrznego”, skrzydło (na które oddziałuje kadłub), pozostała część kadłuba (na którą oddziałuje skrzydło). Wykorzystuje się wzór:

$$\bar{x}_{F_skrz+kad*} = \frac{\bar{x}_{F_nos+ps} C_{za_nos+ps}^{\alpha} + \bar{x}_{F_skrz/kad*} C_{za_skrz/kad}^{\alpha} + \bar{x}_{F_kad/skrz*} C_{za_kad/skrz}^{\alpha}}{C_{za_nos+ps}^{\alpha} + C_{za_skrz/kad}^{\alpha} + C_{za_kad/skrz}^{\alpha}} \quad (6.98)$$

Wszystkie występujące tu odległości są określone względem krawędzi natarcia cięciwy przykadłubowej skrzydła i odniesione są do jej długości b_{przyk} . Cięciwa ta jest zarazem cięciwą środkową skrzydła „zewnętrznego”:

$$\begin{aligned}
 \bar{X}_{F_skrz+kad*} &= \frac{X_{F_skrz+kad}}{b_{przyk}}, & \bar{X}_{F_nos+ps*} &= \frac{X_{F_nos+ps}}{b_{przyk}}, \\
 \bar{X}_{F_skrz/kad*} &= \frac{X_{F_skrz/kad}}{b_{przyk}}, & \bar{X}_{F_kad/skrz*} &= \frac{X_{F_kad/skrz}}{b_{przyk}}
 \end{aligned}
 \tag{6.99}$$



Rys. 6.14. Położenie ogniska aerodynamicznego układu skrzydło–kadłub

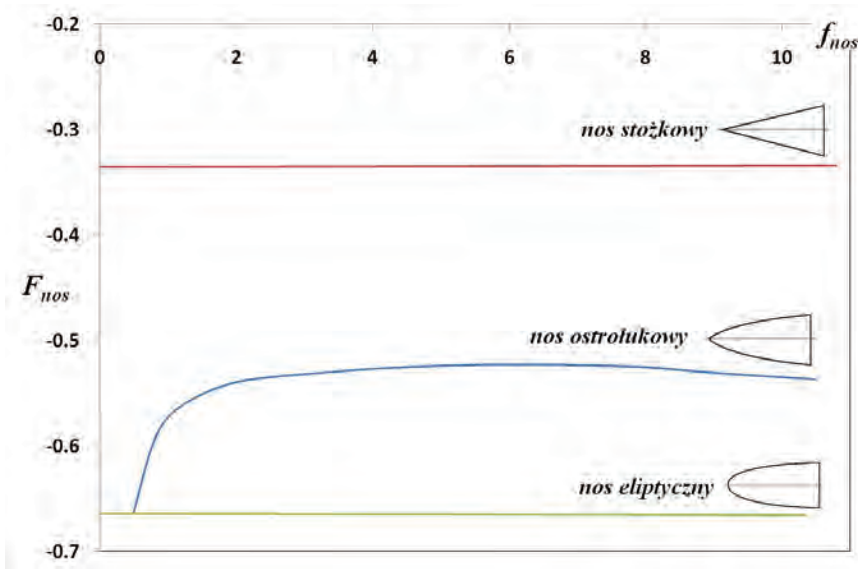
A. Zakres poddźwiękowy

W zakresie poddźwiękowym występujące we wzorze (6.98) wielkości są określane następująco:

- ognisko aerodynamiczne noska i przedniej części kadłuba $\bar{X}_{F_nos_ps*}$:

$$\bar{X}_{F_nos+ps*} = \frac{X_{F_nos+ps}}{b_{przyk}} = \frac{l_{nos} + 1.6l_{ps}}{b_{przyk}} F_{nos}
 \tag{6.100}$$

Występujący tu mnożnik F_{nos} zależy od smukłości noska f_{nos} i jego kształtu. Jego wartość pokazano na rys. 6.15. Warto zwrócić uwagę, że mnożnik ten jest ujemny. Oznacza to, że ognisko noska i przedniej części kadłuba leży przed wierzchołkiem skrzydła „obliczeniowego”.



Rys. 6.15. Mnożnik F_{nos}

- ognisko aerodynamiczne skrzydła „zewnętrznego” $\bar{x}_{F_skrz/kad*}$

Określając położenie tego ogniska, pomija się wpływ kadłuba na skrzydło. Oznacza to, że położenie ogniska aerodynamicznego skrzydła „zewnętrznego” (obliczeniowego) można określić w oparciu o wzory (6.46)÷(6.48) lub wykorzystując rys. 6.5 pokazane w podrozdz. 6.2.2. Należy uwzględnić geometrię tego skrzydła, zastępując cięciwą b_0 cięciwą b_{przyk} .

$$\bar{x}_{F_skrz/kad*} \approx \bar{x}_{F_skrz*} = \frac{x_{F_skrz*}}{b_{przyk}} \quad (6.101)$$

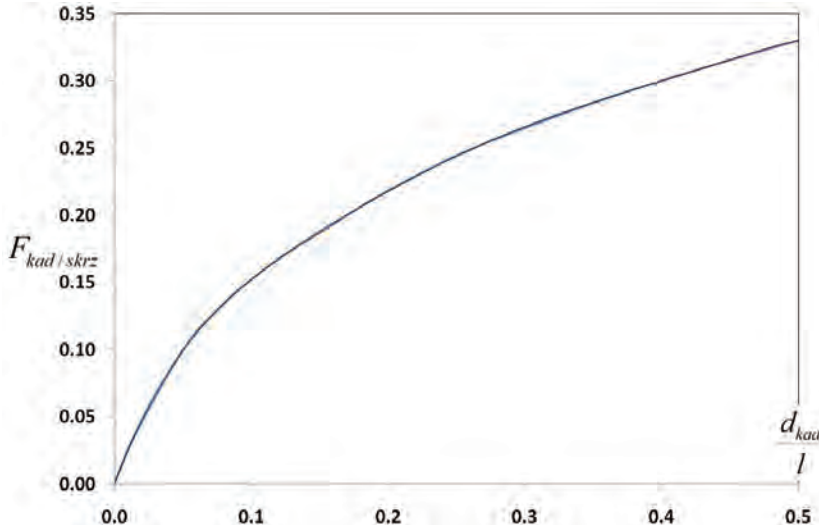
- ognisko aerodynamiczne pozostałej części kadłuba $\bar{x}_{F_kad/skrz*}$

Położenie ogniska aerodynamicznego pozostałej części kadłuba zależy od wartości wydłużenia skrzydła obliczeniowego λ_{zewn} i liczby Macha.

- jeżeli $\lambda_{zewn} \sqrt{1 - Ma^2} > 4.0$, to:

$$\bar{x}_{F_kad/skrz*} = \frac{x_{F_kad/skrz}}{b_{przyk}} = 0.25 + \frac{l - d_{kad}}{2b_{przyk}} \tan \Lambda_{0.25} F_{kad/skrz} \quad (6.102)$$

Mnożnik $F_{kad/skrz}$ odczytać można z rys. 6.16. Zależy on od stosunku średnicy kadłuba do rozpiętości skrzydła d_{kad}/l .



Rys. 6.16. Mnożnik $F_{kad/skrz}$

– jeżeli $\lambda_{zewn} \sqrt{1 - Ma^2} < 4.0$, to oblicza się:

a) parametr pomocniczy $k = 0.25 \left[\lambda_{zewn} \left(1 + \frac{1}{\eta_{zewn}} \right) \tan \Lambda_0 \right]$ (6.103)

b) wartość pomocniczą $(\bar{x}_{F_kad/skrz*})_1 = \begin{cases} 0.555 \cdot k & \text{dla } k < 0.9 \\ 0.5 & \text{dla } k \geq 0.9 \end{cases}$ (6.104)

c) wartość pomocniczą $(\bar{x}_{F_kad/skrz*})_2$ ze wzoru (6.102)

d) wartość końcową, wykonując interpolację:

$$\bar{x}_{F_kad/skrz*} = (\bar{x}_{F_kad/skrz*})_1 + \frac{(\bar{x}_{F_kad/skrz*})_2 - (\bar{x}_{F_kad/skrz*})_1}{4} \left(4 - \lambda_{zewn} \sqrt{1 - Ma^2} \right) \quad (6.105)$$

Występujące we wzorze (6.98) pochodne siły nośnej oblicza się w sposób opisany w podrozdz. 4.4:

- Pochodna $C_{za_nos+ps*}^\alpha$

Pochodna $C_{z_nos_ps}^\alpha$ dotyczy noska i przedniej części kadłuba. Odniesiona jest ona do powierzchni skrzydła. Obliczyć ją można ze wzoru:

$$C_{za_nos+ps}^\alpha = C_{za_nos+ps}^\alpha \frac{S_{kad_poprz}}{S} \quad (6.106)$$

gdzie $C_{za_nos+ps}^\alpha = C_{za_kad}^\alpha$ wyznacza się ze wzoru (4.62). Pochodna ta odniesiona jest do przekroju poprzecznego kadłuba. We wstępnych obliczeniach można przyjąć $C_{za_nos+ps}^\alpha \approx 2$.

- Pochodna $C_{za_skrz/kad}^\alpha$

Pochodną $C_{za_skrz/kad}^\alpha$ oblicza się, wykorzystując określony wzorem (4.121) współczynnik $K_{skrz/kad}$:

$$C_{za_skrz/kad}^\alpha = K_{skrz/kad} C_{za_skrz_zewn}^\alpha \frac{S_{zewn}}{S} \quad (6.107)$$

- Pochodna $C_{za_kad/skrz}^\alpha$

Pochodną $C_{za_kad/skrz}^\alpha$ oblicza się, wykorzystując określony wzorem (4.122) współczynnik $K_{kad/skrz}$:

$$C_{za_kad/skrz}^\alpha = K_{kad/skrz} C_{za_skrz_zewn}^\alpha \frac{S_{zewn}}{S} \quad (6.108)$$

We wzorach (6.107) i (6.108) uwzględniono, że pochodna $C_{za_skrz_zewn}^\alpha$ dotyczy skrzydła „zewnątrznego” o powierzchni S_{zewn} . Natomiast $C_{z_skrz/kad}^\alpha$ i $C_{z_kad/skrz}^\alpha$ odnoszą się do powierzchni nominalnej skrzydła S – stąd mnożnik S_{zewn} / S .

Z kolei we wzorze (6.106) pochodna $C_{za_nos+ps}^\alpha$ dotyczy kadłuba o przekroju S_{kad_poprz} . Ponieważ $C_{z_nos+ps}^\alpha$ odnosi się do powierzchni nominalnej skrzydła S , to należało zastosować mnożnik S_{kad_poprz} / S .

Położenie ogniska na średniej cięciwie aerodynamicznej

Jeżeli zachodzi konieczność określenia położenia ogniska aerodynamicznego układu skrzydło–kadłub względem krawędzi natarcia średniej cięciwy aerodynamicznej, to korzystając z rys. 6.17, otrzymuje się:

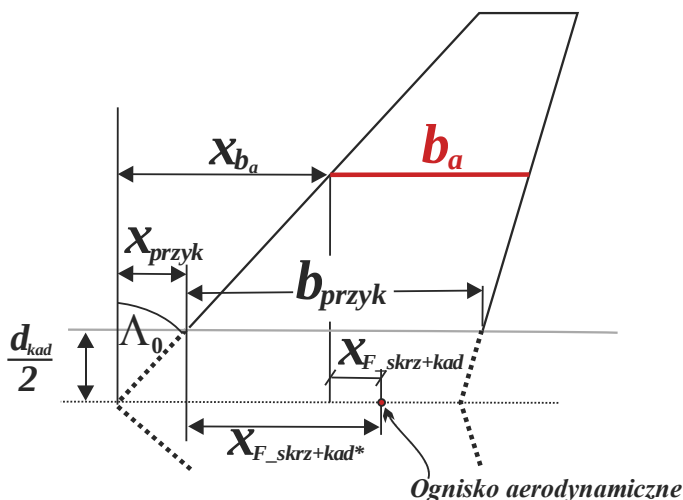
$$x_{F_skrz+kad} = x_{przyk} + x_{F_skrz+kad*} - x_{b_a} \quad (6.109)$$

gdzie: $x_{przyk} = \frac{d_{kad}}{2} \tan \Lambda_0$, $x_{F_skrz+kad*} = \bar{x}_{F_skrz+kad*} b_{przyk}$

Wzory te dotyczą układu skrzydło–kadłub i są analogiczne do związków (1.25) i (1.26).

Względnie położenie ogniska odniesione do średniej cięciwy aerodynamicznej jest równe:

$$\bar{x}_{F_skrz+kad} = \frac{x_{F_skrz+kad}}{b_a} = \frac{d_{kad}}{2b_a} \tan \Lambda_0 + \bar{x}_{F_skrz+kad*} \frac{b_{przyk}}{b_a} - \frac{x_{b_a}}{b_a} \quad (6.110)$$



Rys. 6.17. Położenie ogniska układu skrzydło–kadłub

Przykład 6.9

Oblicz położenie ogniska aerodynamicznego układu skrzydło–kadłub dla danych zgodnych z przykładami 1.1 i 2.4, w zakresie poddźwiękowym. Uwzględnij wpływ interferencji.

Rozwiązanie dla liczby Macha $Ma = 0$:

Obliczenie położenia ognisk aerodynamicznych

- Ognisko aerodynamiczne noska i przedniej części kadłuba $\bar{x}_{F_nos+ps}$

Dla noska ostrołukowego o smukłości $f_{nos} = 3.4$ z rys. 6.15 odczytuje się:
 $F_{nos} = -0.53$.

Ze wzoru (6.100):

$$\bar{x}_{F_nos+ps*} = \frac{l_{nos} + 1.6l_{ps}}{b_{przyk}} F_{nos} = \frac{5.1 + 1.6 \cdot 0.67}{4.3} (-0.53) = -0.76 \quad (P6.9.1)$$

- Ognisko aerodynamiczne skrzydła „zewnątrznego” $\bar{x}_{F_skrz/kad}$:

$$\text{W przykładzie 6.2 obliczono } \frac{x_{F_skrz_zewn*}}{b_{przyk}} = 0.48 .$$

Zatem na podstawie (6.101): $\bar{x}_{F_skrz/kad*} = 0.48 \quad (P6.9.2)$

- Ognisko aerodynamiczne pozostałej części kadłuba $\bar{x}_{F_kad/skrz*}$:

Sprawdza się wartość $\lambda_{zewn} \sqrt{1 - Ma^2} = 2.78 \sqrt{1 - 0^2} = 2.78 < 4$. Należy zastosować wzór (6.105). W tym celu oblicza się:

- ze wzoru (6.103):

$$\begin{aligned} k &= 0.25 \left[\lambda_{zewn} \left(1 + \frac{1}{\eta_{zewn}} \right) \tan \Lambda_0 \right] = \\ &= 0.25 \left[2.78 \left(1 + \frac{1}{3.63} \right) \tan 40^\circ \right] = 0.744 < 0.9 \end{aligned} \quad (P6.9.3)$$

- ze wzoru (6.104):

$$(\bar{x}_{F_kad/skrz})_1 = 0.555 \cdot k = 0.555 \cdot 0.744 = 0.413 \quad (P6.9.4)$$

- dla ilorazu: $\frac{d_{kad}}{l} = \frac{1.5}{9.14} = 0.164$ z rys. 6.16 odczytuje się: $F_{kad/skrz} = 0.196$.

- ze wzoru (6.102):

$$\begin{aligned}
 (\bar{x}_{F_kad/skrz*})_2 &= 0.25 + \frac{l - d_{kad}}{2b_{przyk}} \tan \Lambda_{0.25} F_{kad/skrz} = \\
 &= 0.25 + \frac{9.14 - 1.5}{2 \cdot 4.3} \tan 31^\circ \cdot 0.196 = 0.355
 \end{aligned}
 \quad (P6.9.5)$$

– ze wzoru (6.105):

$$\begin{aligned}
 \bar{x}_{F_kad/skrz*} &= (\bar{x}_{F_kad/skrz*})_1 + \frac{(\bar{x}_{F_kad/skrz*})_2 - (\bar{x}_{F_kad/skrz*})_1}{4} \left(4 - \lambda_{zewn} \sqrt{1 - Ma^2} \right) = \\
 &= 0.413 + \frac{0.355 - 0.413}{4} (4 - 2.78) = 0.396
 \end{aligned}
 \quad (P6.9.6)$$

Obliczenie pochodnych aerodynamicznych

– z przykładu 4.12 mamy $C_{za_kad}^\alpha = 1.876$. Zatem $C_{za_nos+ps}^\alpha = C_{za_kad}^\alpha = 1.876$.

– ze wzoru (6.106):

$$C_{za_nos+ps}^\alpha = C_{za_nos+ps}^\alpha \frac{S_{kad_poprz}}{S} = 1.876 \frac{1.77}{28} = 0.118 \quad (P6.9.7)$$

– z przykładu 4.16 mamy: $C_{za_skrz_zewn}^\alpha = 3.158$, $K_{skrz/kad} = 1.14$, $K_{kad/skrz} = 0.215$

– ze wzoru (6.107):

$$C_{za_skrz/kad}^\alpha = K_{skrz/kad} C_{za_skrz_zewn}^\alpha \frac{S_{zewn}}{S} = 1.14 \cdot 3.158 \frac{21}{28} = 2.70 \quad (P6.9.8)$$

– ze wzoru (6.108):

$$C_{za_kad/skrz}^\alpha = K_{kad/skrz} C_{za_skrz_zewn}^\alpha \frac{S_{zewn}}{S} = 0.215 \cdot 3.158 \frac{21}{28} = 0.509 \quad (P6.9.9)$$

Obliczenie położenia ogniska aerodynamicznego na cięciwie przykadłowej

– ze wzoru (6.98):

$$\begin{aligned}\bar{x}_{F_skrz+kad*} &= \frac{\bar{x}_{F_nos+ps*} C_{za_nos+ps*}^{\alpha} + \bar{x}_{F_skrz/kad*} C_{za_skrz/kad}^{\alpha} + \bar{x}_{F_kad/skrz*} C_{za_kad/skrz}^{\alpha}}{C_{za_nos+ps*}^{\alpha} + C_{za_skrz/kad}^{\alpha} + C_{za_kad/skrz}^{\alpha}} = \\ &= \frac{(-0.76) \cdot 0.118 + 0.48 \cdot 2.70 + 0.396 \cdot 0.509}{0.118 + 2.70 + 0.509} = 0.422\end{aligned}\quad (P6.9.10)$$

Położenie ogniska na średniej cięciwie aerodynamicznej

Ze wzoru (6.110) mamy:

$$\begin{aligned}\bar{x}_{F_skrz+kad} &= \frac{d_{kad}}{2b_a} \tan \Lambda_0 + \bar{x}_{F_skrz+kad*} \frac{b_{przyk}}{b_a} - \frac{x_{b_a}}{b_a} = \\ &= \frac{1.5}{2 \cdot 3.44} \tan 40^{\circ} + 0.422 \frac{4.3}{3.44} - \frac{1.53}{3.44} = 0.265\end{aligned}\quad (P6.9.11)$$

Odległość ogniska układu skrzydło–kadłub od krawędzi natarcia średniej cięciwy aerodynamicznej skrzydła:

$$x_{F_skrz+kad} = \bar{x}_{F_skrz+kad} \cdot b_a = 0.265 \cdot 3.44 = 0.913 \text{ m} \quad (P6.9.12)$$

Dla liczby Macha $Ma = 0.6$ otrzymuje się $\bar{x}_{F_skrz+kad} = 0.271$. W przykładzie 6.7 dla $Ma = 0.6$ otrzymano wynik $\bar{x}_{F_skrz+kad} = 0.277$.

A. Zakres transoniczny

W zakresie transonicznym, dla niewielkich kątów natarcia, do obliczenia położenia ogniska aerodynamicznego układu skrzydło–kadłub można zastosować metodę opisaną w punkcie A dla zakresu poddźwiękowego, tzn. wzór (6.96). Jednak w tym przypadku wykorzystuje się wartości parametrów odnoszące się do tego zakresu: pochodną siły nośnej skrzydła „zewnątrznego” $C_{za_skrz_zewn}^{\alpha}$ określoną metodą opisaną w podrozdz. 4.1.2 oraz położenie ogniska na cięciwie przykadłubowej

$$\bar{x}_{F_skrz/kad*} = \frac{x_{F_skrz*}}{b_{przyk}} \text{ określone metodą opisaną w podrozdz. 6.2.2. Położenie ogni-$$

ska $\bar{x}_{F_kad/skrz*}$ można ustalić, znając jego położenie w zakresie poddźwiękowym oraz naddźwiękowym. Mając te dane, należy płynnie połączyć oba punkty. Obliczenia dotyczą skrzydła „zewnątrznego”. Wartości pochodnej $C_{z_nos+ps}^{\alpha}$ i położenie

ogniska $\bar{x}_{F_nos+ps^*}$ odnoszące się do części kadłuba przed skrzydłem przyjmuje się takie same jak dla zakresu poddźwiękowego.

A. Zakres naddźwiękowy

Również w zakresie naddźwiękowym, dla niewielkich kątów natarcia, do obliczenia położenia ogniska aerodynamicznego układu skrzydło–kadłub można wykorzystać metodę opisaną w punkcie A dla zakresu poddźwiękowego. Zastosowanie ma wzór analogiczny do (6.98), który zawiera współczynniki sił normalnych:

$$\bar{x}_{F_skrz+kad^*} = \frac{\bar{x}_{F_nos+ps^*} C_{z_nos+ps^*}^\alpha + \bar{x}_{F_skrz/kad^*} C_{z_skrz/kad}^\alpha + \bar{x}_{F_kad/skrz^*} C_{z_kad/skrz}^\alpha}{C_{z_nos+ps^*}^\alpha + C_{z_skrz/kad}^\alpha + C_{z_kad/skrz}^\alpha} \quad (6.111)$$

W przypadku określania położenia ogniska na średniej cięciwie aerodynamicznej należy zastosować przeliczenie (6.110).

Pochodne siły normalnej

W zakresie naddźwiękowym należy uwzględniać pochodne siły normalnej $C_{z_skrz_zewn}^\alpha$ oraz położenie ognisk aerodynamicznych odnoszące się do tego zakresu. Pochodne oblicza się ze wzorów:

$$C_{z_skrz/kad}^\alpha = K_{skrz/kad} C_{z_skrz_zewn}^\alpha \frac{S_{zewn}}{S} \quad (6.112)$$

$$C_{z_kad/skrz}^\alpha = K_{kad/skrz} C_{z_skrz_zewn}^\alpha \frac{S_{zewn}}{S} \quad (6.113)$$

gdzie:

$C_{z_skrz_zewn}^\alpha$ wyznacza się w sposób opisany w podrozdz. 4.1.2, punkt C, $K_{skrz/kad}$ oraz $K_{kad/skrz}$ określone są w podrozdz. 4.4, punkt C (wzory (4.129) i (4.131)).

Pochodną $C_{z_nos+ps^*}^\alpha$ dotyczącą części samolotu przed skrzydłem „zewnątrznym” oblicza się ze wzoru:

$$C_{z_nos+ps^*}^\alpha = C_{z_nos+ps}^\alpha \frac{S_{kad_poprz}}{S} \quad (6.114)$$

przy czym występującą w tym wzorze pochodną $C_{z_nos+ps}^\alpha$ odniesioną do przekroju poprzecznego kadłuba określa się w sposób opisany w podrozdz. 4.2, punkt C.

Wykorzystuje się rys. 4.32 i 4.33 (ich prawa strona) lub 4.39 i 4.40, uwzględniając przednią część kadłuba – przed skrzydłem „zewnątrznym”.

Położenie ognisk aerodynamicznych ustala się następująco:

- ognisko aerodynamiczne noska i części kadłuba przed skrzydłem „zewnątrznym” $\bar{x}_{F_nos+ps*}$ mierzone od wierzchołka skrzydła „zewnątrznego” i odniesione do cięciwy przykadłubowej

Położenie $\bar{x}_{F_nos+ps*}$ określa się, traktując tę część samolotu jako złożenie noska i cylindra. Ma ona długość:

$$l_{nos+ps} = l_{nos} + l_{ps} \quad (6.115)$$

Zastosowanie ma metoda opisana w podrozdz. 6.3.1.2, punkt C, która pozwala wyznaczyć z rys. 6.10÷6.12 położenie ogniska względem noska kadłuba:

$$X_{F_nos+ps} = \bar{X}_{F_nos+ps} \cdot l_{nos+ps} \quad (6.116)$$

Położenie tego ogniska względem krawędzi natarcia cięciwy przykadłubowej (wierzchołka skrzydła „zewnątrznego”) będzie równe:

$$x_{F_nos+ps} = X_{F_nos+ps} - l_{nos+ps} \quad (6.117)$$

Ponieważ $l_{nos+ps} > X_{F_nos+ps}$, to wartość x_{F_nos+ps} jest ujemna. Oznacza to, że ognisko przedniej części samolotu leży przed cięciwą przykadłubową.

We wzorze (6.111) występuje względne położenie ogniska odniesione do cięciwy przykadłubowej. Zatem mamy:

$$\bar{x}_{F_nos+ps*} = \frac{x_{F_nos+ps}}{b_{prz}} = \frac{l_{nos+ps}}{b_{prz}} (\bar{X}_{F_nos+ps} - 1) \quad (6.118)$$

Obliczona wartość $\bar{x}_{F_nos+ps*}$ jest ujemna.

- ognisko aerodynamiczne skrzydła „zewnątrznego” $\bar{x}_{F_skrz/kad*}$

Określając położenie tego ogniska pomija się wpływ kadłuba na skrzydło. Mamy zatem:

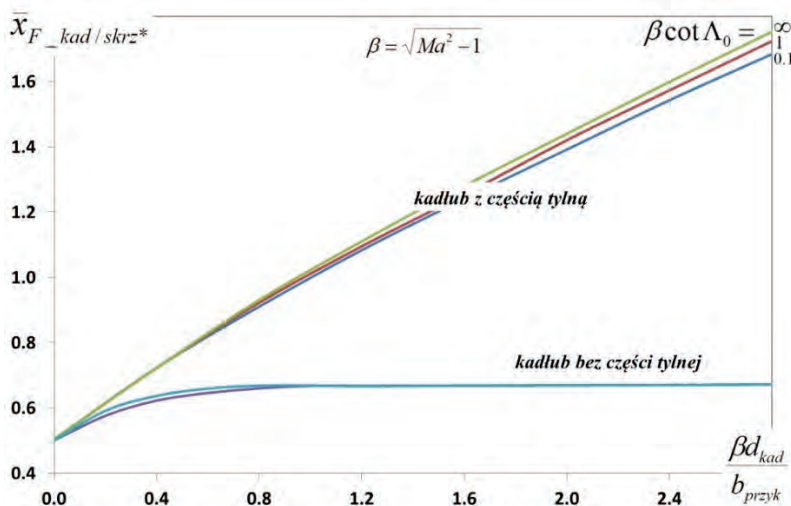
$$\bar{x}_{F_skrz/kad*} = \bar{x}_{F_skrz*} \quad (6.119)$$

Oznacza to, że położenie ogniska aerodynamicznego skrzydła „zewnętrznego” można obliczyć w oparciu o sposób pokazany w podrozdz. 6.2.2, punkt C.

- ognisko aerodynamiczne pozostałej części kadłuba $\bar{x}_{F_kad/skrz*}$

Położenie ogniska aerodynamicznego pozostałej części kadłuba odczytuje się z rys. 6.18. Ma on zastosowanie, jeżeli spełniony jest warunek:

$$\lambda_{zewn} \beta \left(1 + \frac{1}{\eta_{zewn}} \right) \left(1 + \frac{1}{\beta \cot \Lambda_0} \right) \geq 4, \quad \beta = \sqrt{Ma^2 - 1} \quad (6.120)$$



Rys. 6.18. Położenie ogniska $\bar{x}_{F_kad/skrz*}$

Przykład 6.10

Oblicz położenie ogniska aerodynamicznego układu skrzydło–kadłub dla danych zgodnych z przykładami 1.1 i 2.4, w zakresie naddźwiękowym.

Rozwiązanie dla liczby $Ma = 1.6$:

Pochodne sił normalnych

W przykładzie 4.17 obliczone zostały pochodna siły aerodynamicznej względem kąta natarcia oraz współczynniki wynikające z interferencji aerodynamicznej:

- dla izolowanego skrzydła „zewnętrznego”:

$$C_{za_skrz_zewn}^{\alpha} = 2.66, \quad K_{skrz/kad} = 1.14, \quad K_{kad/skrz} = 0.194$$

- dla noska kadłuba oraz jego części przed skrzydłem „zewnątrznym”

$$C_{z_nos+ps}^{\alpha} = 2.593, \quad K_{nos+ps} = 0.0822$$

Na tej podstawie oblicza się:

- ze wzoru (6.112):

$$C_{z_skrz/kad}^{\alpha} = K_{skrz/kad} C_{z_skrz_zewn}^{\alpha} \frac{S_{zewn}}{S} = 1.14 \cdot 2.66 \frac{21}{28} = 2.274 \quad (P6.10.1)$$

- ze wzoru (6.113):

$$C_{z_kad/skrz}^{\alpha} = K_{kad/skrz} C_{z_skrz_zewn}^{\alpha} \frac{S_{zewn}}{S} = 0.194 \cdot 2.66 \frac{21}{28} = 0.387 \quad (P6.10.2)$$

- ze wzoru (6.114):

$$C_{z_nos+ps}^{\alpha} = C_{za_nos+ps}^{\alpha} \frac{S_{kad_poprz}}{S} = 2.593 \frac{1.77}{28} = 0.164 \quad (P6.10.3)$$

Położenie ognisk aerodynamicznych na cięciwie przykładłubowej

Nos i część kadłuba przed skrzydłem „zewnątrznym”

Wykorzystuje się dane obliczone w przykładzie 1.1: smukłość nosa $f_{nos} = 3.4$, smukłość części kadłuba leżącej pomiędzy noskiem i skrzydłem „zewnątrznym” $f_{ps} = 0.45$.

Długość nosa i części kadłuba pomiędzy nosem i skrzydłem zewnątrznym:

$$l_{nos+ps} = l_{nos} + l_{ps} = 5.1 + 0.67 \text{ m} \quad (P6.10.4)$$

Parametry do rys. 6.11:

$$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1} = \sqrt{1.6^2 - 1} = 1.249 \quad (P6.10.5)$$

$$\frac{\beta}{f_{nos}} = \frac{1.249}{3.4} = 0.367 \quad (P6.10.6)$$

$$\frac{f_{ps}}{f_{nos}} = \frac{0.45}{3.4} = 0.132 \quad (P6.10.7)$$

- dla $\frac{\beta}{f_{nos}} = 0.367$ $\frac{f_{ps}}{f_{nos}} = 0$ z rys. 6.11 odczytujemy $\frac{X_{F_nos+ps}}{l_{nos+ps}} = 0.543$
- dla $\frac{\beta}{f_{nos}} = 0.367$ $\frac{f_{ps}}{f_{nos}} = 0.4$ z rys. 6.11 odczytujemy $\frac{X_{F_nos+ps}}{l_{nos+ps}} = 0.425$
- interpolacja dla $\frac{f_{ps}}{f_{nos}} = 0.132$:

$$\frac{X_{F_nos+ps}}{l_{nos+ps}} = 0.543 + \frac{0.425 - 0.543}{0.4 - 0} (0.132 - 0) = 0.504 \quad (P6.10.8)$$

Wartość ta określa położenie ogniska mierzone od wierzchołka nosa odniesione do sumy jego długości oraz długości części cylindrycznej kadłuba położonej przed skrzydłem zewnętrznym. Aby obliczyć położenie tego punktu względem wierzchołka skrzydła zewnętrznego, należy zastosować wzór (6.118):

$$\begin{aligned} \bar{X}_{F_nos+ps*} &= \frac{X_{F_nos+ps}}{b_{prz}} = \frac{l_{nos+ps}}{b_{prz}} (\bar{X}_{F_nos+ps} - 1) = \\ &= \frac{5.77}{4.3} (0.504 - 1) = -0.666 \end{aligned} \quad (P6.10.9)$$

Wartość jest ujemna, co oznacza, że punkt ten leży przed wierzchołkiem skrzydła „zewnętrznego”.

Skrzydło „zewnętrzne” – obliczenia z wykorzystaniem rys. 6.5.

- - oblicza się parametry rysunków:

$$\lambda \tan \Lambda_0 = 2.78 \cdot \tan 40^\circ = 2.33 \quad (P6.10.10)$$

$$\frac{\tan \Lambda_0}{\beta} = \frac{\tan 40^\circ}{1.249} = 0.672 \quad (P6.10.11)$$

- dla $\eta = 3$ i $\Lambda_{1.0} = 0^\circ$ z rys. 6.5 (d) odczytujemy $\frac{X_{F_skrz*}}{b_{prz}} = 0.611$
- dla $\eta = 4$ i $\Lambda_{1.0} = 0^\circ$ z rys. 6.5 (c) odczytujemy $\frac{X_{F_skrz*}}{b_{prz}} = 0.64$

– interpolacja dla $\eta_{zewn} = 3.63$:

$$\frac{x_{F_skrz*}}{b_{przyk}} = 0.611 + \frac{0.64 - 0.611}{4 - 3}(3.63 - 3) = 0.629 \quad (P6.10.12)$$

Zgodnie z (6.119):

$$\bar{x}_{F_skrz/kad*} = \bar{x}_{F_skrz*} = \frac{x_{F_skrz*}}{b_{przyk}} = 0.629 \quad (P6.10.13)$$

Pozostała część kadłuba

Sprawdza się warunek (6.120):

$$\begin{aligned} \lambda_{zewn} \beta \left(1 + \frac{1}{\eta_{zewn}} \right) \left(1 + \frac{1}{\beta \cot \Lambda_0} \right) &= \\ = 2.78 \cdot 1.249 \left(1 + \frac{1}{3.63} \right) \left(1 + \frac{1}{1.249 \cot 40^\circ} \right) &= 7.4 > 4 \end{aligned} \quad (P6.10.14)$$

Można wykorzystać rys. 6.18. Dla $\frac{\beta d_{kad}}{b_{przyk}} = \frac{1.249 \cdot 1.5}{4.3} = 0.436$ odczytuje się

z niego:

$$\bar{x}_{F_kad/skrz*} = 0.741 \quad (P6.10.15)$$

Położenie ogniska na cięciwie przykadłubowej

Ze wzoru (6.111) oblicza się położenie ogniska układu skrzydło–kadłub:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{F_skrz+kad*} &= \frac{\bar{x}_{F_nos+ps*} C_{z_nos+ps*}^\alpha + \bar{x}_{F_skrz/kad*} C_{z_skrz/kad}^\alpha + \bar{x}_{F_kad/skrz*} C_{z_kad/skrz}^\alpha}{C_{z_nos_ps*}^\alpha + C_{z_skrz/kad}^\alpha + C_{z_kad/skrz}^\alpha} = \\ &= \frac{(-0.666) \cdot 0.164 + 0.629 \cdot 2.274 + 0.74 \cdot 0.387}{0.164 + 2.274 + 0.387} = 0.569 \end{aligned} \quad (P6.10.16)$$

Położenie ogniska na średniej cięciwie aerodynamicznej

Ze wzoru (6.110) mamy:

$$\begin{aligned}
 x_{F_skrz+kad} &= \frac{d_{kad}}{2b_a} \tan \Lambda_0 + \bar{x}_{F_skrz+kad*} \frac{b_{przyk}}{b_a} - \frac{x_{b_a}}{b_a} = \\
 &= \frac{1.5}{2 \cdot 3.44} \tan 40^\circ + 0.571 \frac{4.3}{3.44} - \frac{1.53}{3.44} = 0.45
 \end{aligned}
 \tag{P6.10.17}$$

Wyniki obliczeń dla różnych wartości liczby Macha w zakresie naddźwiękowym zawiera tabela.

Ma	1.4	1.6	1.8	2
$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1}$	0.98	1.249	1.497	1.732
$C_{za_iz_skrz}^\alpha$	3.02	2.66	2.38	2.16
$K_{skrz/kad}$	1.14			
$K_{kad/skrz}$	0.219	0.194	0.185	0.179
$C_{z_skrz/kad}^\alpha$	2.582	2.274	2.035	1.847
$C_{z_kad/skrz}^\alpha$	0.496	0.387	0.33	0.29
$C_{z_nos+ps*}^\alpha$	0.164	0.164	0.163	0.163
$\bar{x}_{F_nos+ps*}$	-0.668	-0.666	-0.661	-0.658
$\bar{x}_{F_skrz/kad*}$	0.615	0.629	0.637	0.64
$\bar{x}_{F_kad/skrz*}$	0.694	0.74	0.784	0.825
$\bar{x}_{F_skrz+kad*}$	0.562	0.569	0.573	0.572
$\bar{x}_{F_skrz+kad}$	0.44	0.45	0.454	0.453

6.5. Współczynnik momentu pochylającego usterzenia poziomego

Na usterzeniu poziomym powstaje siła nośna P_{za_H} , która jest określona wzorem (4.84):

$$P_{za_H} = C_{za_H} \frac{\rho_H V_H^2}{2} S_H \quad (6.121)$$

Siła ta działa względem środka masy na ramieniu L_H , dając moment pochylający:

$$M_H = -P_{za_H} \cdot L_H \quad (6.122)$$

L_H jest to odległość pomiędzy ogniskiem usterzenia poziomego i środkiem masy samolotu.

Jeżeli zapisać moment M_H wzorem, w którym powierzchnią odniesieniową jest powierzchnia skrzydła S , a wymiarem odniesieniowym średnia cięciwa aerodynamiczna b_a :

$$M_H = C_{m_H} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S b_a \quad (6.123)$$

to współczynnik momentu pochylającego kadłuba jest równy:

$$C_{m_H} = -C_{za_H} k_H \bar{L}_H \bar{S}_H \quad (6.124)$$

Współczynnik hamowania prędkości w obszarze usterzenia poziomego k_H opisano w rozdziale 4.3.1. Względna odległość i względna powierzchnia są odpowiednio równe:

$$\bar{L}_H = \frac{L_H}{b_a}, \quad \bar{S}_H = \frac{S_H}{S} \quad (6.125)$$

Określony zostanie teraz związek pomiędzy współczynnikiem siły nośnej usterzenia poziomego C_{za_H} i współczynnikiem siły nośnej całego samolotu C_{za} . Uwzględniając kolejno wzory (4.86), (4.85) i (4.87) mamy:

$$\begin{aligned}
 C_{za_H} &= C_{za_H}^{\alpha_H} (\alpha_H - \alpha_{0H}) + C_{za_H}^{\delta_H} \delta_H = \\
 &= C_{za_H}^{\alpha_H} [\alpha - (\varepsilon_{0H} + \varepsilon_H^\alpha \alpha) - \alpha_{0H}] + C_{za_H}^{\delta_H} \delta_H + C_{za_H}^{\alpha_H} \phi_H = \\
 &= C_{za_H}^{\alpha_H} [(1 - \varepsilon_H^\alpha) \alpha - \varepsilon_{0H} - \alpha_{0H}] + C_{za_H}^{\delta_H} \delta_H + C_{za_H}^{\alpha_H} \phi_H = \quad (6.126) \\
 &= C_{za_H}^{\alpha_H} \left[(1 - \varepsilon_H^\alpha) \left(\alpha_0 + \frac{C_{za}}{C_{za}^\alpha} \right) - \varepsilon_{0H} - \alpha_{0H} \right] + C_{za_H}^{\delta_H} \delta_H + C_{za_H}^{\alpha_H} \phi_H = \\
 &= C_{za_H}^{\alpha_H} [(1 - \varepsilon_H^\alpha) \alpha_0 - \varepsilon_{0H} - \alpha_{0H}] + \frac{C_{za_H}^{\alpha_H}}{C_{za}^\alpha} (1 - \varepsilon_H^\alpha) C_{za} + C_{za_H}^{\delta_H} \delta_H + C_{za_H}^{\alpha_H} \phi_H
 \end{aligned}$$

Podstawiając to wyrażenie do (6.124) otrzymuje się:

$$C_{m_H} = C_{m0_H} + \Delta \bar{x}_{F_H} C_{za} + C_{mH}^{\delta_H} \delta_H + C_{mH}^{\phi_H} \phi_H \quad (6.127)$$

gdzie:
$$C_{m0_H} = -C_{za_H}^{\alpha_H} [(1 - \varepsilon_H^\alpha) \alpha_0 - \varepsilon_{0H} - \alpha_{0H}] k_H \bar{L}_H \bar{S}_H \quad (6.128)$$

$$\Delta \bar{x}_{F_H} = -\frac{C_{za_H}^{\alpha_H}}{C_{za}^\alpha} (1 - \varepsilon_H^\alpha) k_H \bar{L}_H \bar{S}_H \quad (6.129)$$

$$C_{mH}^{\delta_H} = -C_{za_H}^{\delta_H} k_H \bar{L}_H \bar{S}_H \quad (6.130)$$

$$C_{mH}^{\phi_H} = -C_{za_H}^{\alpha_H} k_H \bar{L}_H \bar{S}_H \quad (6.131)$$

Jeżeli uwzględnić zewnętrzną część usterzenia oraz wzajemną interferencję aerodynamiczną pomiędzy usterzeniem i kadłubem, to we wzorach (6.128)-(6.131) należy zamiast $C_{za_H}^{\alpha_H}$ wykorzystać pochodną $C_{za_H+kad}^{\alpha_H}$.

Przykład 6.11

Uwzględniając interferencję aerodynamiczną oblicz współczynnik momentu pochylającego C_{m0_H+kad} oraz przemieszczenie ogniska aerodynamicznego $\Delta \bar{x}_{F_H+kad}$ spowodowane przez usterzenie poziome samolotu, którego dane zawiera przykład 1.1.

Rozwiązanie:

Obliczenia dla $Ma = 1.4$ i $\alpha = 4^\circ$.

Wykorzystuje się dane:

$\alpha_{0H} = 0^\circ$ (założenie)	$\varepsilon_{0H} = 1^\circ$ (założenie)	$C_{za_H+kad}^{\alpha_H} = 2.7$ (przykład 4.18)	$C_{za}^\alpha = 3.593$ (przykład 4.19)
$\varepsilon_H^\alpha = 0.535$ (przykład 4.14)	$\alpha_0 = -1.74^\circ$ (przykład 4.1)	$k_H = 0.615$ (przykład 4.15)	$L_H = 4.02 \text{ m}$ (przykład 1.1)
$b_a = 3.44 \text{ m}$ (przykład 1.1)	$S_H = 12.25 \text{ m}^2$ (przykład 1.1)	$S = 28 \text{ m}^2$ (przykład 1.1)	

- ze wzoru (6.128)

$$\begin{aligned}
 C_{m0_H+kad} &= -C_{za_H+kad}^{\alpha_H} \left[(1 - \varepsilon_H^\alpha) \alpha_0 - \varepsilon_{0H} - \alpha_{0H} \right] k_H \bar{L}_H \bar{S}_H = \\
 &= -2.7 \left[(1 - 0.535) \cdot \frac{(-1.74)}{57.29} - \frac{1}{57.29} - \frac{0}{57.29} \right] 0.615 \cdot \frac{4.02}{3.44} \cdot \frac{12.25}{28} = 2.681 \cdot 10^{-2}
 \end{aligned}
 \tag{P6.11.1}$$

- ze wzoru (6.129)

$$\begin{aligned}
 \Delta \bar{x}_{F_H+kad} &= -\frac{C_{za_H+kad}^{\alpha_H}}{C_{za}^\alpha} (1 - \varepsilon_H^\alpha) k_H \bar{L}_H \bar{S}_H = \\
 &= -\frac{2.7}{3.593} (1 - 0.535) 0.615 \cdot \frac{4.02}{3.44} \cdot \frac{12.25}{28} = -0.11
 \end{aligned}
 \tag{P6.11.2}$$

Wyniki obliczeń dla innych liczb Macha zawierają tabele pokazane w przykładzie 6.12.

6.6. Współczynnik momentu pochyłającego układu skrzydło–kadłub–usterzenie poziome

Określając moment pochyłający całego samolotu, należy uwzględnić interferencję aerodynamiczną. Przyjmuje się, że moment ten jest sumą momentu generowanego przez dwa układy: skrzydło–kadłub oraz usterzenie poziome–kadłub:

$$M = C_m \frac{\rho_H V_s^2}{2} S b_a = M_{skrz+kad} + M_{H+kad} \tag{6.132}$$

Poszczególne momenty są określone wzorami:

- moment pochylający M_{skrz_kad} układu skrzydło–kadłub wzorem (6.83):

$$M_{skrz+kad} = C_{m_skrz+kad} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S b_a \quad (6.133)$$

- moment pochylający M_H generowany przez usterzenie poziome wzorem (6.123):

$$M_{H+kad} = C_{m_H+kad} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S b_a \quad (6.134)$$

Zatem współczynnik C_m momentu pochylającego całego samolotu jest równy:

$$C_m = C_{m_skrz+kad} + C_{m_H+kad} \quad (6.135)$$

Zgodnie ze wzorami (6.94) i (6.127) mamy:

$$C_{m_skrz+kad} = C_{m0_skrz+kad} + (\bar{X}_{T_skrz} - \bar{X}_{F_skrz+kad}) \cdot C_{za_skrz+kad} \quad (6.136)$$

$$C_{m_H+kad} = C_{m0_H+kad} + \Delta \bar{X}_{F_H+kad} C_{za} + C_{mH}^{\delta_H} \delta_H + C_{mH}^{\phi_H} \phi_H \quad (6.137)$$

W zależności (6.136) występuje współczynnik siły nośnej układu skrzydło–kadłub $C_{za_skrz+kad}$ natomiast w (6.137) współczynnik dotyczący całego samolotu C_{za} . Dlatego wykonane zostanie następujące przekształcenie:

$$\begin{aligned} C_{m_skrz+kad} &= C_{m0_skrz+kad} + (\bar{X}_{T_skrz} - \bar{X}_{F_skrz+kad}) \cdot C_{za_skrz+kad} = \\ &= C_{m0_skrz+kad} + (\bar{X}_{T_skrz} - \bar{X}_{F_skrz+kad}) C_{za_skrz+kad}^{\alpha} (\alpha - \alpha_{0_skrz+kad}) = \\ &= C_{m0_skrz+kad} + (\bar{X}_{T_skrz} - \bar{X}_{F_skrz+kad}) C_{za_skrz+kad}^{\alpha} \left(\alpha_0 + \frac{C_{za}}{C_{za}^{\alpha}} - \alpha_{0_skrz+kad} \right) = \\ &= C_{m0_skrz+kad} + (\bar{X}_{T_skrz} - \bar{X}_{F_skrz+kad}) C_{za_skrz+kad}^{\alpha} (\alpha_0 - \alpha_{0_skrz+kad}) + \\ &\quad + (\bar{X}_{T_skrz} - \bar{X}_{F_skrz+kad}) \frac{C_{za_skrz+kad}^{\alpha}}{C_{za}^{\alpha}} C_{za} \end{aligned} \quad (6.138)$$

Uwzględniono tu zależność określającą kąt natarcia samolotu α :

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{C_{za}}{C_{za}^\alpha} \quad (6.139)$$

Można zatem zapisać:

$$C_{m_skrz+kad} = C_{m0_skrz+kad^{**}} + (\bar{x}_{T_skrz} - \bar{x}_{F_skrz+kad^{**}}) \cdot C_{za} \quad (6.140)$$

gdzie:

$$C_{m0_skrz+kad^{**}} = C_{m0_skrz_kad} + (\bar{x}_{T_skrz} - \bar{x}_{F_skrz+kad}) C_{za_skrz+kad}^\alpha (\alpha_0 - \alpha_{0_skrz+kad}) \quad (6.141)$$

$$\bar{x}_{F_skrz+kad^{**}} = \bar{x}_{T_skrz} - (\bar{x}_{T_skrz} - \bar{x}_{F_skrz+kad}) \frac{C_{za_skrz+kad}^\alpha}{C_{za}^\alpha} \quad (6.142)$$

Podstawiając zależności (6.140) i (6.137) do (6.135), otrzymuje się końcowe wyrażenie określające współczynnik momentu pochylającego całego samolotu:

$$C_m = C_{m0} + (\bar{x}_{T_skrz} - \bar{x}_F) \cdot C_{za} + C_{mH}^{\delta_H} \delta_H + C_{mH}^{\phi_H} \phi_H \quad (6.143)$$

Poszczególne składniki są równe:

$$C_{m0} = C_{m0_skrz+kad^{**}} + C_{m0_H+kad} \quad (6.144)$$

$$\bar{x}_F = \bar{x}_{F_skrz+kad^{**}} - \Delta \bar{x}_{F_H+kad} \quad (6.145)$$

$$C_m^{\delta_H} = C_{mH}^{\delta_H} \quad (6.146)$$

$$C_m^{\phi_H} = C_{mH}^{\phi_H} \quad (6.147)$$

Przykład 6.12

Obliczyć współczynnik momentu pochylającego C_{m0} oraz położenie ogniska aerodynamicznego $\bar{x}_F$ całego samolotu, którego dane zawiera przykład 1.1.

Rozwiązanie:

Obliczenia dla $Ma = 1.4$ i $\alpha = 4^\circ$.

Wykorzystuje się dane podane w przykładzie 6.10, wyniki z przykładu 6.11 oraz dodatkowo:

$\bar{x}_{T_skrz} = 0.25$ (przykład 1.1)	$\bar{x}_{F_skrz+kad} = 0.44$ (przykład 6.10)	$C_{za_H+kad}^{\alpha_H} = 2.7$ (przykład 4.18)	$C_{za_skrz+kad}^{\alpha} = 3.238$ (przykład 4.17)
$C_{m0_skrz+kad} = -0.0352$ (przykład 6.8)	$\alpha_0 = -1.74$ (przykład 4.1)	$\alpha_{0_skrz_kad} = -1.74$ (założenie)	

- ze wzoru (6.141)

$$C_{m0_skrz+kad}^{**} = C_{m0_skrz_kad} + (\bar{x}_{T_skrz} - \bar{x}_{F_skrz+kad}) C_{za_skrz+kad}^{\alpha} (\alpha_0 - \alpha_{0_skrz+kad}) =$$

$$= -0.0352 + (0.25 - 0.44) \cdot 3.238 \cdot \left(\frac{-1.74}{57.29} - \frac{-1.74}{57.29} \right) = -0.0352$$

(P6.12.1)

- ze wzoru (6.144)

$$C_{m0} = C_{m0_skrz+kad}^{**} + C_{m0_H+kad} =$$

$$= -0.0352 + 2.681 \cdot 10^{-2} = -8.392 \cdot 10^{-3}$$

(P6.12.2)

- ze wzoru (6.142)

$$\bar{x}_{F_skrz+kad}^{**} = \bar{x}_{T_skrz} - (\bar{x}_{T_skrz} - \bar{x}_{F_skrz+kad}) \frac{C_{za_skrz+kad}^{\alpha}}{C_{za}^{\alpha}} =$$

$$= 0.25 - (0.25 - 0.44) \frac{3.238}{3.593} = 0.421$$

(P6.12.3)

- **położenie ogniska na średniej cięciwie aerodynamicznej b_a** ze wzoru (6.145)

$$\bar{x}_F = \bar{x}_{F_skrz+kad}^{**} - \Delta \bar{x}_{F_H+kad} = 0.421 - (-0.11) = 0.531$$

(P6.12.4)

Wyniki obliczeń dla innych wartości liczby Macha i różnych kątów natarcia zawierają tabele.

Wyniki obliczeń dla $Ma = 0$

α [deg]	$C_{za_skrz+kad}^\alpha$	$C_{za_H+kad}^\alpha$	ε_H^α	k_H	C_{za}^α	C_{m0_H+kad}	ΔX_{F_H+kad}
0	3.385	2.438	0.846	0.770	3.511	0.0212	-0.042
2				0.749	3.508	0.0207	-0.041
4				0.761	3.510	0.0210	-0.042
6				0.803	3.517	0.0222	-0.044
8				0.864	3.527	0.0238	-0.047
10				0.928	3.537	0.0256	-0.050
12				0.978	3.546	0.0270	-0.053
14				1.000	3.549	0.0276	-0.054
16				1.000	3.549	0.0276	-0.054

α [deg]	$X_{F_skrz_kad}$	$C_{m0_skrz_kad}$	$C_{m0_skrz_kad}^{**}$	C_{m0}	$X_{F_skrz_kad}^{**}$	X_F
0	0.267	-0.0301	-0.0301	-0.0089	0.266	0.308
2				-0.0095	0.266	0.307
4				-0.0091	0.266	0.308
6				-0.0080	0.266	0.310
8				-0.0063	0.266	0.313
10				-0.0045	0.266	0.317
12				-0.0032	0.266	0.319
14				-0.0026	0.266	0.320
16				-0.0026	0.266	0.320

Wyniki obliczeń dla $Ma = 0.6$

α [deg]	$C_{za_skrz+kad}^\alpha$	$C_{za_H+kad}^\alpha$	ε_H^α	k_H	C_{za}^α	C_{m0_H+kad}	ΔX_{F_H+kad}
0	3.630	2.580	0.915	0.774	3.704	0.0205	-0.023
2				0.751	3.702	0.0198	-0.023
4				0.754	3.702	0.0199	-0.023
6				0.783	3.705	0.0207	-0.024
8				0.831	3.710	0.0220	-0.025
10				0.889	3.715	0.0235	-0.027
12				0.943	3.720	0.0249	-0.028
14				0.983	3.724	0.0260	-0.030
16				1	3.726	0.0264	-0.030

α [deg]	$X_{F_skrz_kad}$	$C_{m0_skrz_kad}$	$C_{m0_skrz_kad}^{**}$	C_{m0}	$X_{F_skrz_kad}^{**}$	X_F
0	0.271	-0.0537	-0.0537	-0.0333	0.271	0.294
2				-0.0339	0.271	0.293
4				-0.0338	0.271	0.293
6				-0.0330	0.271	0.294
8				-0.0318	0.271	0.296
10				-0.0302	0.271	0.297
12				-0.0288	0.270	0.299
14				-0.0277	0.270	0.300
16				-0.0273	0.270	0.301

Wyniki obliczeń dla $Ma = 1.4$

α [deg]	$C_{za_skrz+kad}^{\alpha}$	$C_{za_H+kad}^{\alpha}$	ε_H^{α}	k_H	C_{za}^{α}	C_{m0_H+kad}	ΔX_{F_H+kad}
0	3.238	2.700	0.535	0.615	3.576	0.0268	-0.110
2				0.603	3.569	0.0263	-0.108
4				0.615	3.576	0.0268	-0.110
6				0.65	3.595	0.0283	-0.116
8				0.704	3.625	0.0307	-0.125
10				0.77	3.661	0.0336	-0.135
12				0.841	3.700	0.0367	-0.146
14				0.906	3.736	0.0395	-0.156
16				0.958	3.764	0.0418	-0.163

α [deg]	$X_{F_skrz_kad}$	$C_{m0_skrz_kad}$	$C_{m0_skrz_kad}^{**}$	C_{m0}	$X_{F_skrz_kad}^{**}$	X_F
0	0.440	-0.0352	-0.0352	-0.0084	0.422	0.532
2				-0.0089	0.422	0.531
4				-0.0084	0.422	0.532
6				-0.0068	0.421	0.537
8				-0.0045	0.420	0.544
10				-0.0016	0.418	0.553
12				0.0015	0.416	0.562
14				0.0043	0.415	0.570
16				0.0066	0.413	0.577

Wyniki obliczeń dla $Ma = 1.6$

α [deg]	$C_{za_skrz+kad}^\alpha$	$C_{za_H+kad}^\alpha$	ε_H^α	k_H	C_{za}^α	C_{m0_H+kad}	ΔXF_{H+kad}
0	2.825	2.383	0.465	0.627	3.175	0.0257	-0.129
2				0.618	3.170	0.0254	-0.127
4				0.643	3.184	0.0264	-0.132
6				0.697	3.214	0.0286	-0.141
8				0.77	3.254	0.0316	-0.154
10				0.851	3.300	0.0349	-0.168
12				0.924	3.340	0.0379	-0.180
14				0.977	3.370	0.0401	-0.189
16				1	3.383	0.0411	-0.193

α [deg]	XF_{skrz_kad}	$C_{m0_skrz_kad}$	$C_{m0_skrz_kad}^{**}$	C_{m0}	$XF_{skrz_kad}^{**}$	XF
0	0.450	-0.0055	-0.0055	0.0203	0.428	0.557
2				0.0199	0.428	0.555
4				0.0209	0.427	0.559
6				0.0231	0.426	0.567
8				0.0261	0.424	0.578
10				0.0295	0.421	0.589
12				0.0325	0.419	0.599
14				0.0346	0.418	0.607
16				0.0356	0.417	0.610

Wyniki obliczeń dla $Ma = 1.8$

α [deg]	$C_{za_skrz+kad}^\alpha$	$C_{za_H+kad}^\alpha$	ε_H^α	k_H	C_{za}^α	C_{m0_H+kad}	ΔXF_{H+kad}
0	2.527	2.126	0.415	0.634	2.872	0.0243	-0.140
2				0.629	2.869	0.0241	-0.139
4				0.664	2.888	0.0254	-0.146
6				0.732	2.925	0.0280	-0.159
8				0.818	2.972	0.0313	-0.175
10				0.903	3.018	0.0346	-0.190
12				0.968	3.054	0.0371	-0.202
14				0.999	3.071	0.0382	-0.207
16				1	3.071	0.0383	-0.207

α [deg]	$X_{F_skrz_kad}$	$C_{m0_skrz_kad}$	$C_{m0_skrz_kad}^{**}$	C_{m0}	$X_{F_skrz_kad}^{**}$	X_F
0	0.454	-0.0055	-0.0055	0.0188	0.429	0.570
2				0.0186	0.430	0.569
4				0.0199	0.428	0.575
6				0.0225	0.426	0.585
8				0.0258	0.423	0.598
10				0.0291	0.421	0.611
12				0.0316	0.419	0.620
14				0.0328	0.418	0.625
16				0.0328	0.418	0.625

Wyniki obliczeń dla $Ma = 2.0$

α [deg]	$C_{za_skrz+kad}^{\alpha}$	$C_{za_H+kad}^{\alpha}$	ε_H^{α}	k_H	C_{za}^{α}	C_{m0_H+kad}	ΔX_{F_H+kad}
0	2.288	1.945	0.376	0.639	2.627	0.0231	-0.151
2				0.638	2.627	0.0231	-0.151
4				0.682	2.650	0.0247	-0.160
6				0.761	2.692	0.0276	-0.175
8				0.855	2.742	0.0310	-0.193
10				0.938	2.786	0.0340	-0.209
12				0.99	2.814	0.0358	-0.218
14				1	2.819	0.0362	-0.220
16				1	2.819	0.0362	-0.220

α [deg]	$X_{F_skrz_kad}$	$C_{m0_skrz_kad}$	$C_{m0_skrz_kad}^{**}$	C_{m0}	$X_{F_skrz_kad}^{**}$	X_F
0	0.453	-0.2038	-0.2038	-0.1806	0.427	0.578
2				-0.1807	0.427	0.578
4				-0.1791	0.425	0.585
6				-0.1762	0.423	0.598
8				-0.1728	0.419	0.613
10				-0.1698	0.417	0.626
12				-0.1679	0.415	0.633
14				-0.1676	0.415	0.635
16				-0.1676	0.415	0.635

6.7. Współczynnik momentu pochylającego – część dynamiczna

Podobnie jak dla siły nośnej część dynamiczna współczynnika momentu pochylającego dotyczy prędkości kątowej pochylania Q i prędkości zmiany kąta natarcia $\dot{\alpha}$. Jeżeli zastosować zasadę superpozycji, to można przyjąć, że przyrost siły nośnej samolotu (będący wynikiem tych prędkości) jest równy:

$$\Delta M = \Delta C_m \frac{\rho_H V_s^2}{2} S b_a = \Delta M_{skrz} + \Delta M_{kad} - \Delta M_H \quad (6.148)$$

Poszczególne przyrosty są określone następująco:

$$\Delta M_{skrz} = \Delta C_{m_skrz} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S b_a = (C_{m_skrz}^q Q + C_{m_skrz}^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}) \frac{\rho_H V_s^2}{2} S b_a \quad (6.149)$$

$$\Delta M_{kad} = \Delta C_{m_kad} \frac{\rho_H V_s^2}{2} S_{kad_poprz} = (C_{m_kad}^q Q + C_{m_kad}^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}) \frac{\rho_H V_s^2}{2} S_{kad_poprz} l_{kad} \quad (6.150)$$

$$\begin{aligned} \Delta M_H &= \Delta P_{za_H} L_H = \Delta C_{za_H} \frac{\rho_H V_H^2}{2} S_H L_H = \\ &= (C_{za_kad}^q Q + C_{za_kad}^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}) \frac{\rho_H V_H^2}{2} S_H L_H \end{aligned} \quad (6.151)$$

Jeżeli przedstawić przyrost współczynnika momentu pochylającego całego samolotu w postaci:

$$\Delta C_m = C_m^q Q + C_m^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} \quad (6.152)$$

to wynika stąd, że:

$$C_m^q = C_{m_skrz}^q + C_{m_kad}^q \frac{S_{kad_poprz}}{S} \frac{l_{kad}}{b_a} - C_{za_H}^q \frac{S_H}{S} \frac{L_H}{b_a} k_H \quad (6.153)$$

$$C_m^{\dot{\alpha}} = C_{m_skrz}^{\dot{\alpha}} + C_{m_kad}^{\dot{\alpha}} \frac{S_{kad_poprz}}{S} \frac{l_{kad}}{b_a} - C_{za_H}^{\dot{\alpha}} \frac{S_H}{S} \frac{L_H}{b_a} k_H \quad (6.154)$$

Uwzględniając, że siła nośna skrzydła oraz usterzenia poziomego wytwarzana jest tylko przez ich części „zewnętrzne” (rys. 1.6) oraz ze względu na interferencję

aerodynamiczną skrzydło–kadłub oraz usterzenie poziome–kadłub pochodne C_m^q i $C_m^{\dot{\alpha}}$ oblicza się też ze wzorów:

$$C_m^q = (K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz}) \frac{S_{zewn}}{S} \frac{b_{a-zewn}}{b_a} C_{m_skrz}^q + \frac{S_{kad_poprz}}{S} \frac{l_{kad}}{b_a} C_{m_kad}^q + \\ -(K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H-zewn}}{S} \frac{L_H}{b_a} k_H C_{za_H}^q \quad (6.155)$$

$$C_m^{\dot{\alpha}} = (K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz}) \frac{S_{zewn}}{S} \frac{b_{a-zewn}}{b_a} C_{m_skrz}^{\dot{\alpha}} + \frac{S_{kad_poprz}}{S} \frac{l_{kad}}{b_a} C_{m_kad}^{\dot{\alpha}} + \\ -(K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H-zewn}}{S} \frac{L_H}{b_a} k_H C_{za_H}^{\dot{\alpha}} \quad (6.156)$$

Występujące tu współczynniki interferencji $K_{skrz/kad}$, $K_{kad/skrz}$, $K_{skrz/kad}$, $K_{kad/skrz}$, zdefiniowano w podrozdz. 4.4. Pochodne $C_{m_skrz}^q$, $C_{m_skrz}^{\dot{\alpha}}$, $C_{m_H}^q$, $C_{m_H}^{\dot{\alpha}}$ dotyczą skrzydła „zewnątrznego” i usterzenia „zewnątrznego”.

Podobnie jak w przypadku pochodnych współczynnika siły nośnej C_{za}^q i $C_{za}^{\dot{\alpha}}$ również pochodne C_m^q i $C_m^{\dot{\alpha}}$ są pochodnymi odniesionymi do prędkości „wymiarowych” q i $\dot{\alpha}$ wyrażanych w rad/s. W literaturze najczęściej spotyka się pochodne odniesione do prędkości kątowych „bezwymiarowych” $\bar{q}$ i $\bar{\dot{\alpha}}$, które zdefiniowane są wzorami (4.153). Zastosowanie ma następujące przeliczenie:

$$C_m^q = \frac{b_a}{2V_s} C_{za}^{\bar{q}}, \quad C_m^{\dot{\alpha}} = \frac{b_a}{2V_s} C_{za}^{\bar{\dot{\alpha}}} \quad (6.157)$$

Poniżej pokazane zostaną wyrażenia pozwalające obliczyć pochodne „bezwymiarowe” współczynnika momentu pochylającego.

6.7.1. Wpływ prędkości kątowej pochylania Q

Powstająca w wyniku obrotu samolotu wokół osi bocznej Oy zmiana rozkładu ciśnień na powierzchni płatowca prowadzi do powstania dodatkowych sił, które powodują powstanie dodatkowego momentu pochylającego działającego względem środka masy. Najistotniejszy jest udział usterzenia poziomego. Udział skrzydła i kadłuba jest często pomijany. Niekiedy przyjmuje się, że udział kadłuba we współczynniku C_m^q stanowi 20% udziału usterzenia poziomego.

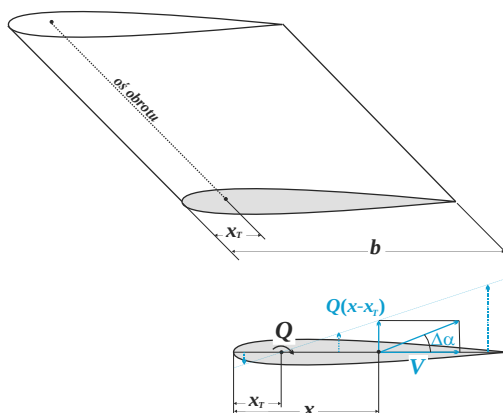
Poniżej przedstawione zostaną wzory pozwalające obliczyć współczynniki dotyczące poszczególnych elementów samolotu.

6.7.1.1. Udział skrzydła – pochodna $C_{m_skrz}^q$

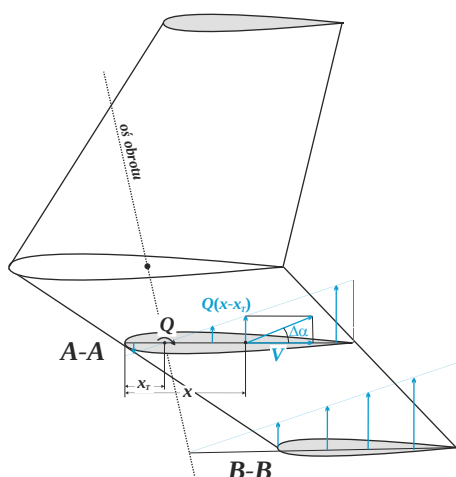
A. Zakres poddźwiękowy

W wyniku obrotu z prędkością kątową pochylania Q zmienia się lokalny opływ profili skrzydła. Pojawia się lokalny przyrost kąt natarcia, którego wartość zależy od współrzędnej x punktu leżącego na cięciwie skrzydła. Wyjaśnia to rys. 6.19 dotyczący skrzydła prostego. Zaznaczono tam położenie osi obrotu x_T . Wartość przyrostu kąta w punkcie o współrzędnej x można obliczyć ze wzoru:

$$\Delta\alpha = \arctan \frac{Q(x - x_T)}{V} \approx \frac{Q(x - x_T)}{V} \quad (6.158)$$



Rys. 6.19. Wpływ prędkości kątowej Q na opływ skrzydła prostokątnego



Rys. 6.20. Wpływ prędkości kątowej Q na opływ skrzydła skośnego

Kąt $\Delta\alpha$ powoduje zmianę opływu profilu i w efekcie zmianę siły nośnej wytwarzanej w poszczególnych przekrojach skrzydła. Jest ona źródłem pojawienia się tłumiącego momentu pochylającego. Ponieważ dla skrzydeł prostych oś obrotu leży w obrębie skrzydła, w pobliżu ognisk aerodynamicznych profili, to zmiana siły nośnej spowodowana prędkością kątową Q i wartość tłumiącego momentu pochylającego są niewielkie. Dla skrzydeł skośnych i trójkątnych moment pochylający jest większy niż dla skrzydła prostego, ponieważ odległość przekroju skrzydła od osi obrotu zmienia się wzdłuż rozpiętości i na końcach skrzydła jest największa. Pokazano to na rys. 6.20. W przekroju $A-A$ opływ jest podobny jak dla skrzydła prostego, tzn. część profilu znajdująca się przed osią obrotu opływana jest od góry, natomiast część za osią opływana jest od dołu. Natomiast profil w przekroju $B-B$ w całości opływany jest od dołu, co zwiększa kąt natarcia w poszczególnych punktach na cięciwie. Takie zmiany kąta natarcia powodują powstanie momentu pochylającego. Ma on charakter tłumiący. Dla skrzydła skośnego jego współczynnik jest równy:

$$C_{m_skrz}^{\bar{q}} = -2 \left[C_{za_skrz}^{\alpha} \left(A + B\lambda \tan \Lambda_{0,25} + C\lambda^2 \tan^2 \Lambda_{0,25} \right) + D \right] \quad (6.159)$$

Poszczególne współczynniki są równe:

$$A = (\bar{x}_0 + \bar{x}_{T_skrz} \bar{b}_a) \left(\bar{x}_0 + \bar{x}_{T_skrz} \bar{b}_a - \frac{3\eta + 1}{4\eta} \right) + \frac{2\eta + 1}{16\eta} \quad (6.160)$$

$$B = \frac{\eta - 1}{\eta + 1} \left(\frac{7\eta^2 + \eta - 2}{144\eta^2} - \frac{\bar{x}_0 + \bar{x}_{T_skrz} \bar{b}_a}{6} \right) \quad (6.161)$$

$$C = \left(\frac{\eta + 2}{12\eta} \right)^2 - \frac{\eta + 2}{24\eta} \bar{b}_a + \frac{\bar{b}_a^2}{12} \quad (6.162)$$

$$D = \frac{\pi}{8} \frac{\eta^2 + \eta + 1}{3\eta^2} \quad (6.163)$$

Wprowadzono tu oznaczenia:

$$\bar{x}_0 = \frac{(\eta + 2)(\eta - 1)}{12\eta(\eta + 1)} \quad (6.164)$$

$$\bar{b}_a = \frac{2}{3} \frac{\eta^2 + \eta + 1}{\eta(\eta + 1)} \quad (6.165)$$

Dla skrzydła prostego mamy $\eta = 1$ i $\Lambda_0 = 0$. Podstawiając te wartości do powyższych wzorów, otrzymuje się:

$$\bar{x}_0 = 0, \quad \bar{b}_a = 1, \quad A = \bar{x}_{T_skrz} (\bar{x}_{T_skrz} - 1) + \frac{3}{16}, \quad B = 0, \quad C = \frac{1}{48}, \quad D = \frac{\pi}{8} \quad (6.166)$$

Współczynnik tłumiącego momentu pochylającego dla skrzydła prostego jest zatem równy:

$$C_{m_skrz}^{\bar{q}} = 2C_{za_skrz}^{\alpha} \left[\bar{x}_{T_skrz} (1 - \bar{x}_{T_skrz}) - \frac{3}{16} \right] - \frac{\pi}{4} \quad (6.167)$$

W literaturze znaleźć można inny wzór określający pochodną $C_{m_skrz}^{\bar{q}}$ w zakresie małych prędkości ($Ma \approx 0.2$):

$$C_{m_skrz}^{\bar{q}} = -a \cdot C_{za_prof}^{\alpha} \cdot \cos \Lambda_{0.25} \left\{ \frac{\lambda \left[0.5(\bar{x}_{F_skrz} - \bar{x}_{T_skrz}) + 2(\bar{x}_{F_skrz} - \bar{x}_{T_skrz})^2 \right]}{\lambda + 2 \cos \Lambda_{0.25}} + \frac{1}{24} \frac{\lambda^3 \tan^2 \Lambda_{0.25}}{\lambda + 6 \cos \Lambda_{0.25}} + \frac{1}{8} \right\} \quad (6.168)$$

gdzie a jest współczynnikiem doświadczalnym zależnym od wydłużenia skrzydła λ . Przyjmuje się, że:

$$a = \begin{cases} 0.7 & \text{dla } 1 < \lambda < 6 \\ 0.9 & \text{dla } 10 < \lambda < 12 \end{cases} \quad (6.169)$$

W zakresie $6 < \lambda < 10$ należy stosować interpolację.

Dla większych liczb Macha zastosowanie ma zależność:

$$C_{m_skrz}^{\bar{q}} = \frac{\frac{\lambda^3 \tan^2 \Lambda_{0.25}}{\lambda \sqrt{1 - Ma^2 \cos^2 \Lambda_{0.25}} + 6 \cos \Lambda_{0.25}} + \frac{3}{\sqrt{1 - Ma^2 \cos^2 \Lambda_{0.25}}}}{\frac{\lambda^3 \tan^2 \Lambda_{0.25}}{\lambda + 6 \cos \Lambda_{0.25}} + 3} (C_{m_skrz}^{\bar{q}})_{Ma \approx 0.2} \quad (6.170)$$

B. Zakres transoniczny

Aby obliczyć pochodną $C_{m_skrz}^{\bar{q}}$ w zakresie prędkości transonicznych, wykorzystuje się następujące wartości tej pochodnej:

- $(C_{m_skrz}^{\bar{q}})_{Ma_{kr}}$ pochodna momentu pochylającego obliczona ze wzoru (6.170) dla krytycznej liczby Macha;
- $(C_{m_skrz}^{\bar{q}})_{Ma=1.2}$ pochodna momentu pochylającego dla zakresu naddźwiękowego (opis w części C) obliczona dla $Ma = 1.2$;
- $(C_{za_skrz}^{\alpha})_{Ma_{kr}}$ pochodna siły nośnej skrzydła obliczona metodą omówioną w podrozdz. 4.1.2 dla krytycznej liczby Macha;
- $(C_{za_skrz}^{\alpha})_{Ma=1.2}$ pochodna siły nośnej skrzydła dla zakresu naddźwiękowego (opis w części C) obliczona dla $Ma = 1.2$.

Zastosowanie ma następujący wzór:

$$C_{m_skrz}^{\bar{q}} = (C_{m_skrz}^{\bar{q}})_{Ma_{kr}} + \frac{(C_{za_skrz}^{\alpha})_{Ma} - (C_{za_skrz}^{\alpha})_{Ma_{kr}}}{(C_{za_skrz}^{\alpha})_{Ma=1.2} - (C_{za_skrz}^{\alpha})_{Ma_{kr}}} \left[(C_{m_skrz}^{\bar{q}})_{Ma=1.2} - (C_{m_skrz}^{\bar{q}})_{Ma_{kr}} \right] \quad (6.171)$$

W obliczeniach można przyjąć, że krytyczną liczbą Macha jest Ma_1 – liczba Macha, przy której pochodna $C_{za_skrz}^{\alpha}$ osiąga wartość maksymalną. Sposób wyznaczenia tej liczby opisano w podrozdz. 4.1.2 (część B).

C. Zakres naddźwiękowy

W zakresie naddźwiękowym pochodną oblicza się z zależności:

$$C_{m_skrz}^{\bar{q}} = (C_{m_skrz}^{\bar{q}})' - \frac{X_{F_skrz} - X_{T_skrz}}{b_a} C_{z_skrz}^{\bar{q}} \quad (6.172)$$

gdzie $C_{z_skrz}^{\bar{q}}$ określa zależność (4.156), natomiast $(C_{m_skrz}^{\bar{q}})'$ oblicza się w sposób zależny od tego, czy krawędź natarcia skrzydła jest poddźwiękowa, czy też naddźwiękowa.

Poddźwiękowa krawędź natarcia

Przy poddźwiękowej krawędzi natarcia ($\sqrt{Ma^2 - 1} \cot \Lambda_0 < 1$)

- dla zbieżności skrzydła $\eta = \infty$:

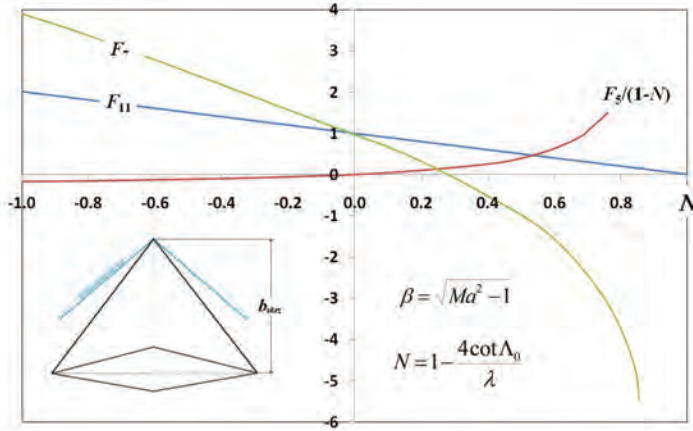
$$(C_{m_skrz}^{\bar{q}})' = -\frac{3}{16}\pi\lambda\left(G \cdot F_7 + \frac{16}{3}E \frac{F_5}{F_{11}}\right) +$$

$$-\frac{\frac{2}{3}b_{skrz} - x_{F_skrz}}{b_a}(C_{za_skrz}^{\bar{q}})' + 2\left(\frac{\frac{2}{3}b_{skrz} - x_{F_skrz}}{b_a}\right)^2 C_{z_skrz}^{\alpha} \quad (6.173)$$

Współczynniki E , G , odczytać można z rys. 4.55.

Współczynniki F_5 , F_7 , F_{11} zależą od geometrii skrzydła. Pokazano je na rys. 6.21.

Pochodną siły normalnej $C_{z_skrz}^{\alpha}$ oblicza się ze wzoru 4.29.



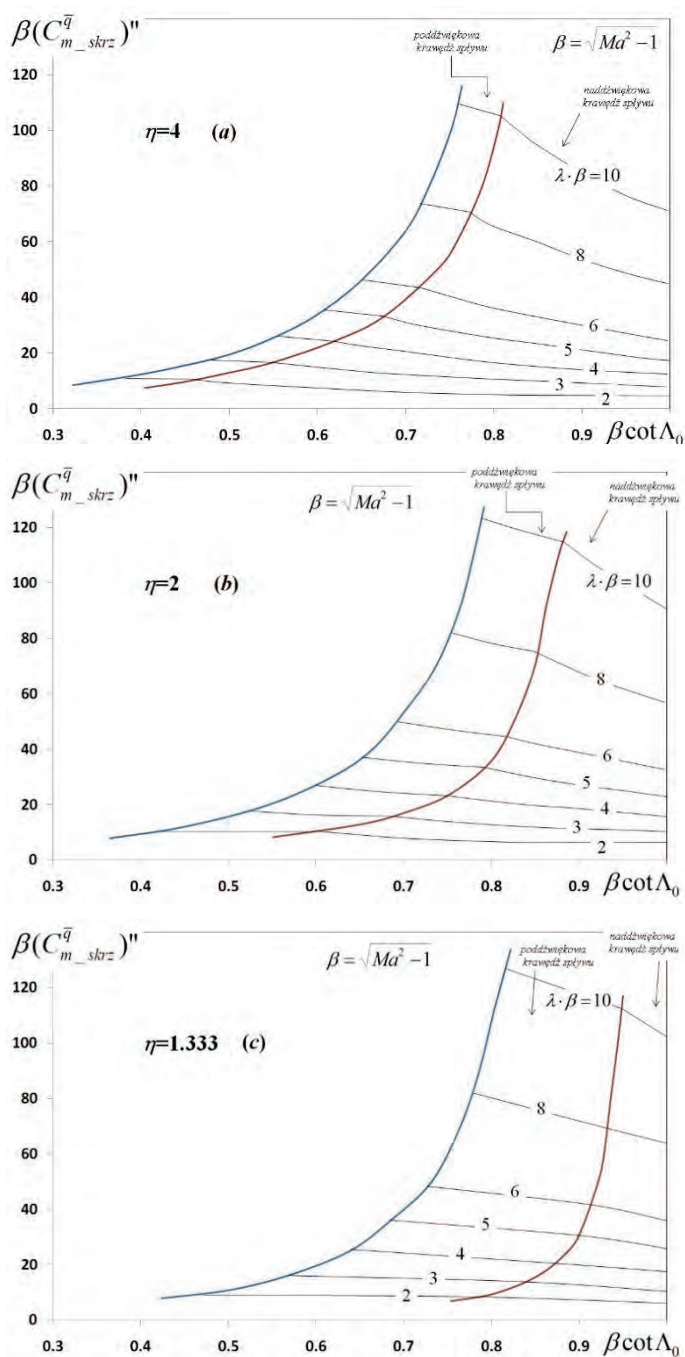
Rys. 6.21. Współczynniki F_5 , F_7 , F_{11}

– dla zbieżności skrzydła $1 \leq \eta \leq 4$:

$$(C_{m_skrz}^{\bar{q}})' = (C_{m_skrz}^{\bar{q}})'' + (\bar{x}_{F_skrz} - \bar{x}_{T_skrz})(C_{z_skrz}^{\bar{q}})'' \quad (6.174)$$

$(C_{m_skrz}^{\bar{q}})''$ można określić wykorzystując rys. 6.22 dotyczący skrzydła o zbieżności η : 4, 2 i 1.333.

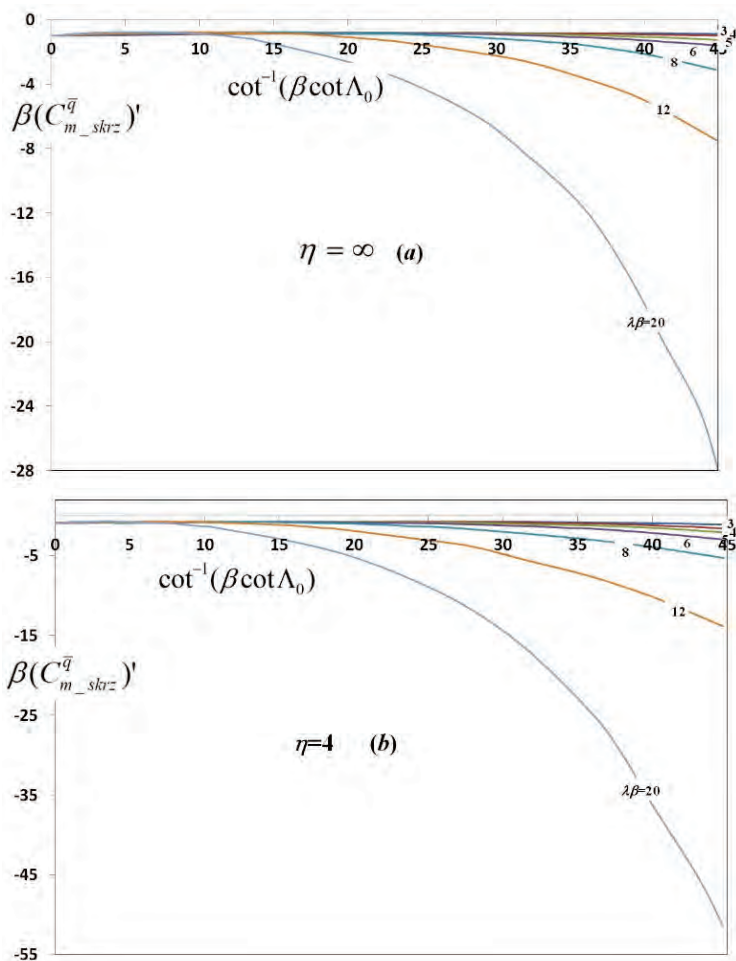
$(C_{z_skrz}^{\bar{q}})''$ otrzymuje się w sposób opisany w podrozdz. 4.5.1.1 na podstawie rys. 4.57.



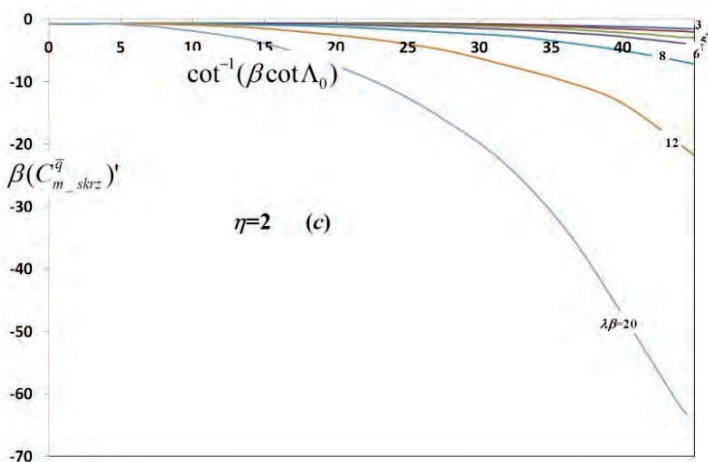
Rys. 6.22. Pochodna $(C_m^{\bar{q}})_{skrz}$ – poddźwiękowa krawędź natarcia

Naddźwiękowa krawędź natarcia

W zakresie naddźwiękowym przy naddźwiękowej krawędzi natarcia ($\sqrt{Ma^2 - 1} \cot \Lambda_0 > 1$) zastosowanie ma wzór (6.172). W tym przypadku wykorzystuje się szereg wykresów otrzymanych w wyniku badań. Na rys. 6.23 pokazano przykładowe przebiegi dla różnych zbieżności skrzydła. Są one poprawne, jeżeli fala uderzeniowa utworzona na wierzchołku skrzydła przecina krawędź spływu skrzydła.



Rys. 6.23. Pochodna $(C_{m_skrz}^q)'$ – naddźwiękowa krawędź natarcia



Rys. 6.23. cd. Pochodna $(C_{m_skrz}^{\bar{q}})'$ – naddźwiękowa krawędź natarcia

Przeliczenie pochodnej

Obliczenia dotyczące skrzydła wykonuje się dla skrzydła „zewnątrznego”. Dlatego pochodne obliczone według wzorów (6.159), (6.168), (6.170)÷(6.172) dają wartość pochodnej względem „bezwymiarowej” prędkości kątowej

$\bar{q}_{zewn} = \frac{qb_{a_zewn}}{2V_s}$. Aby obliczyć pochodną względem prędkości $\bar{q} = \frac{qb_a}{2V_s}$, należy za-

stosować następujące przekształcenie:

$$C_{m_skrz}^{\bar{q}} = C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}} \frac{b_{a_zewn}}{b_a} \quad (6.175)$$

Wykorzystano tu pokazane w rozdz. 4 przekształcenia (4.153), (4.154).

Przykład 6.13

Dla samolotu, którego dane zawiera przykład 1.1, oblicz pochodną $C_{m_skrz}^{\bar{q}}$ dotyczącą skrzydła „zewnątrznego”.

Rozwiązanie:

Zakres poddźwiękowy

Dane do obliczeń:

– z przykładu 1.1:

$$\lambda_{zewn} = 2.78, \quad \eta_{zewn} = 3.63, \quad b_{a_zewn} = 3.04, \quad \bar{x}_{T_skrz_zewn} = \frac{0.46}{3.04} = 0.15, \quad \Lambda_{0.25} = 31^\circ.$$

• **Obliczenia według wzoru (6.159) dla $Ma = 0.6$**

– z przykładu 6.2 (metoda III) mamy: $\bar{x}_{F_skrz_zewn} = 0.252$

– z przykładu 4.16 $C_{za_skrz_zewn}^{\alpha} = 3.4$

Oblicza się:

– ze wzoru (6.164) wielkość pomocniczą $\bar{x}_0$:

$$\bar{x}_0 = \frac{(\eta_{zewn} + 2)(\eta_{zewn} - 1)}{12\eta_{zewn}(\eta_{zewn} + 1)} = \frac{(3.63 + 2)(3.63 - 1)}{12 \cdot 3.63(3.63 + 1)} = 7.34 \cdot 10^{-2} \quad (P6.13.1)$$

– ze wzoru (6.165) wielkość pomocniczą $\bar{b}_a$:

$$\bar{b}_a = \frac{2\eta_{zewn}^2 + \eta_{zewn} + 1}{3\eta_{zewn}(\eta_{zewn} + 1)} = \frac{2 \cdot 3.63^2 + 3.63 + 1}{3 \cdot 3.63 \cdot (3.63 + 1)} = 0.706 \quad (P6.13.2)$$

– ze wzoru (6.160) współczynnik A:

$$\begin{aligned} A &= (\bar{x}_0 + \bar{x}_{T_skrz_zewn} \bar{b}_a) \left(\bar{x}_0 + \bar{x}_{T_skrz_zewn} \bar{b}_a - \frac{3\eta_{zewn} + 1}{4\eta_{zewn}} \right) + \frac{2\eta_{zewn} + 1}{16\eta_{zewn}} = \\ &= (7.34 \cdot 10^{-2} + 0.15 \cdot 0.706) \left(7.34 \cdot 10^{-2} + 0.15 \cdot 0.706 - \frac{3 \cdot 3.63 + 1}{4 \cdot 3.63} \right) + \\ &\quad + \frac{2 \cdot 3.63 + 1}{16 \cdot 3.63} = 2.75 \cdot 10^{-2} \end{aligned} \quad (P6.13.3)$$

– ze wzoru (6.161) współczynnik B:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\eta_{zewn} - 1}{\eta_{zewn} + 1} \left(\frac{7\eta_{zewn}^2 + \eta_{zewn} - 2}{144\eta_{zewn}^2} - \frac{\bar{x}_0 + \bar{x}_{T_skrz_zewn} \bar{b}_a}{6} \right) = \\ &= \frac{3.63 - 1}{3.63 + 1} \left(\frac{7 \cdot 3.63^2 + 3.63 - 2}{144 \cdot 3.63^2} - \frac{7.34 \cdot 10^{-2} + 0.15 \cdot 0.706}{6} \right) = 1.112 \cdot 10^{-2} \end{aligned} \quad (P6.13.4)$$

– ze wzoru (6.162) współczynnik C:

$$\begin{aligned} C &= \left(\frac{\eta_{zewn} + 2}{12\eta_{zewn}} \right)^2 - \frac{\eta_{zewn} + 2}{24\eta_{zewn}} \bar{b}_a + \frac{\bar{b}_a^2}{12} = \\ &= \left(\frac{3.63 + 2}{12 \cdot 3.63} \right)^2 - \frac{3.63 + 2}{24 \cdot 3.63} \cdot 0.706 + \frac{0.706^2}{12} = 1.263 \cdot 10^{-2} \end{aligned} \quad (P6.13.5)$$

- ze wzoru (6.163) współczynnik D :

$$D = \frac{\pi}{8} \frac{\eta_{zewn}^2 + \eta_{zewn} + 1}{3\eta_{zewn}^2} = \frac{3.14}{8} \frac{3.63^2 + 3.63 + 1}{3 \cdot 3.63^2} = 0.177 \quad (P6.13.6)$$

- ze wzoru (6.159) pochodną $C_{m_skrz}^{\bar{q}}$:

$$\begin{aligned} C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}} &= -2 \left[C_{za_skrz}^{\alpha} (A + B \lambda_{zewn} \tan \Lambda_{0.25} + C \lambda_{zewn}^2 \tan^2 \Lambda_{0.25}) + D \right] = \\ &= -2 \left[3.4 \cdot (2.75 \cdot 10^{-2} + 1.112 \cdot 10^{-2} \cdot 2.78 \cdot \tan 31^\circ + \right. \\ &\quad \left. + 1.263 \cdot 10^{-2} \cdot 2.78^2 \tan^2 31^\circ) + 0.177 \right] = -0.907 \end{aligned} \quad (P6.13.7)$$

- ze wzoru (6.175) pochodną $C_{m_skrz}^q$:

$$C_{m_skrz}^{\bar{q}} = C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}} \frac{b_{a_zewn}}{b_a} = -0.907 \frac{3.04}{3.44} = -0.801 \quad (P6.13.8)$$

• **Obliczenia według wzoru (6.170)**

Dane do obliczeń:

- z przykładu 2.8: $C_{za_prof}^{\alpha} = 6.266$,
– z przykładu 6.2 (metoda III) dla $Ma = 0.2$: $\bar{x}_{F_skrz_zewn} = 0.251$.

Ze wzoru (6.168):

$$\begin{aligned} (C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})_{Ma \approx 0.2} &= -a \cdot C_{za_prof}^{\alpha} \cdot \cos \Lambda_{0.25} \cdot \\ &\left\{ \frac{\lambda_{zewn} \left[0.5(\bar{x}_{F_skrz_zewn} - \bar{x}_{T_skrz_zewn}) + 2(\bar{x}_{F_skrz_zewn} - \bar{x}_{T_skrz_zewn})^2 \right]}{\lambda + 2 \cos \Lambda_{0.25}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{24} \frac{\lambda_{zewn}^3 \tan^2 \Lambda_{0.25}}{\lambda_{zewn} + 6 \cos \Lambda_{0.25}} + \frac{1}{8} \right\} = -0.7 \cdot 6.266 \cdot \cos 31^\circ \cdot \\ &\quad \left\{ \frac{2.78 \cdot \left[0.5(0.251 - 0.15) + 2(0.251 - 0.15)^2 \right]}{\lambda_{zewn} + 2 \cos 31^\circ} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{24} \frac{2.78^3 \tan^2 31^\circ}{2.78 + 6 \cos 31^\circ} + \frac{1}{8} \right\} = -0.869 \end{aligned} \quad (P6.13.9)$$

Ze wzoru (6.170) dla $Ma = 0.6$:

$$\begin{aligned}
 C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}} &= \frac{\frac{\lambda_{zewn}^3 \tan^2 \Lambda_{0.25}}{\lambda_{zewn} \sqrt{1 - Ma^2 \cos^2 \Lambda_{0.25}} + 6 \cos \Lambda_{0.25}} + \frac{3}{\sqrt{1 - Ma^2 \cos^2 \Lambda_{0.25}}}}{\frac{\lambda_{zewn}^3 \tan^2 \Lambda_{0.25}}{\lambda_{zewn} + 6 \cos \Lambda_{0.25}} + 3} (C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})_{Ma \approx 0.2} = \\
 &= \frac{\frac{2.78^3 \tan^2 31^\circ}{2.78 \sqrt{1 - 0.6^2 \cos^2 31^\circ} + 6 \cos 31^\circ} + \frac{3}{\sqrt{1 - 0.6^2 \cos^2 31^\circ}}}{\frac{2.78^3 \tan^2 31^\circ}{2.78 + 6 \cdot \cos 31^\circ} + 3} (-0.868) = -1.002
 \end{aligned}
 \tag{P6.13.10}$$

Ze wzoru (6.175) oblicza się pochodną $C_{m_skrz}^q$:

$$C_{m_skrz}^{\bar{q}} = C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}} \frac{b_{a_zewn}}{b_a} = -1.002 \frac{3.04}{3.44} = -0.886 \tag{P6.13.11}$$

Zakres naddźwiękowy

Obliczenia zostaną pokazane dla $Ma = 1.6$.

Oblicza się:

$$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1} = \sqrt{1.6^2 - 1} = 1.249 \tag{P6.13.12}$$

$$\sqrt{Ma^2 - 1} \cot \Lambda_0 = \sqrt{1.6^2 - 1} \cot 40^\circ = 1.488 \tag{P6.13.13}$$

Wynika stąd, że obliczenia należy wykonać dla naddźwiękowej krawędzi natarcia. Stosuje się wzór (6.172) oraz rys. 6.23. Oblicza się:

$$\cot^{-1}(\beta \cot \Lambda_0) = \cot^{-1}(1.249 \cdot \cot 40^\circ) = 0.591 \text{ rad} \quad (33.894^\circ) \tag{P6.13.14}$$

$$\lambda \beta = \lambda \sqrt{Ma^2 - 1} = 2.78 \sqrt{1.6^2 - 1} = 3.472 \tag{P6.13.15}$$

Odczytuje się dla 33.894° :

- Z rys. 6.23 (c) ($\eta = 2$)
 - dla $\lambda \beta = 3$ $\beta(C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})' = -0.852$
 - dla $\lambda \beta = 4$ $\beta(C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})' = -1.0258$

Interpolacja dla $\lambda\beta = 3.472$:

$$\beta(C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})' = -0.852 + \frac{(-1.0258) - (-0.852)}{4 - 3}(3.472 - 3) = -0.934 \quad (P6.13.16)$$

Obliczenie pochodnej:

$$(C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})' = \frac{\beta(C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})'}{\beta} = \frac{0.934}{1.249} = -0.748 \quad (P6.13.17)$$

• Z rys. 6.23 (b) ($\eta = 4$)

– dla $\lambda\beta = 3$ $\beta(C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})' = -0.806$

– dla $\lambda\beta = 4$ $\beta(C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})' = -0.921$

Interpolacja dla $\lambda\beta = 3.472$:

$$\beta(C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})' = -0.806 + \frac{-0.921 - (-0.806)}{4 - 3}(3.472 - 3) = -0.86 \quad (P6.13.18)$$

Obliczenie pochodnej:

$$(C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})' = \frac{\beta(C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})'}{\beta} = \frac{-0.86}{1.249} = -0.688 \quad (P6.13.19)$$

• Interpolacja dla $\eta_{zewn} = 3.63$

$$(C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})' = -0.748 + \frac{-0.688 - (-0.748)}{4 - 2}(3.63 - 2) = -0.7 \quad (P6.13.20)$$

Dla $Ma = 1.6$ obliczono: w przykładzie 4.22 $C_{z_skrz}^{\bar{q}_{zewn}} = 1.81$, w przykładzie 6.3 $\bar{x}_{F_skrz_zewn} = 0.464$. W przykładzie 1.1 obliczono położenie środka masy na średniej cięciwie aerodynamicznej skrzydła „zewnątrznego” $x_{T_skrz_zewn} = 0.46$ m. Stąd względne położenie tego punktu jest równe:

$$\bar{x}_{T_skrz_zewn} = \frac{\bar{x}_{T_skrz_zewn}}{b_{a_zewn}} = \frac{0.46}{3.04} = 0.15 \quad (P6.13.21)$$

Ze wzoru (6.172) otrzymuje się:

$$\begin{aligned} C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}} &= (C_{m_skrz}^q)' - (\bar{x}_{F_skrz_zewn} - \bar{x}_{T_skrz}) C_{z_skrz}^{\bar{q}_{zewn}} = \\ &= -0.7 - (0.464 - 0.15) \cdot 1.81 = -1.269 \end{aligned} \quad (P6.13.22)$$

Ze wzoru (6.175) oblicza się pochodną $C_{m_skrz}^q$:

$$C_{m_skrz}^{\bar{q}} = C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}} \frac{b_{a_zewn}}{b_a} = -1.269 \frac{3.04}{3.44} = -1.121 \quad (P6.13.23)$$

W tabeli poniżej zebrano wyniki dotyczące różnych Macha w zakresie nad-
dźwiękowym.

Ma	1.4	1.6	1.8	2
$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1}$	0.98	1.249	1.497	1.732
$\cot^{-1}(\beta \cot \Lambda_0)$	40.58°	33.89°	29.28°	25.85°
$\lambda \beta$	2.724	3.47	4.16	4.81
$(C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}})'$	-1.025	-0.7	-0.563	-0.396
$\bar{x}_{F_skrz_zewn}$	0.444	0.464	0.476	0.48
$C_{za_skrz}^{\bar{q}_{zewn}}$ przykł.4.21	2.113	1.81	1.598	1.462
$C_{m_skrz}^{\bar{q}_{zewn}}$	-1.647	-1.269	-1.084	-0.878
$C_{m_skrz}^{\bar{q}}$	-1.455	-1.121	-0.958	-0.775

6.7.1.2. Udział kadłuba – pochodna $C_{m_kad}^q$

A, B, C. Zakres poddźwiękowy, transoniczny i naddźwiękowy

Dla kadłuba oblicza się pochodną $C_{m_kad}^{\bar{q}_{kad}}$ odniesioną do bezwymiarowej prędkości kątowej $\bar{q}_{kad} = \frac{q_{kad}^l}{2V_s}$. We wszystkich zakresach prędkości zastosowanie ma następujący wzór:

$$C_{m_kad}^{\bar{q}} = 2 \cdot C_{m_kad}^{\alpha} \left[\frac{\left(1 - \frac{X_{T_kad}}{l_{kad}}\right)^2 - \frac{V_{kad}}{S_{kad_poprz} l_{kad}} \left(\frac{X_{c_kad}}{l_{kad}} - \frac{X_{T_kad}}{l_{kad}}\right)}{\left(1 - \frac{X_{T_kad}}{l_{kad}}\right) - \frac{V_{kad}}{S_{kad_poprz} l_{kad}}} \right] \quad (6.176)$$

gdzie: $C_{m_kad}^{\alpha}$ jest pochodną określoną wzorem (6.74);

l_{kad} jest długością kadłuba;

X_{T_kad} jest odległością środka masy samolotu od noska kadłuba;

X_{c_kad} jest odległością środka objętości od noska kadłuba. Odległość tę oblicza się ze wzoru:

$$X_{c_kad} = \frac{1}{V_{kad}} \int_0^{l_{kad}} S_{kad_x} X dX \quad (6.177)$$

gdzie S_{kad_x} jest polem przekroju poprzecznego kadłuba w odległości X od jego noska.

Przeliczenie pochodnej

Aby obliczyć pochodną względem prędkości $\bar{q} = \frac{q b_a}{2V_s}$ należy zastosować przeliczenie analogiczne do (4.164):

$$C_{m_kad}^{\bar{q}} = C_{m_kad}^{\bar{q}_{kad}} \frac{l_{kad}}{b_a} \quad (6.178)$$

Przykład 6.14

Dla samolotu, którego dane zawiera przykład 1.1, oblicz pochodną $C_{m_kad}^q$ dotyczącą kadłuba.

Rozwiązanie:

Dane:

- z przykładu 1.1: $S_{kad_poprz} = 1.77 \text{ m}^2$, $l_{kad} = 14.1 \text{ m}$, $X_{T_kad} = 7.53 \text{ m}$, $V_{kad} = 18.49 \text{ m}^3$;
- z przykładu 6.6 dla zakresu poddźwiękowego wartości pochodnej $C_{m_kad}^{\alpha} = 0.62$.

Na podstawie rys. P6.6.1 i wzoru (6.177) obliczono $X_{c_kad} = 7.86 \text{ m}$.

Dla zakresu poddźwiękowego ze wzoru (6.176):

$$C_{m_kad}^{\bar{q}} = 2C_{m_kad}^{\alpha} \left[\frac{\left(1 - \frac{X_{T_kad}}{l_{kad}}\right)^2 - \frac{V_{kad}}{S_{kad_poprz} l_{kad}} \left(\frac{X_{c_kad}}{l_{kad}} - \frac{X_{T_kad}}{l_{kad}}\right)}{\left(1 - \frac{X_{T_kad}}{l_{kad}}\right) - \frac{V_{kad}}{S_{kad_poprz} l_{kad}}} \right] = \quad (P6.14.1)$$

$$= 2 \cdot 0.62 \cdot \left[\frac{\left(1 - \frac{7.53}{14.1}\right)^2 - \frac{18.49}{1.77 \cdot 14.1} \left(\frac{7.86}{14.1} - \frac{7.53}{14.1}\right)}{\left(1 - \frac{7.53}{14.1}\right) - \frac{18.49}{1.77 \cdot 14.1}} \right] = -0.9$$

Ze wzoru (6.178):

$$C_{m_kad}^{\bar{q}} = C_{m_kad}^{\bar{q}} \frac{l_{kad}}{b_a} = (-0.9) \frac{14.1}{3.44} = -3.69 \quad (P6.14.2)$$

W tabeli poniżej zebrano wyniki obliczeń dla wartości liczby Macha z zakresu naddźwiękowego:

	<i>Ma</i>			
	1.4	1.6	1.8	2.0
$C_{m_kad}^{\alpha}$ (przykł. 6.6)	0.908	0.895	0.883	0.872
$C_{m_kad}^{\bar{q}_{kad}}$	-1.32	-1.30	-1.283	-1.267
$C_{m_kad}^{\bar{q}}$	-5.409	-5.332	-5.26	-5.19

6.7.1.3. Udział usterzenia poziomego

A, B, C. Zakres poddźwiękowy, transoniczny i naddźwiękowy

Udział usterzenia poziomego w pochodnej momentu pochyłającego C_m^q całego samolotu określony jest przez ostatni składnik we wzorze (6.153), lub – z uwzględnieniem interferencji – w (6.155). Zależność tego składnika od liczby Macha wynika z zależności od tej liczby pochodnej $C_{za_H}^{\alpha_H}$, od której zależy z kolei

$$C_{za_H}^q \cdot$$

Przykład 6.15

Dla samolotu, którego dane zawiera przykład 1.1, oblicz pochodną C_m^q dotyczącą całego samolotu.

Rozwiązanie:

Obliczenia dla $Ma = 0.6$ i kąta natarcia $\alpha = 0^\circ$:

Dane geometryczne zawarto w przykładzie 1.1. Pozostałe dane:

- z przykładu 4.16 $K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz} = 1.355$
- z przykładu 6.13 $C_{m_skrz}^q = -0.95$
- z przykładu 6.14 $C_{m_kad}^q = -3.69$
- z przykładu 4.16 $f_{S^*_H/kad} = (K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H_zewn}}{S_H} = 0.896$
- z przykładu 4.15 $k_H = 0.774$
- z przykładu 4.24 $C_{za_H}^q = 7.654$

Ze wzoru (6.155) oblicza się:

$$\begin{aligned}
 C_m^q = & (K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz}) \frac{S_{zewn}}{S} \frac{b_{a_zewn}}{b_a} C_{m_skrz}^q + \frac{S_{kad_poprz}}{S} \frac{l_{kad}}{b_a} C_{m_kad}^q + \\
 & -(K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H_zewn}}{S} \frac{L_H}{b_a} k_H C_{za_H}^q = 1.355 \cdot \frac{21}{28} \cdot \frac{3.04}{3.44} (-0.95) + \\
 & + \frac{1.77}{28} \cdot \frac{14.1}{3.44} (-3.69) - 0.896 \cdot \frac{12.25}{28} \cdot \frac{4.02}{3.44} \cdot 0.774 \cdot 7.654 = -4.523
 \end{aligned} \quad (P6.15.1)$$

Wykorzystano tu przekształcenie:

$$(K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H_zewn}}{S} = (K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H_zewn}}{S_H} \frac{S_H}{S} = f_{S^*_H/kad} \frac{S_H}{S} \quad (P6.15.2)$$

Wyniki obliczeń w całym zakresie liczb Macha zawiera tabela.

Ma	0.2			0.6			1.4		
$K_{skrz / kad} + K_{kad / skrz}$	1.355			1.355			1.359		
$C_{m_skrz}^{\bar{q}}$	-0.824			-0.95			-1.455		
$C_{m_kad}^q$	-3.690			-3.690			-5.409		
$(K_{H / kad} + K_{kad / H}) \frac{S_{H_avon}}{S_H}$	0.896			0.896			0.99		
α [deg]	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$	C_m^q	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$	C_m^q	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$	C_m^q
0	0.770	7.293	-4.268	0.774	7.654	-4.523	0.615	8.729	-5.429
2	0.749	7.394	-4.233	0.751	7.770	-4.482	0.603	8.816	-5.403
4	0.761	7.336	-4.253	0.754	7.755	-4.488	0.615	8.729	-5.429
6	0.803	7.141	-4.323	0.783	7.610	-4.539	0.650	8.491	-5.506
8	0.864	6.885	-4.421	0.831	7.387	-4.621	0.704	8.159	-5.619
10	0.928	6.643	-4.520	0.889	7.142	-4.718	0.770	7.801	-5.753
12	0.978	6.471	-4.595	0.943	6.934	-4.805	0.841	7.465	-5.890
14	1.000	6.399	-4.628	0.983	6.791	-4.868	0.906	7.192	-6.010
16	1.000	6.399	-4.628	1.000	6.734	-4.894	0.958	6.994	-6.103

Ma	1.6			1.8			2		
$K_{skrz / kad} + K_{kad / skrz}$	1.334			1.325			1.319		
$C_{m_skrz}^{\bar{q}}$	-1.121			-0.958			-0.775		
$C_{m_kad}^q$	-5.332			-5.260			-5.790		
$(K_{H / kad} + K_{kad / H}) \frac{S_{H_avon}}{S_H}$	0.963			0.943			0.94		
α [deg]	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$	C_m^q	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$	C_m^q	k_H	$C_{za_H}^{\bar{q}}$	C_m^q
0	0.627	7.674	-4.742	0.634	6.857	-4.300	0.639	6.210	-4.085
2	0.618	7.730	-4.725	0.629	6.884	-4.292	0.638	6.215	-4.083
4	0.643	7.578	-4.772	0.664	6.700	-4.349	0.682	6.011	-4.148
6	0.697	7.279	-4.871	0.732	6.381	-4.456	0.761	5.691	-4.259
8	0.770	6.925	-4.998	0.818	6.037	-4.585	0.855	5.369	-4.384
10	0.851	6.587	-5.133	0.903	5.745	-4.706	0.938	5.126	-4.488
12	0.924	6.322	-5.249	0.968	5.549	-4.794	0.990	4.989	-4.552
14	0.977	6.148	-5.330	0.999	5.462	-4.835	1.000	4.964	-4.563
16	1.000	6.077	-5.365	1.000	5.460	-4.836	1.000	4.964	-4.563

6.7.2. Wpływ prędkości zmiany kąta natarcia $\dot{\alpha}$

Zgodnie ze wzorem (6.154) lub (6.156) udział w pochodnej $\bar{C}_m^{\dot{\alpha}}$ ma skrzydło, kadłub i usterzenie poziome. Ponieważ udział skrzydła jest niewielki, jest on najczęściej pomijany. Dodatkowo, jedynie dla skrzydła trójkątnego dostępne są analityczne wyrażenia określające ten wpływ.

6.7.2.1. Udział skrzydła – pochodna $\bar{C}_{m_skrz}^{\dot{\alpha}}$

A. Zakres poddźwiękowy

Dla skrzydła trójkątnego pochodną $\bar{C}_{m_skrz}^{\dot{\alpha}}$ oblicza się ze wzoru:

$$\bar{C}_{m_skrz}^{\dot{\alpha}} = \frac{x_{b_a} + x_{T_skrz}}{b_a} \bar{C}_{za_skrz}^{\dot{\alpha}} + \bar{C}_{m_skrz}^{\dot{\alpha}} \quad (6.179)$$

gdzie:

$x_{b_a} + x_{T_skrz}$ – odległość od wierzchołka skrzydła do środka masy (rys. P1.1.7);

$\bar{C}_{za_skrz}^{\dot{\alpha}}$ – pochodna opisana w podrozdz. 4.5.2.1;

$\bar{C}_{m_skrz}^{\dot{\alpha}}$ – pochodna współczynnika momentu względem wierzchołka skrzydła.

Pochodną $\bar{C}_{m_skrz}^{\dot{\alpha}}$ dla skrzydła trójkątnego oblicza się ze wzoru:

$$\bar{C}_{m_skrz}^{\dot{\alpha}} = -\frac{81}{32} \left(\frac{x_{F_skrz}^*}{b_0} \right)^2 \bar{C}_{za_skrz}^{\alpha} + \frac{9}{2} C_{m0_g} \quad (6.180)$$

Wzór ten jest poprawny, jeżeli spełniony jest warunek $0 < \lambda \sqrt{1 - Ma^2} < 4$.

$\bar{C}_{za_skrz}^{\alpha}$ – pochodna opisana w podrozdz. 4.1.2;

$\frac{x_{F_skrz}^*}{b_0}$ – odległość ogniska aerodynamicznego od wierzchołka skrzydła od-

niesiona do cięciwy środkowej – wzór (6.48) lub Metoda III w podrozdz. 6.2.2;

C_{m0_g} – współczynnik korekcyjny, który można obliczyć ze wzoru:

$$C_{m0_g} = \frac{\pi \lambda}{2(1 - Ma^2)} (-2.80052 \cdot 10^{-4} x^5 + 3.56695 \cdot 10^{-3} x^4 - 1.68319 \cdot 10^{-2} x^3 + 3.11359 \cdot 10^{-2} x^2 + 7.64782 \cdot 10^{-3} x - 6.38162 \cdot 10^{-4}) \quad (6.181)$$

gdzie $x = \lambda \sqrt{1 - Ma^2}$.

B. Zakres transoniczny

Dla skrzydeł trójkątnych wzór (6.179) można stosować w zakresie liczb Macha $Ma_{kr} < Ma < 1$.

C. Zakres naddźwiękowy

W zakresie naddźwiękowym zastosowanie ma wzór (6.179). Inaczej jednak oblicza się składnik $C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}}$. Sposób obliczeń zależy od rodzaju krawędzi natarcia skrzydła.

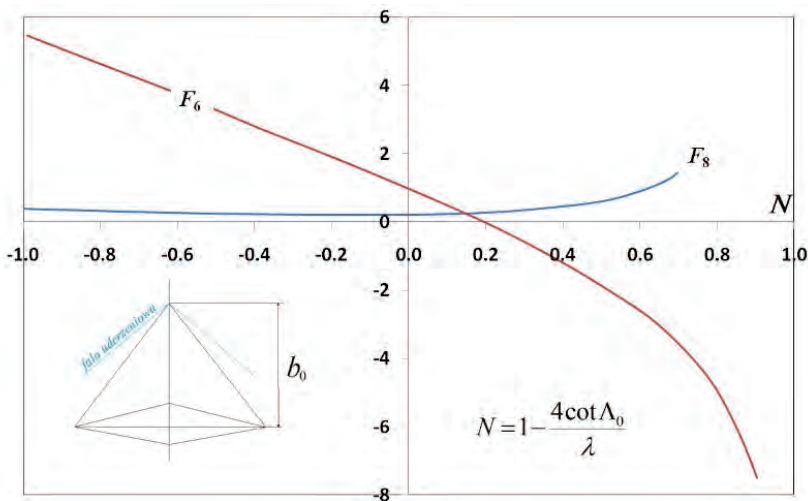
W zakresie naddźwiękowym **przy poddźwiękowej krawędzi natarcia** ($\sqrt{Ma^2 - 1} \cot \Lambda_0 < 1$) zastosowanie mają następujące zależności:

– dla zbieżności skrzydła $\eta = \infty$:

$$C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}} = \frac{3\pi\lambda Ma^2}{16\beta^2} \left(G \cdot F_7 + \frac{16}{3} E + \frac{F_5}{F_{11}} \right) + \frac{16\lambda Ma^2}{9\beta^2} EF_8 + \frac{\pi\lambda}{16\beta^2} EF_6 - \frac{2}{3} \frac{b_0}{b_a} C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}} \quad (6.182)$$

Poszczególne współczynniki pokazano na rysunkach:

- E, G – na rys. 4.58;
- F_5, F_7, F_{11} – na rys. 6.21;
- F_6, F_8 – na rys. 6.24;
- b_0 – cięciwa środkowa skrzydła trójkątnego, na rys. 6.21.

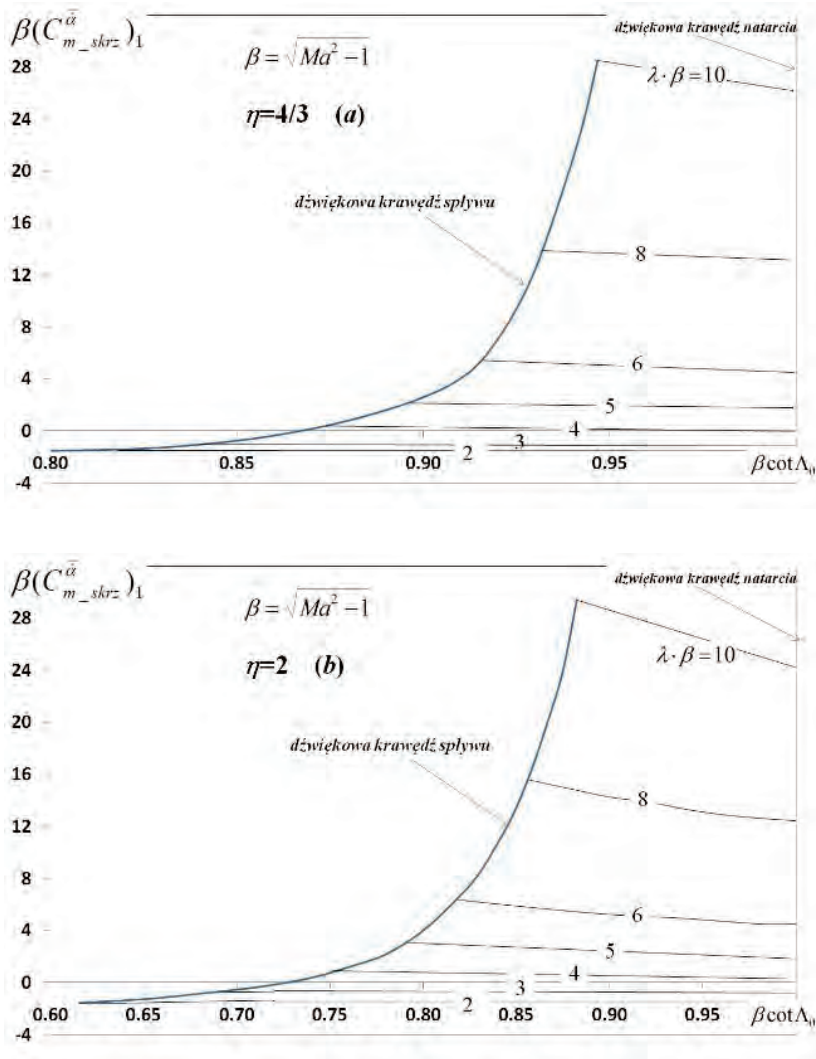


Rys. 6.24. Współczynniki F_6 i F_8

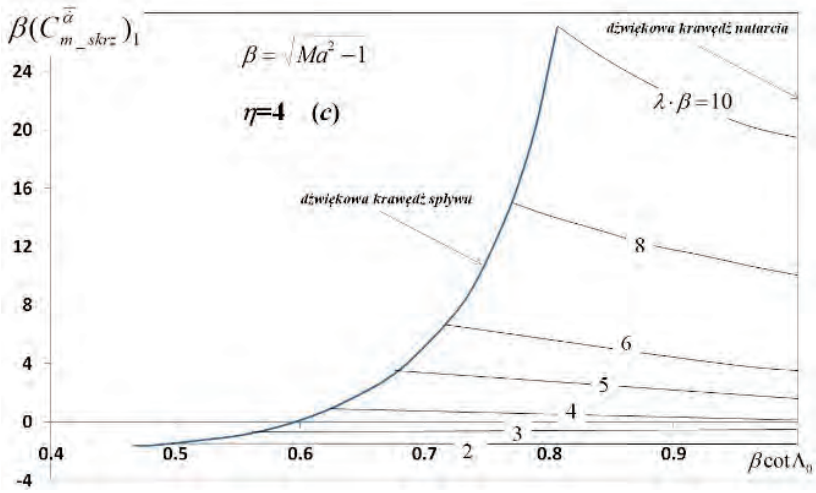
– dla zbieżności skrzydła $1 \leq \eta \leq 4$:

$$C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}} = \frac{Ma^2}{\beta^2} (C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}})_1 - \frac{1}{\beta^2} (C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}})_2 \quad (6.183)$$

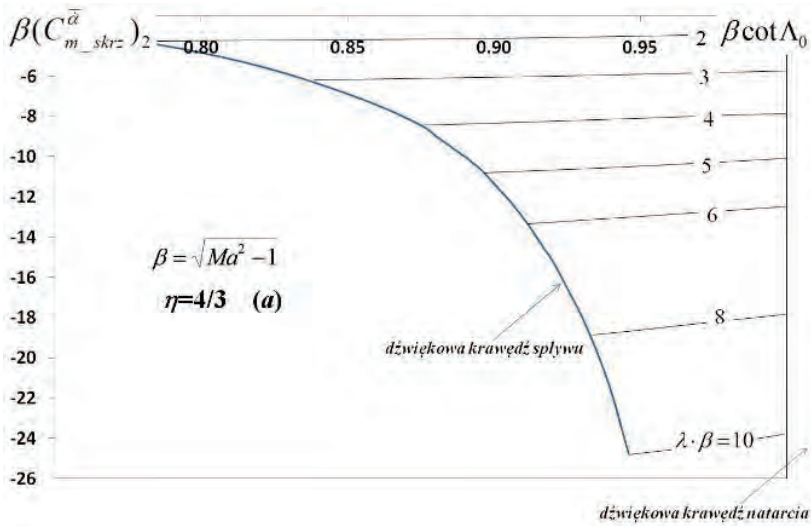
Składniki $(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}})_1$ i $(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}})_2$ zależą od zbieżności skrzydła. Na rys. 6.25 i 6.26 pokazano je dla $\eta = 4/3, 2$ i 4.



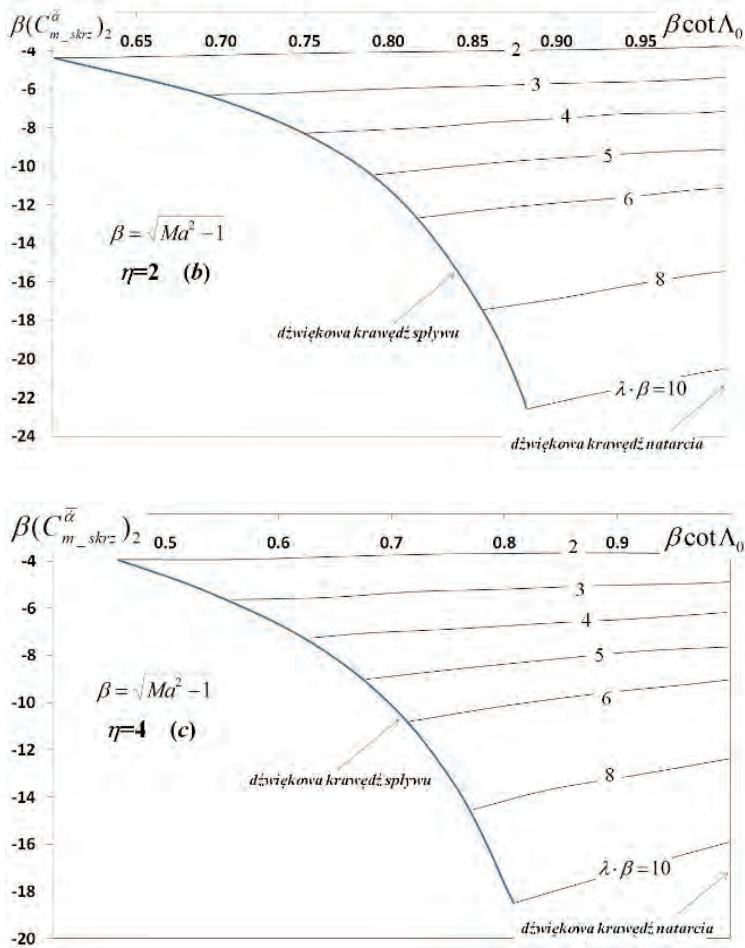
Rys. 6.25. Pochodna $(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}})_1$ – poddźwiękowa krawędź natarcia



Rys. 6.25. cd. Pochodna $(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}})_1$ – poddźwiękowa krawędź natarcia



Rys. 6.26. Pochodna $(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}})_2$ – poddźwiękowa krawędź natarcia

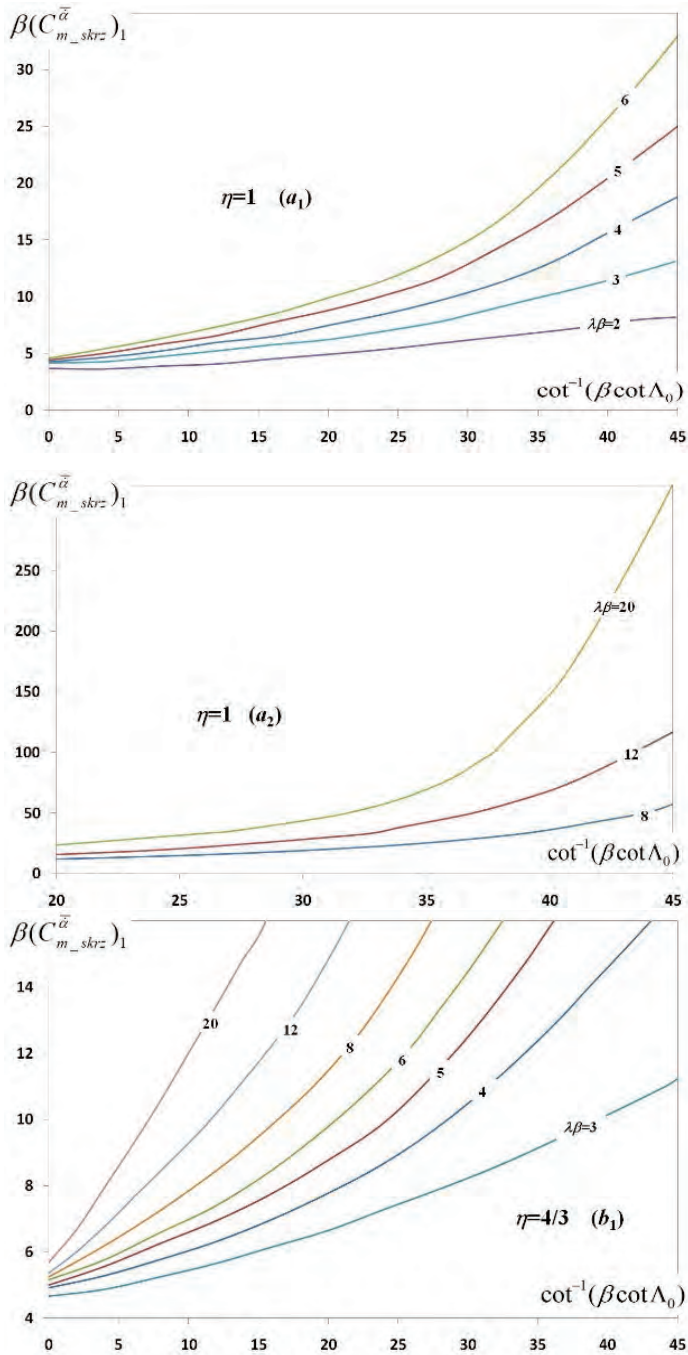


Rys. 6.26. cd. Pochodna $(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}})_2$ – poddźwiękowa krawędź natarcia

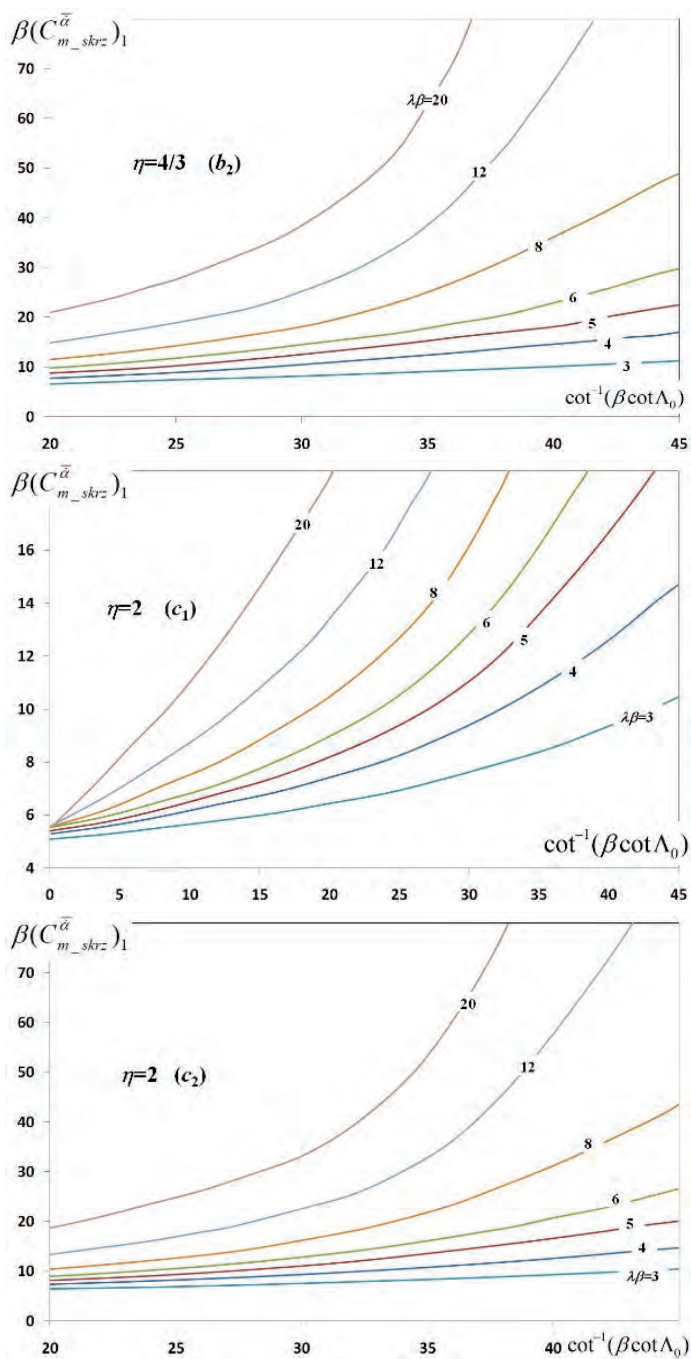
W zakresie naddźwiękowym przy naddźwiękowej krawędzi natarcia ($\sqrt{Ma^2 - 1} \cot \Lambda_0 > 1$) zastosowanie ma wzór:

$$C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}} = \frac{Ma^2}{\beta^2} (C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}})_1 + \left(\frac{Ma^2}{\beta^2} + 1 \right) (C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}})_2 \quad (6.184)$$

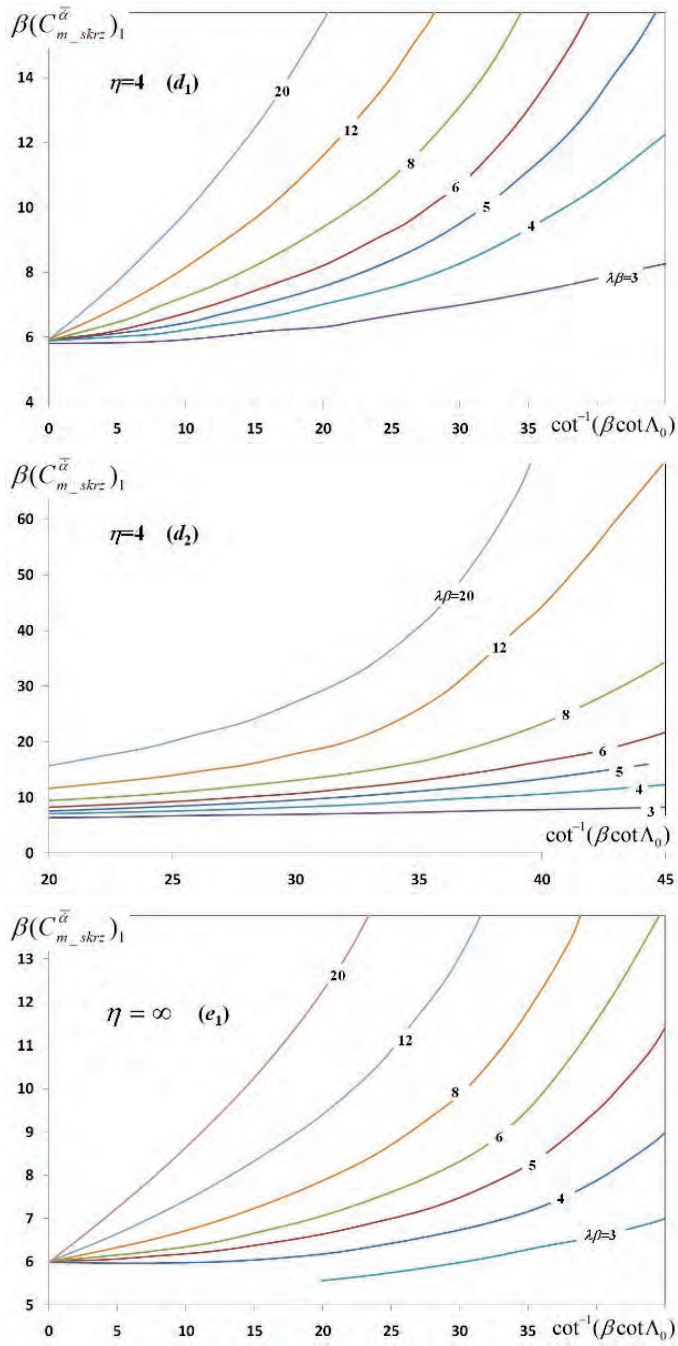
W tym przypadku wykorzystuje się szereg wykresów otrzymanych w wyniku badań. Na rys. 6.27 i 6.28 pokazano przykładowe przebiegi dla skrzydła o różnej zbieżności. Są one poprawne, jeżeli fala uderzeniowa utworzona na wierzchołku skrzydła przecina krawędź spływu.



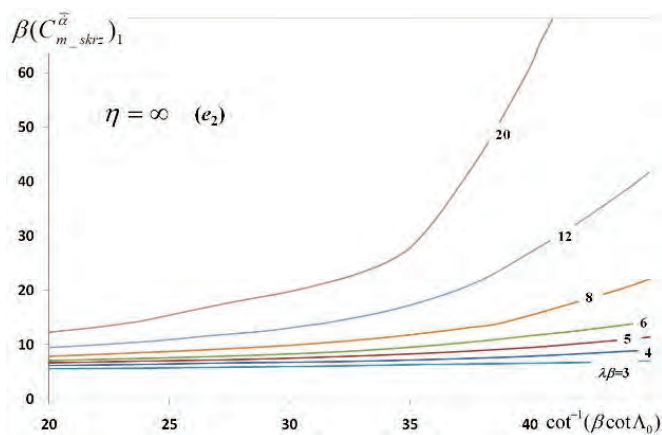
Rys. 6.27. Pochodna $(C_{m_skrz}^{\tilde{\alpha}})_1$ – naddźwiękowa krawędź natarcia



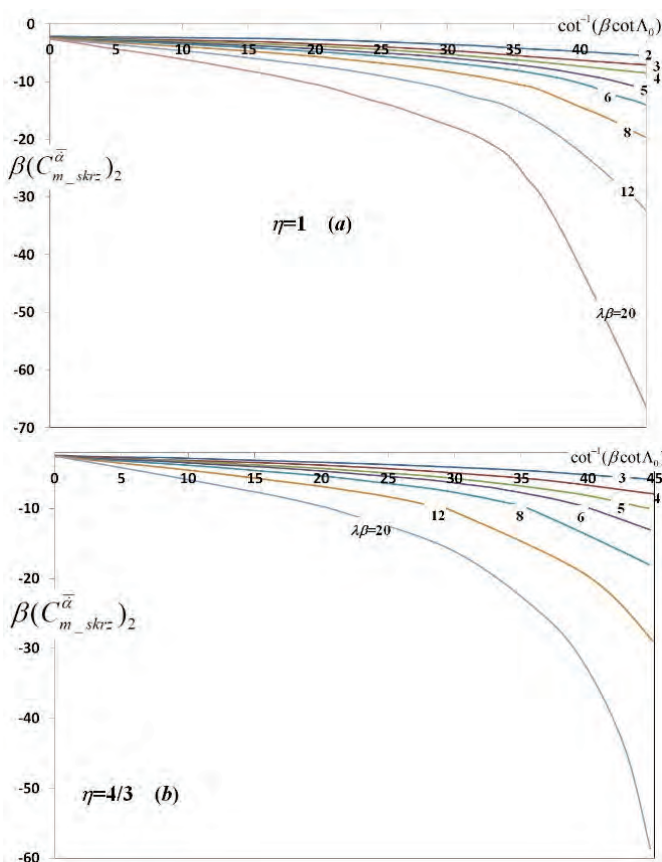
Rys. 6.27. cd. Pochodna $(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}})_1$ – naddźwiękowa krawędź natarcia



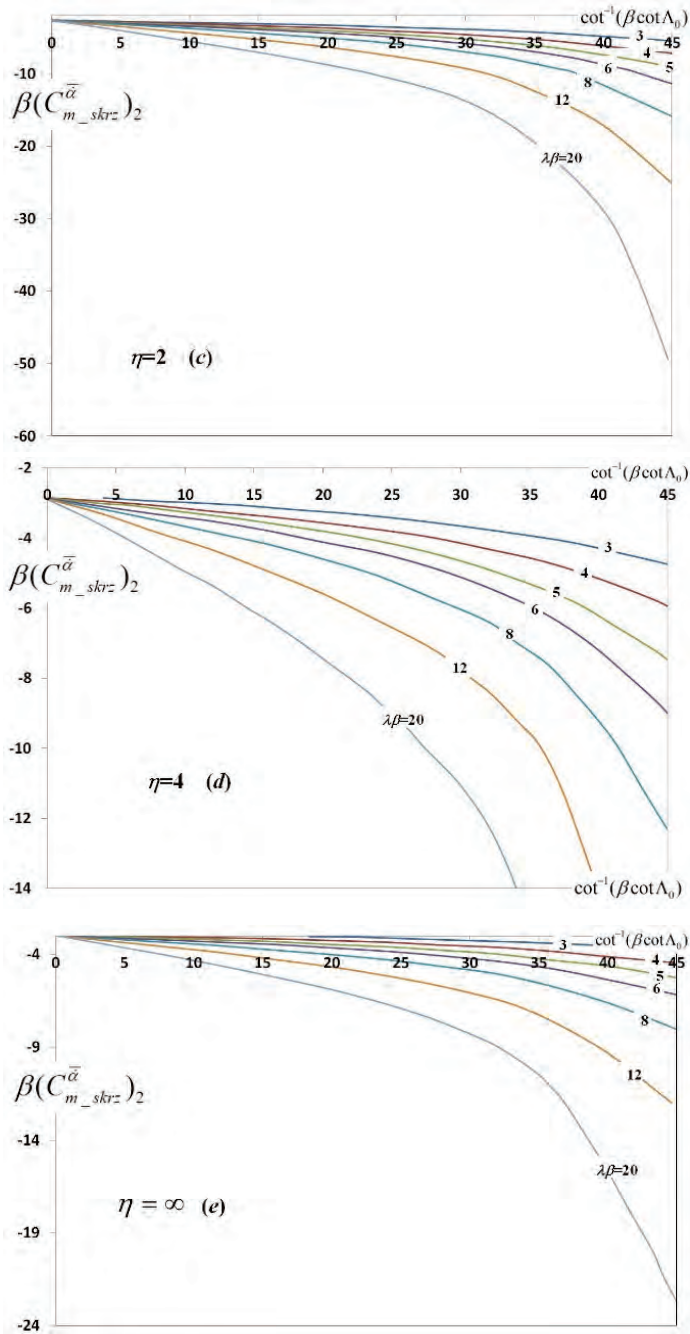
Rys. 6.27. cd. Pochodna $(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}})_1$ – naddźwiękowa krawędź natarcia



Rys. 6.27. cd. Pochodna $(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}})_1$ – naddźwiękowa krawędź natarcia



Rys. 6.28. Pochodna $(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}})_2$ – naddźwiękowa krawędź natarcia



Rys. 6.28. cd. Pochodna $(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}})_2$ – naddźwiękowa krawędź natarcia

Przeliczenie pochodnej

Podobnie jak w przypadku prędkości kątowej pochylenia q również obliczanie pochodnej względem $\dot{\alpha}$ wykonuje się dla skrzydła „zewnątrznego”. Dlatego pochodne obliczone według wzoru (6.179) dają wartość pochodnej względem

„bezwymiarowej” prędkości kątowej $\bar{\alpha}_{zewn} = \frac{\dot{\alpha} b_{a_zewn}}{2V_s}$. Aby obliczyć poszukiwaną

pochodną względem prędkości $\bar{\alpha} = \frac{\dot{\alpha} b}{2V_s}$, należy zastosować przeliczenie analogiczne do (4.174):

$$C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}} = C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}} \frac{b_{a_zewn}}{b_a} \quad (6.185)$$

Przykład 6.16

Dla samolotu, którego dane zawiera przykład 1.1, oblicz pochodną $C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}}$ dotyczącą skrzydła „zewnątrznego”.

Rozwiązanie:

Zakres poddźwiękowy

Dla zakresu poddźwiękowego obliczenia mają charakter poglądowy, ponieważ skrzydło samolotu nie jest trójkątne. Obliczenia zostaną pokazane dla $Ma = 0.6$.

W obliczeniach wykorzystano następujące dane:

– z przykładu 1.1 $X_{b_{a_zewn}} + X_{T_skrz_zewn} = 1.76 \text{ m}$

– z przykładu 4.16 $C_{za_skrz_zewn}^{\alpha} = 3.4$

– z przykładu 6.2 $\frac{X_{F_{skrz_zewn}^*}}{b_{0_zewn}} = 0.48$

– z przykładu 4.26 $C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}} = 0.5$

Oblicza się:

$$x = \lambda \sqrt{Ma^2 - 1} = 2.78 \sqrt{1 - 0.6^2} = 2.224 \quad (P6.16.1)$$

- ze wzoru (6.181):

$$\begin{aligned}
C_{m0_g} &= \frac{\pi \lambda_{zewn}}{2(1 - Ma^2)} (-2.80052 \cdot 10^{-4} x^5 + \\
&\quad + 3.56695 \cdot 10^{-3} x^4 - 1.68319 \cdot 10^{-2} x^3 + \\
&\quad + 3.11359 \cdot 10^{-2} x^2 + 7.64782 \cdot 10^{-3} x - 6.38162 \cdot 10^{-4}) = \\
&= \frac{\pi \cdot 2.78}{2(1 - 0.6^2)} (-2.80052 \cdot 10^{-4} \cdot 2.224^5 + 3.56695 \cdot 10^{-3} \cdot 2.224^4 + \\
&\quad - 1.68319 \cdot 10^{-2} \cdot 2.224^3 + 3.11359 \cdot 10^{-2} \cdot 2.224^2 + \\
&\quad + 7.64782 \cdot 10^{-3} \cdot 2.224 - 6.38162 \cdot 10^{-4}) = 0.39
\end{aligned} \tag{P6.16.2}$$

- ze wzoru (6.180):

$$\begin{aligned}
C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}} &= -\frac{81}{32} \left(\frac{x_{F_skrz_zewn}}{b_{0_zewn}} \right)^2 C_{za_skrz}^{\alpha} + \frac{9}{2} C_{m0_g} = \\
&= -\frac{81}{32} 0.48^2 \cdot 3.4 + \frac{9}{2} 0.39 = -0.226
\end{aligned} \tag{P6.16.3}$$

- ze wzoru (6.179):

$$\begin{aligned}
C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}} &= \frac{x_{b_{a_zewn}} + x_{T_skrz_zewn}}{b_{a_zewn}} C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}} + \\
&+ C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}} = \frac{1.76}{3.04} \cdot 0.5 + (-0.226) = 6.692 \cdot 10^{-2}
\end{aligned} \tag{P6.16.4}$$

- ze wzoru (6.185):

$$C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}} = C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}} \frac{b_{a_zewn}}{b_a} = 6.692 \cdot 10^{-2} \frac{3.04}{3.44} = 5.914 \cdot 10^{-2} \tag{P6.16.5}$$

Zakres naddźwiękowy

Obliczenia zostaną pokazane dla $Ma = 1.6$.

Z przykładu 4.26 mamy: $C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}} = -1.8$

Oblicza się:

$$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1} = \sqrt{1.6^2 - 1} = 1.249 \tag{P6.16.6}$$

$$\sqrt{Ma^2 - 1} \cot \Lambda_0 = \sqrt{1.6^2 - 1} \cot 40^\circ = 1.488 > 1 \tag{P6.16.7}$$

Wynika stąd, że obliczenia dotyczyć powinny naddźwiękowej krawędzi natarcia. Stosuje się wzory (6.179) i (6.184) oraz rys. 6.27 i 6.28. Oblicza się:

$$\cot^{-1}(\beta \cot \Lambda_0) = \cot^{-1}(1.249 \cdot \cot 40^\circ) = 0.591 \text{ rad} \quad (33.894^\circ) \quad (\text{P6.16.8})$$

$$\lambda\beta = \lambda\sqrt{Ma^2 - 1} = 2.78\sqrt{1.6^2 - 1} = 3.472 \quad (\text{P6.16.9})$$

• Pochodna $(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1$

– dla $\eta = 2$

Z rys. 6.27 (c) odczytuje się dla 33.894° :

– dla $\lambda\beta = 3$ $\beta(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1 = 8.225$

– dla $\lambda\beta = 4$ $\beta(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1 = 10.504$

Interpolacja dla $\lambda\beta = 3.472$:

$$\beta(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1 = 8.225 + \frac{10.504 - 8.225}{4 - 3}(3.472 - 3) = 9.301 \quad (\text{P6.16.10})$$

Obliczenie pochodnej $(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1$:

$$(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1 = \frac{\beta(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1}{\beta} = \frac{9.301}{1.249} = 7.447 \quad (\text{P6.16.11})$$

– dla $\eta = 4$

Z rys. 6.27 (d) odczytuje się dla 33.894° :

– dla $\lambda\beta = 3$ $\beta(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1 = 7.257$

– dla $\lambda\beta = 4$ $\beta(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1 = 9.088$

Interpolacja dla $\lambda\beta = 3.472$:

$$\beta(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1 = 7.257 + \frac{9.088 - 7.257}{4 - 3}(3.472 - 3) = 8.122 \quad (\text{P6.16.12})$$

Obliczenie pochodnej $(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1$:

$$(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1 = \frac{\beta(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1}{\beta} = \frac{8.122}{1.249} = 6.502 \quad (\text{P6.16.13})$$

Interpolacja dla $\eta_{zewn} = 3.63$

$$(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1 = 7.447 + \frac{6.502 - 7.447}{4 - 2}(3.63 - 2) = 6.677 \quad (P6.16.14)$$

• Pochodna $(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2$

– dla $\eta = 2$

Z rys. 6.28 (c) odczytuje się dla 33.894° :

– dla $\lambda\beta = 3$ $\beta(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2 = -4.191$

– dla $\lambda\beta = 4$ $\beta(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2 = -5.10$

Interpolacja dla $\lambda\beta = 3.472$:

$$\beta(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2 = (-4.191) + \frac{(-5.1) - (-4.191)}{4 - 3}(3.472 - 3) = -4.62 \quad (P6.16.15)$$

Obliczenie pochodnej $(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2$:

$$(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2 = \frac{\beta(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2}{\beta} = \frac{-4.62}{1.249} = -3.7 \quad (P6.16.16)$$

– dla $\eta = 4$

Z rys. 6.28 (d) odczytuje się dla 33.894° :

– dla $\lambda\beta = 3$ $\beta(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2 = -3.871$

– dla $\lambda\beta = 4$ $\beta(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2 = -4.482$

Interpolacja dla $\lambda\beta = 3.742$:

$$\beta(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2 = (-3.871) + \frac{(-4.482) - (-3.871)}{4 - 3}(3.742 - 3) = -4.159 \quad (P6.16.17)$$

Obliczenie pochodnej $(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2$:

$$(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2 = \frac{\beta(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2}{\beta} = \frac{-4.159}{1.249} = -3.33 \quad (P6.16.18)$$

Interpolacja dla $\eta_{zewn} = 3.63$

$$(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2 = (-3.7) + \frac{(-3.33) - (-3.7)}{4 - 2}(3.63 - 2) = -3.4 \quad (P6.16.19)$$

Obliczenie pochodnej $C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}}$ " ze wzoru (6.184):

$$\begin{aligned} C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}} &= \frac{Ma^2}{\beta^2} (C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}})_1 + \left(\frac{Ma^2}{\beta^2} + 1 \right) (C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}})_2 = \\ &= \frac{1.6^2}{1.249^2} 6.677 + \left(\frac{1.6^2}{1.249^2} + 1 \right) (-3.4) = 1.982 \end{aligned} \quad (P6.16.20)$$

Obliczenie pochodnej $C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}}$ ze wzoru (6.179):

$$\begin{aligned} C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}} &= \frac{x_{b_zewn} + x_{T_skrz_zewn}}{b_{a_zewn}} C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}} + C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}} = \\ &= \frac{1.76}{3.04} \cdot (-1.8) + 1.982 = 0.94 \end{aligned} \quad (P6.16.21)$$

Obliczenie pochodnej $C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}}$ ze wzoru (6.185):

$$C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}} = C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}} \frac{b_{a_zewn}}{b_a} = 0.94 \frac{3.04}{3.44} = 0.83 \quad (P6.16.22)$$

W tabeli poniżej zebrano wyniki dotyczące różnych wartości liczby Macha w zakresie naddźwiękowym.

Ma	1.4	1.6	1.8	2
$\beta = \sqrt{Ma^2 - 1}$	0.98	1.249	1.497	1.732
$\cot^{-1}(\beta \cot \Lambda_0)$	40.58°	33.89°	29.28°	25.85°
$\lambda \beta$	2.939	3.747	4.49	5.196
$(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_1$	8.33	6.677	5.718	5.04
$(C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}})_2$	-4.544	-3.4	-2.847	-2.54
$C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}}$ "	3.185	1.982	1.306	0.964
$C_{za_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}}$ przykł. 4.25	-3.55	-1.8	-1.138	-0.752
$C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}_{zewn}}$	1.129	0.94	0.647	0.529
$C_{m_skrz}^{\bar{\alpha}}$	0.998	0.83	0.572	0.467

6.7.2.2. Udział kadłuba – pochodna $C_{m_kad}^{\dot{\alpha}}$

A, B, C. Zakres poddźwiękowy, transoniczny i naddźwiękowy

Dla kadłuba oblicza się pochodną $C_{m_kad}^{\ddot{\alpha}}$ odniesioną do bezwymiarowej prędkości kątowej $\ddot{\alpha}_{kad} = \frac{\dot{\alpha} l_{kad}}{2V_s}$. We wszystkich zakresach prędkości zastosowanie ma następujący wzór:

$$C_{m_kad}^{\ddot{\alpha}} = 2 \cdot C_{m_kad}^{\alpha} \left[\frac{\frac{V_{kad}}{S_{kad_poprz} l_{kad}} \left(\frac{X_{c_kad}}{l_{kad}} - \frac{X_{T_kad}}{l_{kad}} \right)}{\left(1 - \frac{X_{T_kad}}{l_{kad}} \right) - \frac{V_{kad}}{S_{kad_poprz} l_{kad}}} \right] \quad (6.186)$$

gdzie:

$C_{m_kad}^{\alpha}$ jest pochodną określoną wzorem (6.75);

l_{kad} jest długością kadłuba;

X_{T_kad} jest odległością środka masy samolotu od noska kadłuba;

X_{c_kad} jest odległością środka ciężkości od noska kadłuba. Odległość tę oblicza się ze wzoru: (6.177).

Przeliczenie pochodnej

Aby obliczyć pochodną względem prędkości $\ddot{\alpha} = \frac{\dot{\alpha} b_a}{2V_s}$, należy zastosować przeliczenia analogiczne do (4.177) i (4.178):

$$C_{m_kad}^{\ddot{\alpha}} = C_{m_kad}^{\ddot{\alpha}_{kad}} \frac{l_{kad}}{b_a} \quad (6.187)$$

Przykład 6.17

Dla samolotu, którego dane zawiera przykład 1.1, oblicz pochodną $C_{m_kad}^{\dot{\alpha}}$ dotyczącą kadłuba.

Rozwiązanie:

Dane:

- z przykładu 1.1:

$$S_{kad_poprz} = 1.77 \text{ m}^2, \quad l_{kad} = 14.1 \text{ m}, \quad X_{T_kad} = 7.53 \text{ m}, \quad V_{kad} = 18.49 \text{ m/s};$$

- wartości pochodnej $C_{m_kad}^{\alpha}$ z przykładu 6.6.

Na podstawie rys. P6.6.1 obliczono $X_{c_kad} = 7.86$ m.

Dla zakresu poddźwiękowego ze wzoru (6.186):

$$C_{m_kad}^{\bar{\alpha}} = 2C_{m_kad}^{\alpha} \left[\frac{\frac{V_{kad}}{S_{kad_poprz} l_{kad}} \left(\frac{X_{c_kad}}{l_{kad}} - \frac{X_{T_kad}}{l_{kad}} \right)}{\left(1 - \frac{X_{T_kad}}{l_{kad}} \right) - \frac{V_{kad}}{S_{kad_poprz} l_{kad}}} \right] = \quad (P6.17.1)$$

$$= 2 \cdot 0.62 \cdot \left[\frac{\frac{18.49}{1.77 \cdot 14.1} \left(\frac{7.86}{14.1} - \frac{7.53}{14.1} \right)}{\left(1 - \frac{7.53}{14.1} \right) - \frac{18.49}{1.77 \cdot 14.1}} \right] = -7.81 \cdot 10^{-2}$$

Ze wzoru (6.187):

$$C_{m_kad}^{\bar{\alpha}} = C_{m_kad}^{\bar{\alpha}_{kad}} \frac{l_{kad}}{b_a} = (-7.81 \cdot 10^{-2}) \frac{14.1}{3.44} = -0.32 \quad (P6.17.2)$$

W tabeli poniżej zebrano wyniki obliczeń dla wartości liczby Macha z zakresu naddźwiękowego.

	<i>Ma</i>			
	1.4	1.6	1.8	2.0
$C_{m_kad}^{\alpha}$ (przykład 6.6)	0.908	0.895	0.883	0.872
$C_{m_kad}^{\bar{\alpha}_{kad}}$	-0.114	-0.113	-0.111	-0.110
$C_{m_kad}^{\bar{\alpha}}$	-0.469	-0.463	-0.456	-0.451

6.7.2.3. Udział usterzenia poziomego

A, B, C. Zakres poddźwiękowy, transoniczny i naddźwiękowy

Udział usterzenia poziomego w pochodnej momentu pochylającego $C_m^{\dot{\alpha}}$ całego samolotu określony jest przez ostatni składnik we wzorze (6.154), lub – przy uwzględnieniu interferencji – w (6.156). Zależność tego składnika od liczby Macha wynika z zależności od tej liczby pochodnej $C_{za_H}^{\alpha_H}$, od której zależy z kolei $C_{za_H}^{\dot{\alpha}}$.

Przykład 6.18

Dla samolotu, którego dane zawiera przykład 1.1, oblicz pochodną $C_m^{\dot{\alpha}}$ dotyczącą całego samolotu.

Rozwiązanie:

Obliczenia dla $Ma = 0.6$ i kąta natarcia $\alpha = 0^\circ$:

Dane geometryczne zawarto w przykładzie 1.1. Pozostałe dane:

- z przykładu 4.16 $K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz} = 1.355$
- z przykładu 6.16 $C_{m_skrz}^{\dot{\alpha}} = 5.914 \cdot 10^{-2}$
- z przykładu 6.17 $C_{m_kad}^{\dot{\alpha}} = -0.32$
- z przykładu 4.16 $f_{S_{*H}/kad} = (K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H-zewn}}{S_H} = 0.896$
- z przykładu 4.15 $k_H = 0.774$
- z przykładu 4.28 $C_{za_H}^{\dot{\alpha}} = 6.48$

Ze wzoru (6.155) oblicza się:

$$\begin{aligned}
 C_m^{\dot{\alpha}} &= (K_{skrz/kad} + K_{kad/skrz}) \frac{S_{zewn}}{S} \frac{b_{a-zewn}}{b_a} C_{m_skrz}^{\dot{\alpha}} + \frac{S_{kad_poprz}}{S} \frac{l_{kad}}{b_a} C_{m_kad}^{\dot{\alpha}} + \\
 &\quad - (K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H-zewn}}{S} \frac{L_H}{b_a} k_H C_{za_H}^{\dot{\alpha}} = \\
 &= 1.355 \cdot \frac{21}{28} \cdot \frac{3.04}{3.44} (5.914 \cdot 10^{-2}) + \frac{1.77}{28} \cdot \frac{14.1}{3.44} (-0.32) + \\
 &\quad - 0.896 \cdot \frac{12.25}{28} \cdot \frac{4.02}{3.44} \cdot 0.774 \cdot 6.48 = -2.328
 \end{aligned} \tag{P6.18.1}$$

Wykorzystano tu przekształcenie:

$$(K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H-zewn}}{S} = (K_{H/kad} + K_{kad/H}) \frac{S_{H-zewn}}{S_H} \frac{S_H}{S} = f_{S_{*H}/kad} \frac{S_H}{S} \tag{P6.18.2}$$

Wyniki obliczeń w całym zakresie wartości liczby Macha zawiera tabela.

Ma	0.2			0.6			1.4		
$K_{skrz / kad} + K_{kad / skrz}$	1.355			1.355			1.359		
$C_{m_skrz}^{\dot{\alpha}}$	-0.1485			0.05914			0.998		
$C_{m_kad}^{\dot{\alpha}}$	-0.320			-0.320			-0.469		
$(K_{H / kad} + K_{kad / H}) \frac{S_{H - wzn}}{S_H}$	0.896			0.896			0.99		
α [deg]	k_H	$C_{za_H}^{\dot{\alpha}}$	$C_m^{\dot{\alpha}}$	k_H	$C_{za_H}^{\dot{\alpha}}$	$C_m^{\dot{\alpha}}$	k_H	$C_{za_H}^{\dot{\alpha}}$	$C_m^{\dot{\alpha}}$
0	0.770	7.293	-4.268	0.774	7.654	-4.523	0.615	8.729	-5.429
2	0.749	7.394	-4.233	0.751	7.770	-4.482	0.603	8.816	-5.403
4	0.761	7.336	-4.253	0.754	7.755	-4.488	0.615	8.729	-5.429
6	0.803	7.141	-4.323	0.783	7.610	-4.539	0.650	8.491	-5.506
8	0.864	6.885	-4.421	0.831	7.387	-4.621	0.704	8.159	-5.619
10	0.928	6.643	-4.520	0.889	7.142	-4.718	0.770	7.801	-5.753
12	0.978	6.471	-4.595	0.943	6.934	-4.805	0.841	7.465	-5.890
14	1.000	6.399	-4.628	0.983	6.791	-4.868	0.906	7.192	-6.010
16	1.000	6.399	-4.628	1.000	6.734	-4.894	0.958	6.994	-6.103

Ma	1.6			1.8			2		
$K_{skrz / kad} + K_{kad / skrz}$	1.334			1.325			1.319		
$C_{m_skrz}^{\dot{\alpha}}$	0.83			0.572			0.467		
$C_{m_kad}^{\dot{\alpha}}$	-0.463			-0.456			-0.451		
$(K_{H / kad} + K_{kad / H}) \frac{S_{H - wzn}}{S_H}$	0.963			0.943			0.94		
α [deg]	k_H	$C_{za_H}^{\dot{\alpha}}$	$C_m^{\dot{\alpha}}$	k_H	$C_{za_H}^{\dot{\alpha}}$	$C_m^{\dot{\alpha}}$	k_H	$C_{za_H}^{\dot{\alpha}}$	$C_m^{\dot{\alpha}}$
0	0.627	3.302	-0.406	0.634	2.633	-0.421	0.639	2.161	-0.372
2	0.618	3.326	-0.398	0.629	2.644	-0.418	0.638	2.162	-0.372
4	0.643	3.261	-0.418	0.664	2.573	-0.440	0.682	2.092	-0.394
6	0.697	3.132	-0.461	0.732	2.451	-0.481	0.761	1.980	-0.433
8	0.770	2.980	-0.516	0.818	2.318	-0.530	0.855	1.868	-0.476
10	0.851	2.834	-0.574	0.903	2.206	-0.576	0.938	1.783	-0.513
12	0.924	2.720	-0.624	0.968	2.131	-0.610	0.990	1.736	-0.535
14	0.977	2.645	-0.659	0.999	2.098	-0.626	1.000	1.727	-0.539
16	1.000	2.615	-0.674	1.000	2.097	-0.627	1.000	1.727	-0.539

PODSUMOWANIE

W monografii opisano inżynierskie metody obliczeniowe pozwalające na wyznaczenie kompletu charakterystyk aerodynamicznych dotyczących ruchu podłużnego samolotu. Zaprezentowane metody zaczerpnięto ze wskazanych w spisie literatury opracowań, które powstawały w różnych ośrodkach badawczych w różnym czasie. W wielu przypadkach bazują one na wynikach badań doświadczalnych, które uogólniano i przedstawiano w postaci diagramów.

Omawiając poszczególne zagadnienia, autor starał się ilustrować je przykładami obliczeniowymi. Przedstawiano w nich ogólną postać wykorzystanych zależności oraz pokazano wartości liczbowe występujących w nich parametrów. Miało to na celu ułatwienie wykonywania podobnych obliczeń przez osoby zainteresowane.

Przykłady oparto na danych geometrycznych samolotu F-16, które zidentyfikowano w oparciu o dostępne w internecie rysunki i schematy tego samolotu. Ze względu na ograniczoną dokładność wykonanych pomiarów dane te mogą różnić się od danych zawartych w dokumentacji technicznej samolotu.

Planowane jest wydanie kolejnej monografii dotyczącej charakterystyk samolotu w ruchu bocznym.

LITERATURA

1. Abbot I., Doenhoff A., *Summary of Airfoil Data*, NACA Report No. 824, 1945.
2. *Aircraft Drag Prediction and Reduction*, AGARD Report 723, 1985.
3. Aleksandrowicz R., Łucjanek W., Maryniak J., *Mechanika lotu - zbiór zadań z rozwiązaniami*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1963.
4. Anderson J., *Fundamentals of Aerodynamics*, WCB McGraw-Hill, 2007.
5. Arżanikow N., Malcew W., *Aerodynamika*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1959.
6. Brandt S.A., Stiles R.J., Bernit J.J., Whitford R., *Introduction to Aeronautics: A design Perspective*, AIAA Education Series, 2004.
7. Burago S., *Aerodinamicheskiye kharakteristiki letatel'nykh apparatov i ikh chastey* [Аэродинамические характеристики летательных аппаратов и их частей], MAI, 1979.
8. Burago S., *Vybor aerodinamicheskoy komponovki dozvukovykh i sverkhzvukovykh letatel'nykh apparatov* [Выбор аэродинамической компоновки дозвуковых и сверхзвуковых летательных аппаратов], MAI, 1989.
9. Burago S., *Aerodinamika manevrennogo letatel'nogo apparata* [Аэродинамика маневренного летательного аппарата], MAI, 2012.
10. Caughey D., *Introduction to Aircraft Stability and Control*, Sibley School of Mechanical & Aerospace Engineering Cornell University, 2011.
11. Cichosz E., Gałaska M., Kierkowski J., Piotrowski E., Szczeciński S., *Poradnik do projektowania samolotów - Część 2 Projekt wstępny samolotu*, Wojskowa Akademia Techniczna, 1971.
12. Cook M., *Flight Dynamics Principles*, Elsevier, 2007.
13. Ellison E., Hoak D., *Stability Derivative Estimation at Subsonic Speeds*, International Congress on Subsonic Aeronautics, Vol. 154, Is. 2, 1968.
14. Etkin B., *Dynamics of Atmospheric Flight*, John Wiley&Sons, Inc., 1972.
15. Filippone A., *Advanced Aircraft Flight Performance*, Cambridge University Press, 2012.
16. Fiszdon W., *Mechanika lotu - część I, II, III*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1961.
17. Florio B., McKibbin R., Braham C., Ockendon J., Please C., *Estimating Transonic Drag*, The ANZIAM Journal 59, 2019.
18. Frolov V., *Aerodinamicheskiye kharakteristiki profilya i kryla* [Аэродинамические характеристики профиля и крыла], SEAU, 2007.

19. Goraj Z., *Obliczenia sterowności, równowagi i stateczności samolotu w zakresie poddźwiękowym*, Politechnika Warszawska, 1984.
20. Gudmundsson S., *General Aviation Aircraft Design*, Elsevier, 2022.
21. Hall Ch., *Lift, Drag and Pitching Moment of Low-Aspect-Ratio Wings at subsonic and Supersonic Speeds*, NACA RM A53A30, 1953.
22. Harmon S., *Stability Derivatives at Supersonic Speeds of Thin Rectangular Wings with Diagonals Ahead of Tip Mach Lines*, NACA TR-925, 1949.
23. Hoah D., *USAF Stability and Control DATCOM*, Flight Control Division, AF Flight Dynamics Laboratory, 1978.
24. Hoerner S., *Fluid Dynamics Drag*, Published by Author, 1965.
25. Hoerner S., *Fluid Dynamics Lift*, Published by Author, 1985.
26. Houghton E., Carpenter P., Collicott S., Valentine D., *Aerodynamics for Engineering Students*, Elsevier, 2017.
27. Howe D., *Aircraft Conceptual Design Synthesis*, Professional Engineering Publishing, 2000.
28. Kowaleczko G., *Mechanika lotu – dynamika samolotów*, Wydawnictwo LAW, 2024.
29. Krasnov N., *Osnovy aerodinamicheskogo rascheta*, Vysshaya Shkola, 1984.
30. Krzyżanowski A., *Mechanika lotu*, Wojskowa Akademia Techniczna, 2009.
31. Kuchemann D., *The Aerodynamic Design of Aircraft*, AIAA Education Series, 2012.
32. Kundu A., *Aircraft Design*, Cambridge University Press, 2010.
33. Lan E., Roskam J., *Airplane Aerodynamics and Performance*, DAR Corporation, 2008.
34. Lebedev A., Chernobrovkin L., *Dinamika poleta, bespilotnykh letatel'nykh apparatov [Динамика полета, беспилотных летательных аппаратов]*, Mashinostroyenie, 1973.
35. Loftin, *Theoretical and Experimental Data for a Number of NACA 6A-Series Airfoil Sections*, Naca Report No. 903, 1948.
36. Malvestuto F., Margolis K., *Theoretical Stability Derivatives of Thin Sweptback Wings Tapered to a Point With Sweptback or Swept forward Trailing Edges for a Limited Range of Supersonic Speeds*, NACA TR-971, 1950.
37. Maruszkiewicz J., *Aerodynamika i mechanika lotu – Część I Aerodynamika*, Wojskowa Akademia Techniczna, 1981.
38. Maruszkiewicz J., *Aerodynamika i mechanika lotu*, Wojskowa Akademia Techniczna, 1981.
39. Miele A., *Flight Mechanics - Theory of Flight Path*, Dover Publications Inc., 2016.
40. Mikeladze V., Titov V., *Osnovnyye geometricheskiye i aerodinamicheskiye kharakteristiki samoletov i krylatykh raket [Основные геометрические и аэродинамические характеристики самолетов и крылатых ракет]*, Mashinostroyeniye, 1974.
41. Nguyen L., *Simulator Study od Stall/Post-Stall Characteristics of a Fighter Airplane with Relaxed Longitudinal Static Stability*, NASA Technical Paper 1538, 1979.
42. Ostoslavskiy I.V., *Aerodinamika samoleta [Аэродинамика самолета]*, Oborongiz, Moskva, 1957.
43. Pamadi B., *Performance, Stability, Dynamics and Control of Airplanes*, AIAA Education Series, 1998.

44. Perkins C., Hage R., *Airplane Performance, Stability and Control*, John Wiley & Sons, Inc., 1949.
45. Pitts W., Nielsen J., Kaattari G., *Lift and Center of Pressure of Wing-Body-Tail Combinations at Subsonic, Transonic, And Supersonic Speeds*, Ames Aeronautical Laboratory, NACA TR-1307, 1957.
46. *Prakticheskaya aerodinamika samoleta MIG-29 - Uchebnoye posobie [Практическая аэродинамика самолета МИГ-29 - Учебное пособие]*, Voenno-Vozdushnaya Inzhenernaya Akademiya im. Zhukovskogo, 1995.
47. Raymer D., *Aircraft Design: A Conceptual Approach*, AIAA Education Series, 2018.
48. Ribner H., Malvestuto F., *Stability Derivatives of Triangular Wings at Supersonic Speeds*, NACA TR-908, 1948.
49. Roskam J., *Airplane Aerodynamics and Performance*, DAR Corporation, 1997.
50. Roskam J., *Airplane Design Part VI Preliminary Calculation of Aerodynamic, Thrust and Power Characteristicss*, DAR Corporation, 2008.
51. Roskam J., *Methods for Estimating Stability and Control Derivatives of Conventional Subsonic Airplanes*, The University of Kansas, 1971.
52. Saarlal M., *Aircraft Performance*, John Wiley & Sons, Inc., 2007.
53. Sadraey M., *Aircraft Design - A Systems Engineering Approach*, A John Wiley & Sons, Ltd., Publication, 2013.
54. Schmidt L., *Introduction to Aircraft Flight Dynamics*, AIAA Education Series, 1998.
55. Sforza P., *Commercial Airplane Design Principles*, Elsevier, 2014.
56. Smetana F.O., *Riding and Handling Qualities of Light Aircraft – a Review and Analysis*, NASA CR-1975, 1972.
57. Smetana F.O., *Flight Vehicle Performance and Aerodynamic Control*, AIAA Education Series, 2001.
58. *Special Course on Engineering Methods in Aerodynamic Analysis and Design of Aircraft*, AGARD Report 783, 1991.
59. Torenbeek, *Advanced Aircraft Design*, John Wiley&Sons, 2013.
60. Vasil'yev V.V., Nikitin A.N., Frolov V.A., Shakhov V.G., *Raschet aerodinamicheskikh kharakteristik letatel'nykh apparatov [Расчёт аэродинамических характеристик летательных аппаратов]*, Samarskiy Gosudarstvennyy Aerokosmicheskiy Universitet, 2012.
61. Wolowicz Ch., Yancey R., *Longitudinal Aerodynamic Characteristics of Light, Twin-Engine Propeller-Driven Airplanes*, NASA TN D-6800, 1972.
62. Votyakov V., *Aerodinamicheskiye kharakteristiki chastey letatel'nogo apparata [Аэродинамические характеристики частей летательного аппарата]*, VVID, 1970.
63. Yazirli S., *Development of a Conceptual Design Tool and Calculation of Stability and Control Derivatives for Mini UAV Systems*, Middle East Technical University, 2015.